Teori Sistem dan Dasar Sinyal

Yeffry Handoko Putra

ЌП PERCETAKAN TALITHA KHOUM
2006

Teori Sistem dan Dasar Sinyal

Dipublikasi oleh
Percetakan Talitha Khoum
Bandung
http://www.talithakhoum.com

Dipublikasi oleh Percetakan Talitha Khoum

Diproduksi di Bandung

Tentang Penulis

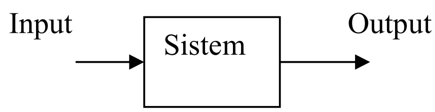
Yeffry Handoko Putra mendapatkan gelar Sarjana Teknik pada tahun 1996 dari Departemen Teknik Fisika Institut Teknologi Bandung dengan predikat sangat memuaskan. Pada tahun 1999 mendapatkan gelar Magister Teknik dari Program Studi Magister Instrumentasi dan Kontrol, Institut Teknologi Bandung dengan predikat Cum-Laude. Bidang kajian yang ditekuni saat ini adalah Sensor dan Pengontrolan Cerdas. Saat ini penulis sedang melanjutkan program doktoral di Institut Teknologi Bandung dengan bidang kajian pengontrolan robot dalam air. Penulis banyak terlibat dalam beberapa seminar nasional dan internasional serta menjadi anggota beberapa himpunan keanggotaan profesi seperti Ikatan Alumni Teknik Fisika, Himpunan Fisika Indonesia dan Persatuan Insinyur Indonesia. Beberapa penelitian yang intensif dilaksanakan adalah penelitian mengenai robot ikan, robot beroda dan robot perahu. Buku lain yang telah dipublikasikan : Pengelolaan Instalasi Komputer (UNIKOM, 2005), Sistem Operasi (UNIKOM, 2005). Saat ini penulis adalah dosen tetap di Jurusan Teknik Komputer, Universitas Komputer Indonesia, Bandung. Penulis dapat dihubungi melalui email: yeffry@unikom.ac.id

Daftar Pustaka

Bab I
Sistem

1.1. Pengenalan Sistem

Sistem merupakan susunan dari elemen-elemen yang berkoordinasi membentuk suatu fungsi. Cara penggambaran system biasanya dengan menggunakan diagram blok.

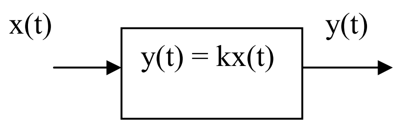


Gambar 1.1. Diagram blok sistem

Sinyal adalah kuantitas fisik yang dapat diukur dan bervariasi (berubah) terhadap waktu. Contoh : x(t) adalah besaran x yang merupakan fungsi waktu t

Input : sinyal penyebab (eksitasi)
Output : sinyal akibat (respon)

Misal : Sistem audio amplifier

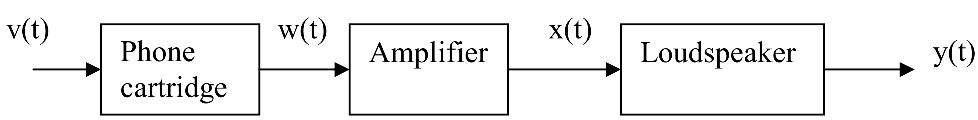


Gambar 1.2. Sistem audio amplifier

x(t) = input berupa tegangan listrik pada terminal suara
y(t) = output berupa arus listrik pada loudspeaker

hubungan input dan input dinyatakan dengan persamaan matematis y(t) = kx(t)
dengan k = gain

Analisa sistem adalah penguraian sistem menjadi beberapa komponen, misal pada sistem audio amplifier :



Gambar 1.3. Sistem Audio Amplifier yang diuraikan (*breakdown*)

Contoh sistem :
(a) Rangkaian RLC
(b) Dinamika pesawat terbang dan kendaraan
(c) Algoritma untuk menganalisa faktor finansial dalam menentukan harga batas
(d) Algoritma pendeteksi lekukan (edge detection) dalam pencitraan

1.2. Sinyal-sinyal Elementer

Sinyal-sinyal elementer biasanya digunakan sebagai sinyal uji dari kinerja suatu sistem. Sinyal-sinyal elementer ini berupa : step, pulsa kotak (rectangular pulse), impulse, sinusoida, pulsa eksponensial.

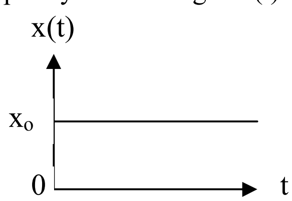
A. Step

Fungsi unit step :

$$u(t) = \begin{cases} 0 & t \leq 0 \\ 1 & t > 0 \end{cases}$$

Gambar 1.4. Fungsi unit step

Sinyal step dinyatakan dengan $x(t) = x_0u(t)$; x_0 = amplituda dari step

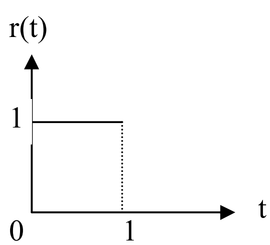


Gambar 1.5. Sinyal step

B. Pulsa kotak (Rectangular Pulse)

Fungsi rectangular pulse dinyatakan dengan

$$r(t) = \begin{cases} 1 & 0 < t \leq 1 \\ 0 & \text{t lainnya} \end{cases}$$



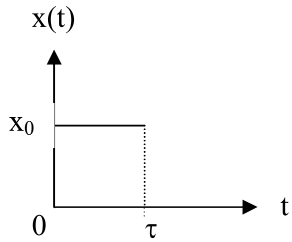
Gambar 1.6. Fungsi Pulsa Kotak

Pulsa rectangular dinyatakan dengan

$$x(t) = x_0 r\left(\frac{t}{\tau}\right)$$

x_0 = amplituda pulsa (satuannya sama dengan x(t))

τ = durasi pulsa (satuannya waktu)



Gambar 1.7. Sinyal pulsa kotak

C. Impluse (fungsi delta / dirac delta)

Fungsi delta dinyatakan dengan :

$$\delta(t) = \frac{du(t)}{dt}$$

dengan u(t) adalah fungsi unit step

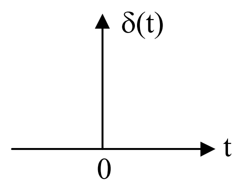
Dua sifat penting fungsi delta :

$$\delta(t) = 0, \quad t \neq 0$$

dan

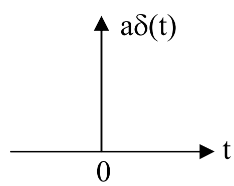
$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)dt = 1$$

Fungsi delta adalah fungsi kejut (spike) yang lebarnya sangat pendek dan amplitudanya tak hingga. Misal di kehidupan sehari-hari adalah petir



Gambar 1.8. Fungsi delta atau impulse

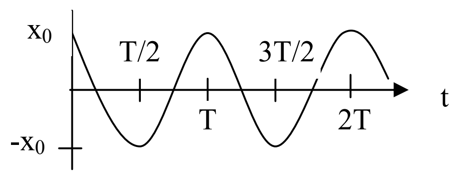
Impulse x(t) dinyatakan dengan x(t) = aδ(t)



Gambar 1.9 Sinyal impulse

Beberapa sinyal impulse yang berderet untuk waktu yang berbeda akan membentuk sinyal diskrit.

D. Sinusoida



Gambar 1.10. Sinyal sinusoida

Sinyal sinusoida dinyatakan dengan

$$x(t) = x_0 \cos\frac{2\pi t}{T}$$

x_0 = amplituda puncak (peak amplituda) sinus
T = perioda

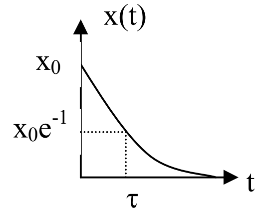
Atau

$$x(t) = x_0 \cos 2\pi f t$$
$$= x_0 \cos\omega t$$

E. Pulsa Eksponensial

Pulsa eksponensial dinyatakan dengan

$$x(t) = x_0\, e^{-t/\tau}\, u(t)$$



Gambar 1.11. Pulsa eksponensial

x_0 = amplituda awal pulsa pada $t = 0^+$
τ = Konstanta waktu

Dalam setiap jarak $n\tau$ amplituda pulsa eksponensial berkurang dengan factor pengali e^{-n} :

$$x(t + n\tau) = e^{-n}\, x(t)$$

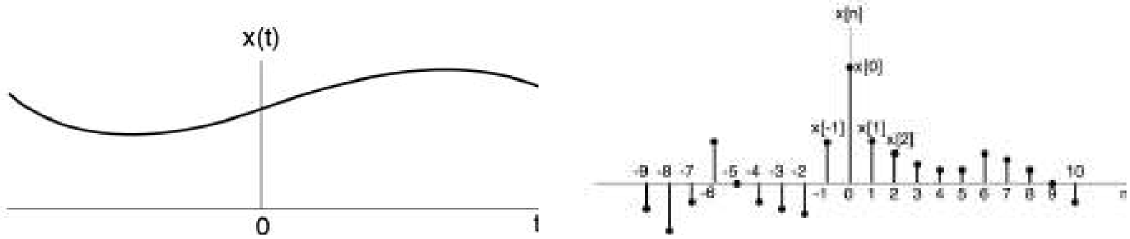
Misal untuk n = 3 dan $t = 0^+$

$$x(3\tau) = x(0^+ + 3\tau) = e^{-3}\, x(0^+) \approx 0{,}05\, x_0$$

Amplituda pulsa drop sebesar 5% dari amplituda awal

1.2.1. Sinyal kontinu dan sinyal Diskrit

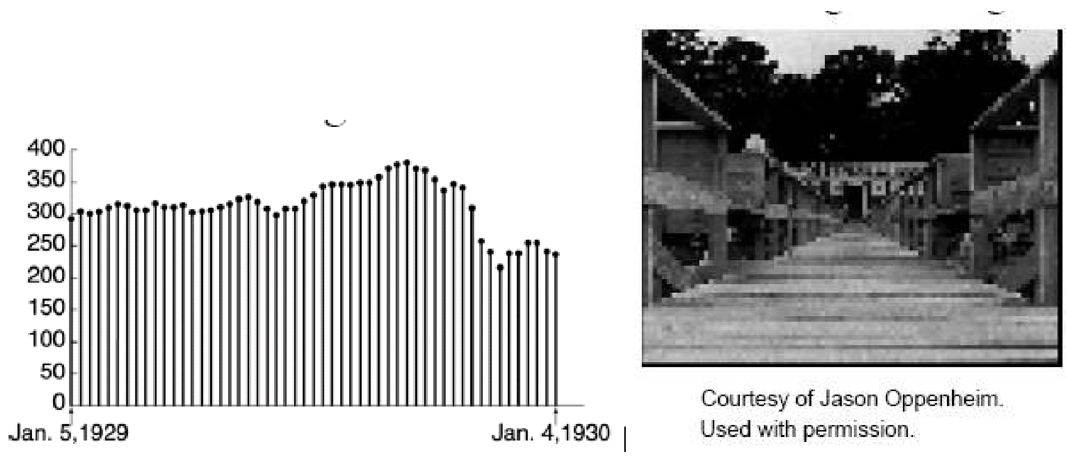
Sinyal berdasarkan variabelnya bisa berupa sinyal 1 dimensi (1D), 2 dimensi (3D), bahkan bisa n dimensi. Khusus untuk sinyal 1 dimensi dengan variabel bebas yang disebut waktu dikenal dua jenis sinyal yaitu sinyal kontinu dan diskrit. Sinyal kontinu adalah sinyal yang ada setiap saat nilainya atau dengan pewaktuan yang kontinu (selalu ada) dan ditulis dengan bentuk x(t) yang berarti variabel x merupakan fungsi waktu kontinu. Sedangkan sinyal diskrit adalah sinyal yang tidak ada setiap saat, nilainya hanya ada pada waktu kelipatan waktu sampling yang ditulis x[kT] atau x[nT] atau x[n]. Variabel k atau n bernilai integer sedangkan variabel T adalah waktu sampling yang terkadang jarang dituliskan. Pada gambar di bawah ini diperlihatkan gambar sinyal kontinu dan diskrit



(a) (b)

Gambar 1.12. (a) Sinyal kontinu x(t) dan (b) sinyal diskrit x[n]

Contoh sinyal kontinu sangat mudah ditemui di alam ini seperti tegangan listrik, arus listrik, tekanan, temperatur, kecepatan dan banyak lagi. Sedangkan contoh sinyal diskrit bisa berupa sinyal kontinu yang disampling, urutan DNA manusia, populasi untuk spesies tertentu. Pada gambar 1.13. diperlihatkan contoh data diskrit yang dibuat oleh manusia



(a) (b)

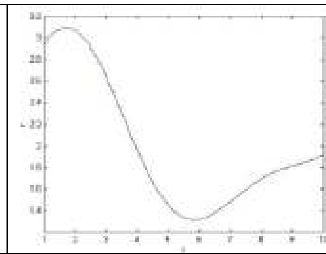
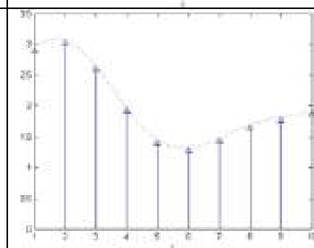
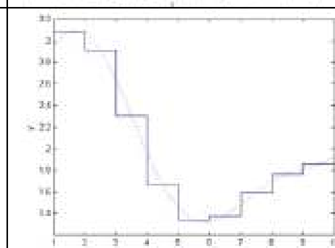
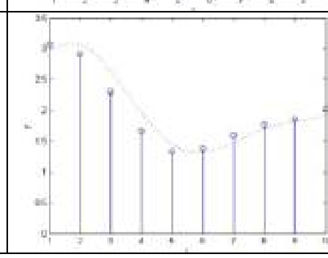
Gambar 1.13 Data diskrit buatan manusia: (a) data tahunan jumlah produksi barang (b) gambar digital

Sinyal diskrit dianggap penting di era ini karena dapat diproses dengan komputer digital modern dan prosesor pemrosesan digital (Digital Signal Processor). Ditinjau dari sisi sistem, suatu sistem yang bersifat kontinu maka masukan dan keluarannya adalah kontinu demikian juga untuk sistem diskrit maka masukan dan keluarannya adalah diskrit. Suatu sistem yang mengubah dari sistem kontinu menjadi sistem diskrit adalah sistem sampling yaitu sistem yang mencacah data kontinu untuk suatu perioda pewaktuan diskrit. Pada gambar 1.14 ini digambarkan diagram blok dari kedua sistem secara sederhana.

x[n] → Sistem diskrit → y[n]   x(t) → Sistem kontinu → y(t)

Gambar 1.14. Diagram blok sistem diskrit dan kontinu

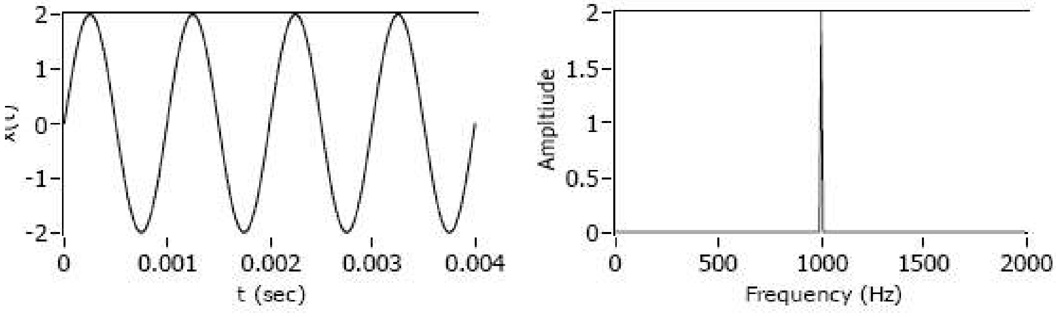
Berdasarkan nilai dan responnya terhadap waktu sinyal dapat dibedakan menjadi 4 jenis

Waktu kontinu, nilai kontinu • Didefinisikan untuk setiap saat dan amplitudanya bervariasi secara kontinu dan bisa berapa saja. Contoh : - sinyal dari transduser - sinyal analog	
Waktu diskrit, nilai kontinu • Didefinisikan untuk waktu diskrit dan amplitudanya kontinu bisa berapa saja	
Waktu kontinu, nilai diskrit • Didefinisikan untuk saat tertentu amplitudanya diskrit. Contoh sinyal hasil sampling	
Waktu diskrit, nilai diskrit • Didefinisikan untuk waktu diskrit nilai amplitudanya diskrit	

Gambar 1.15.Jenis-jenis sinyal berdasarkan pewaktuan dan nilainya.

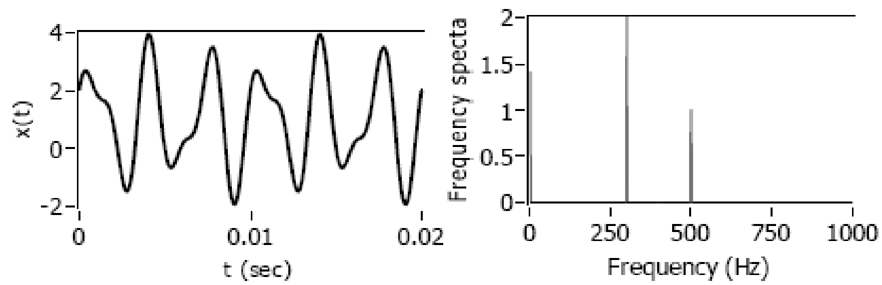
Sekali lagi waktu diskrit berarti waktunya berdasarkan kelipatan terhadap perioda sampling sedangkan nilai diskrit adalah nlai yang terbatas pada hasil kuantisasi bit

Dalam teori mengenai sinyal, suatu sinyal dapat direpresentasikan terhadap domain waktu juga dalam domain frekuensi. Kedua domain ini biasanya merupakan absis dalam suatu koordinat. Suatu sinyal sinyal sinus dengan frekuensi tunggal dalam bentuk domain waktu dan frekuensi digambarkan sebagai berikut



Gambar 1.16. (a) Sinyal dalam domain waktu (b) sinyal dalam domain frekuensi

Dalam domain waktu sinyal digambarkan sebagai perubahan amplituda terhadap perubahan waktu, sinyal ini disebut sebagai respon waktu. Sedangkan dalam domain frekuensi sinyal yang sama dinyatakan sebagai amplituda untuk frekuensi yang dimiliki oleh sinyal. Dalam hal ini hanya ada satu frekuensi saja sehingga representasinya berupa sinyal impulse. Sedangkan untuk sinus dengan dua frekuensi digambarkan sebagai berikut :



Gambar 1.17. (a) Sinyal dalam domain waktu (b) sinyal dalam domain frekuensi

1.3. Sistem Elementer

Sistem elementer dinyatakan dengan hubungan input-output yang sederhana

y(t) = operasi pada x(t)

Relasi ini disebut karakteristik transfer.

Sistem Elementer dibagi menjadi

1. Elemen Statik
2. Elemen Dinamik
3. Elemen Arithmatik

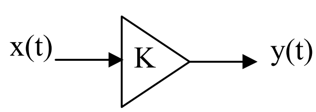
Elemen statik jika output hanya bergantung pada input saat yang sama
Elemen dinamik jika salah satu output bergantung pada input dari waktu sebelumnya
Elemen arithmatik : penjumlahan, pengurangan, perkalian dan pembagian

1.3.1. Elemen Statik

Salah satu elemen statik adalah elemen proporsional yang dinyatakan dengan

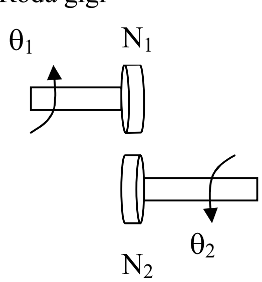
y(t) = kx(t)

Output pada waktu t bergantung pada nilai input pada t yang sama. Dengan diagram blok dapat digambarkan :



Gambar 1.18. Elemen Statik

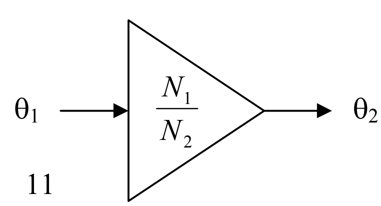
Contoh : Roda gigi



Hubungan perpindahan angular roda gigi

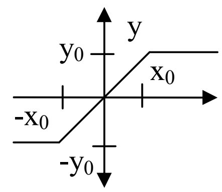
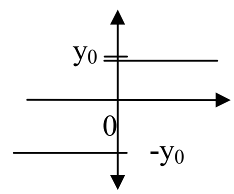
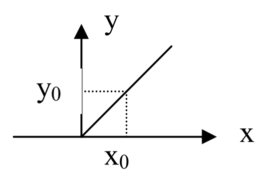
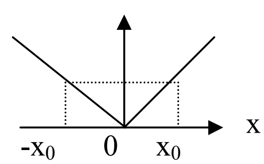
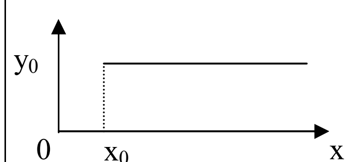
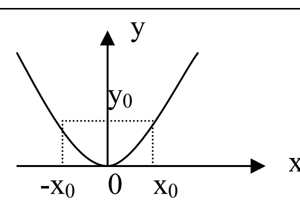
$$\theta_2 = \frac{N_1}{N_2}\theta_1$$

Dapat dinyatakan dengan diagram blok



Beberapa jenis elemen statik lainnya :

Tabel 1.1. Jenis-jenis sistem elementer dengan fungsi waktunya

Nama	Deskripsi	Grafik
Soft Limiter	$y = \begin{cases} -y_0 & x < -x_0 \\ y_0 \dfrac{x}{x_0} & \lvert x \rvert \le x_0 \\ y_0 & x > x_0 \end{cases}$	
Hard Limiter	$y = \begin{cases} -y_0 & x < 0 \\ 0 & x = 0 \\ y_0 & x > 0 \end{cases}$	
Half-wave Rectifier	$y = \begin{cases} 0 & x \le 0 \\ y_0 \dfrac{x}{x_0} & x > 0 \end{cases}$	
Full-wave Rectifier	$y = y_0 \left\lvert \dfrac{x}{x_0} \right\rvert$	
Comparator	$y = \begin{cases} 0 & x \le x_0 \\ y_0 & x > 0 \end{cases}$	
Square-Law Rectifier	$y = y_0 \left(\dfrac{x}{x_0} \right)^2$	

1.3.2. Elemen Dinamik

A. Elemen Tunda (delay element)
   Adalah elemen dinamik dengan bentuk karakteristik transfer :

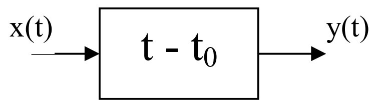
$$y(t) = x(t - t_0)$$

dengan

t_0 = waktu tunda (delay time) $\neq 0$

Input dan output satuannya sama

Simbolnya :



Gambar 1.19 Simbol elemen tunda

Contoh : Tentukan output y(t) bila input $x(t) = x_0\, e^{-t/\tau}\, u(t)$

Jawab :

$$y(t) = x_0 e^{-(t-t_0)/\tau} u(t-t_0)$$

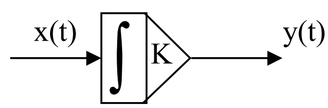
Elemen delay sangat berguna dalam banyak sistem missal radar dan sonar yang memanfaatkan propagation delay

B. Elemen Integral

Adalah elemen dinamik dengan bentuk karakteristik transfer :

$$y(t) = K\int_{-\infty}^{t} x(t)dt$$

Simbol integrator :



Gambar 1.20. Simbol elemen integral

Contoh:

Tentukan output dari integrator di atas bila inputnya :

a) Sinyal step : $x(t)=x_0u(t)$
b) Pulsa eksponensial : $x(t) = x_0e^{-t/\tau}u(t)$

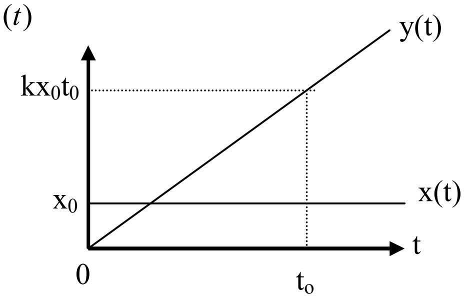
Jawab:

a) $y(t) = k\int_{-\infty}^{t} x_0u(t)dt$

Karena unit step bernilai 0 untuk $t \leq 0$ maka $y(t)=0$ untuk $t \leq 0$ sehingga

$$y(t) = k\int_{0}^{t} x_0 dt = kx_0t \qquad ;\ t > 0$$

$$= kx_0tu(t)$$



b) $y(t) = k\int_{-\infty}^{t} x_0 e^{-t/\tau} u(t)dt$

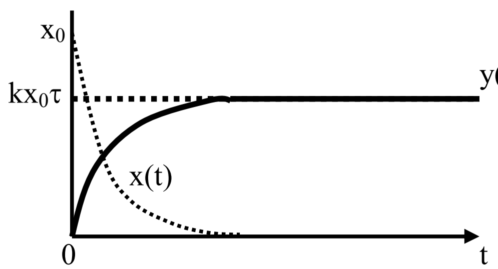
Karena unit step bernilai 0 untuk t ≤ 0 maka y(t)=0 untuk t ≤ 0 sehingga

$$y(t) = k\int_{0}^{t} x_0 e^{-t/\tau} dt$$

$$= kx_0\left[-\tau e^{-t/\tau}\right]_0^t = kx_0\left(-\tau e^{-t/\tau} + \tau\right)$$

$$= kx_0\tau\left(1 - e^{-t/\tau}\right) \qquad ; t > 0$$

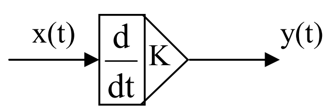
$$= kx_0\tau\left(1 - e^{-t/\tau}\right)u(t)$$



C. Elemen Differensiator

Bentuk karakteristik transfernya : $y(t) = k\dfrac{dx(t)}{dt}$

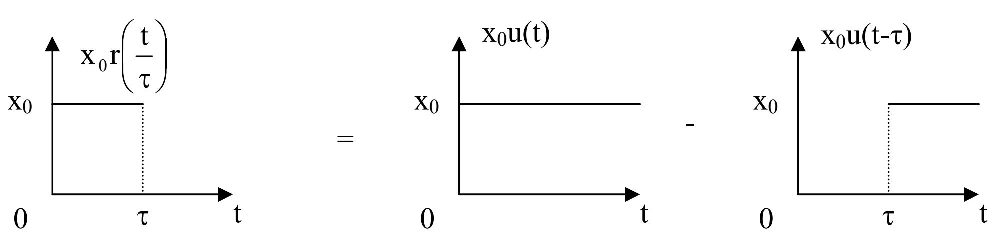
Simbol differensiator :



Gambar 1.21. Simbol elemen differensiator

Contoh : Tentukan Output differensiator untuk input $x(t) = x_0 r\left(\dfrac{t}{\tau}\right)$

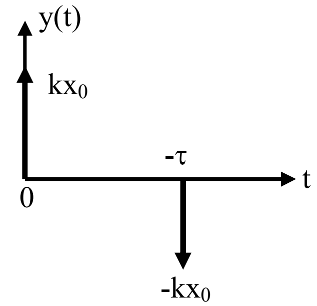
Jawab :
Pulsa rectangular (kotak) x(t) dapat dinyatakan sebagai selisih dua sinyal step



$$x(t) = x_0 r\left(\frac{t}{\tau}\right) = x_0\left[u(t) - u(t-\tau)\right]$$

$$y(t) = k\frac{dx(t)}{dt} = k\frac{d}{dt}\left[x_0 u(t) - x_0 u(t-\tau)\right]$$

$$= kx_0\left[\delta(t) - \delta(t-\tau)\right]$$



Contoh :

Carilah output dari differensiator untuk input : $x(t)=x_0e^{-t/\tau}u(t)$

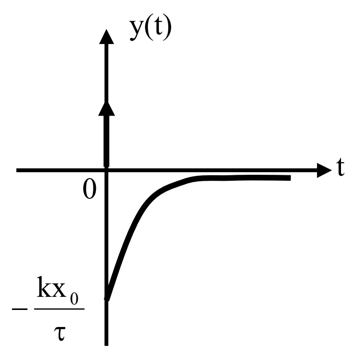
Jawab :

$$y(t) = kx_0 \frac{d}{dt}\left[e^{-t/\tau}u(t)\right] = kx_0\left[e^{-t/\tau}\frac{du(t)}{dt} + \frac{de^{-t/\tau}}{dt}u(t)\right]$$

$$= kx_0 = \left[e^{-t/\tau}\delta(t) - \frac{1}{\tau}e^{-t/\tau}u(t)\right]$$

Karena fungsi delta adalah nol untuk $t \neq 0$, kita dapat mengganti eksponensial dengan $e^0 = 1$ pada pernyataan pertama sehingga :

$$y(t) = kx_0\left[\delta(t) - \frac{1}{\tau}e^{-t/\tau}u(t)\right]$$



D. Elemen kompresi

Bentuk karakteristik transfernya :

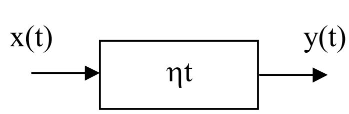
$y(t) = x(\eta t)$

$x(t)$ = input

$y(t)$ = output

η = rasio kompresi

Simbol :



Gambar 1.22 Simbol elemen kompresi

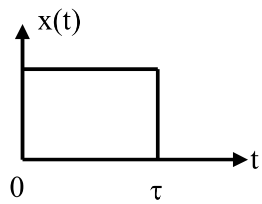
Contoh :

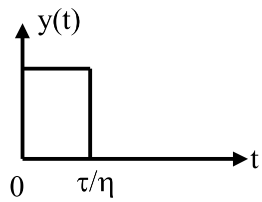
Carilah output dari elemen kompresi untuk input $x(t) = x_0 r\left(\frac{t}{\tau}\right)$

Jawab :

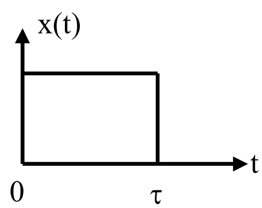
$y(t) = x(\eta t) = x_0 r\left(\frac{\eta t}{\tau}\right) = x_0 r\left(\frac{t}{\tau'}\right)$ bentuknya masih pulsa kotak dengan $\tau' = \frac{\tau}{\eta}$

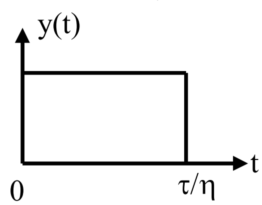
untuk η>1 terjadi kompresi sehingga durasi y(t) < durasi x(t)





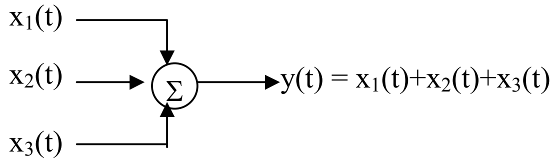
untuk η<1 terjadi ekspansi sehingga durasi y(t) > durasi x(t)





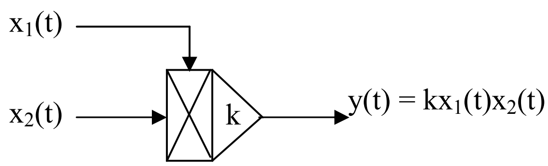
1.3.3. Elemen Arithmatik

Elemen arithmatik terdiri dari elemen penjumlahan/pengurangan dan perkalian
Simbol :
Penjumlahan



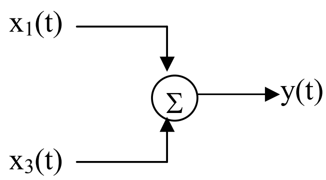
Gambar 1.23. Simbol elemen penjumlahan

Perkalian



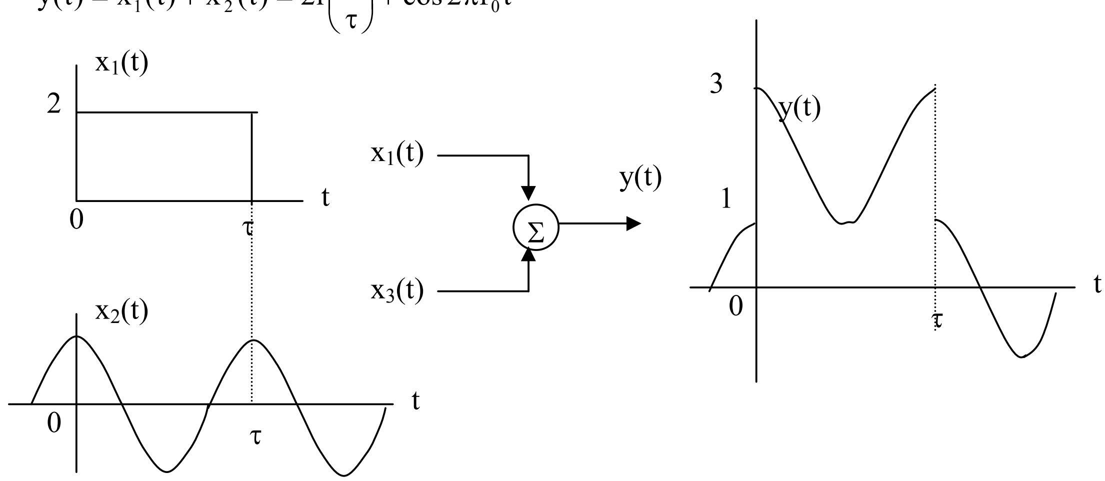
Gambar 1.24. Simbol elemen perkalian

Contoh : Untuk rangkaian berikut gambarkan output y(t) jika $x_1(t) = 2r\left(\frac{t}{\tau}\right)$ dan $x_2(t) = \cos 2\pi f_0 t$ dengan $f_0 = \frac{1}{\tau}$



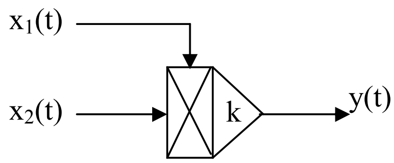
Jawab :

$$y(t) = x_1(t) + x_2(t) = 2r\left(\frac{t}{\tau}\right) + \cos 2\pi f_0 t$$

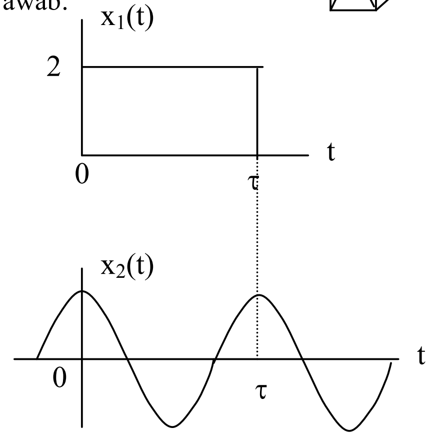


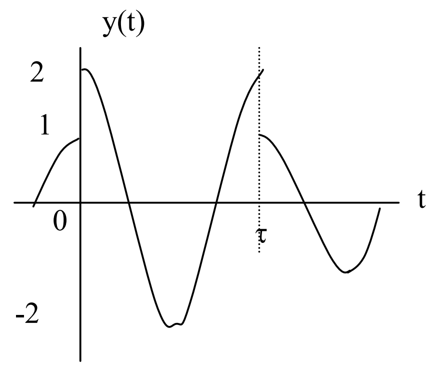
Contoh :

Untuk rangkaian berikut gambarkan output y(t) jika $x_1(t) = 2r\left(\frac{t}{\tau}\right)$ dan $x_2(t) = \cos 2\pi f_0 t$ dengan $f_0 = \frac{1}{\tau}$



Jawab:



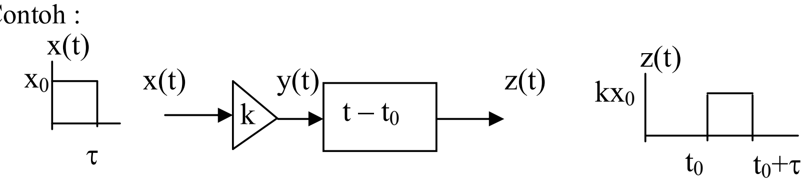


1.4. Diagram Blok

Sistem elementer di atas dapat dihubungkan secara seri, parallel atau umpan balik.

1.4.1. Koneksi Seri (Cascade atau tandem)

Contoh :



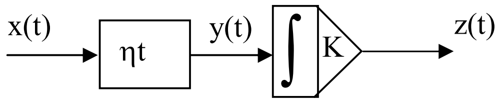
Bila input $x(t) = x_0 r\left(\frac{t}{\tau}\right)$

dari gambar $y(t) = kx(t) = kx_0 r\left(\frac{t}{\tau}\right)$

$$z(t) = y(t - t_0) = kx_0 r\left(\frac{t - t_0}{\tau}\right)$$

Contoh :

Tentukan output z(t) dari sistem berikut bila inputnya $x(t)=x_0 e^{-t/\tau}u(t)$



Jawab:

Output dari elemen kompresi :

$$y(t) = x(\eta t) = x_0 e^{-\eta t/\tau} u(\eta t) = x_0 e^{-t/\tau'} u(t)$$

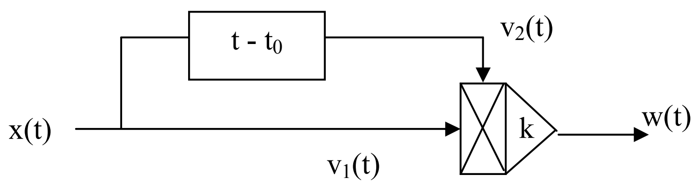
dengan $\tau' = \dfrac{\tau}{\eta}$ dan dari kenyataan $u(\eta t) = u(t)$ untuk $\eta > 0$

sedangkan output dari integrator

$$z(t) = k\int_{-\infty}^{t} y(t)dt = kx_0\tau'(1 - e^{-t/\tau'})u(t)$$

1.4.2. Koneksi parallel

Contoh :



Tentukan output dari multiplier jika $x(t) = x_0 u(t)$

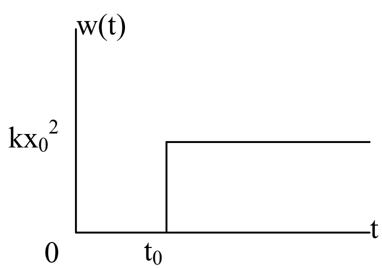
Jawab:

$v_1(t) = x(t) = x_0 u(t)$

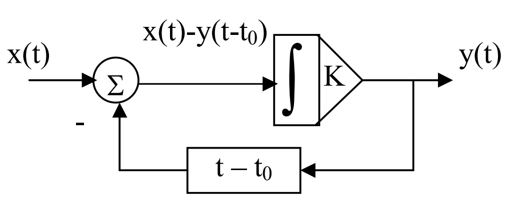
$v_2(t) = x(t - t_0) = x_0 u(t - t_0)$

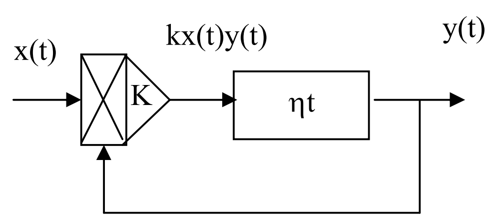
Sehingga outputnya :

$w(t) = kv_1(t)v_2(t) = kx(t)x(t-t_0) = kx_0^2 u(t)u(t-t_0)$

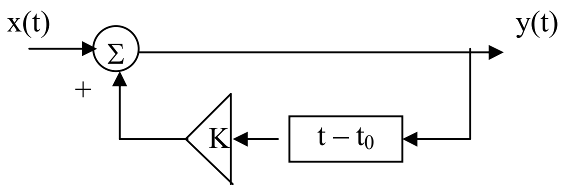


1.4.3. Koneksi umpan balik





Contoh : Carilah output y(t) untuk sistem di bawah ini, bila inputnya adalah $x(t) = x_0 r\left(\frac{t}{\tau}\right)$ dengan $\tau < t_0$. Asumsikan bahwa y(t)=0 untuk t < 0.



Jawab:

Dari gambar ini diperoleh outputnya adalah : $y(t) = x(t) + ky(t - t_0)$ (*)

Relasi ini mengandung y(t) dan $y(t - t_0)$. Kita akan mencari relasi (karakteristik transfer) dalam bentuk

$$y(t) = \text{operasi pada } x(t)$$

Relasi seperti ini dapat diperoleh dengan mengulang-ulang persamaan output dengan menggangti t dengan $t - t_0$, yang memberikan :

$$y(t - t_0) = x(t - t_0) + ky(t - 2t_0) \qquad (**)$$

dengan cara yang sama

$$y(t - 2t_0) = x(t - 2t_0) + ky(t - 3t_0) \qquad (***)$$

dan seterusnya. Menggunakan persamaan (**) untuk mengeliminasikan $y(t - t_0)$ dari persamaan (*) diperoleh

$$y(t) = x(t) + kx(t - t_0) + k^2y(t - 2t_0)$$

menggunakan persamaan (***) untuk mengeliminasikan $y(t - 2t_0)$ diperoleh

$$y(t) = x(t) + kx(t - t_0) + k^2x(t - 2t_0) + k^3y(t - 3t_0) + \ldots$$

Jika diteruskan akan diperoleh deret :

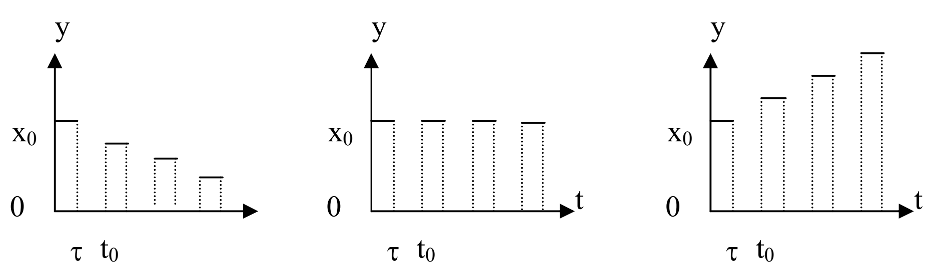
$$y(t) = x(t) + kx(t - t_0) + k^2x(t - 2t_0) + k^3y(t - 3t_0) + \ldots$$

Relasi ini dapat dituliskan secara ringkas :

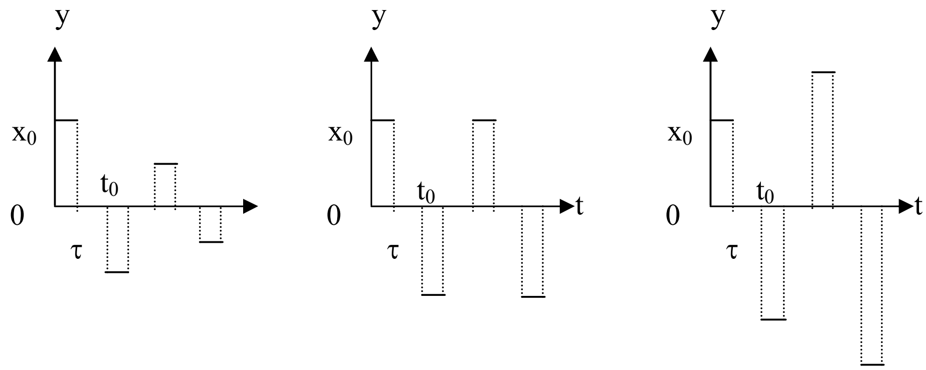
$$y(t) = \sum_{n=0}^{\infty} k^n x(t - nt_0)$$

untuk input $x(t) = x_0 r\left[\frac{t}{\tau}\right]$ diperoleh :

$$y(t) = \sum_{n=0}^{\infty} k^n x_0 r\left(\frac{t - nt_0}{\tau}\right)$$



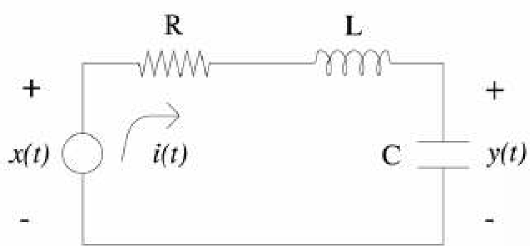
0 < k < 1 k = 1 k > 1



-1 < k < 0 k = -1 k < -1

1.5. Contoh – contoh sistem

(a) Rangkaian RLC



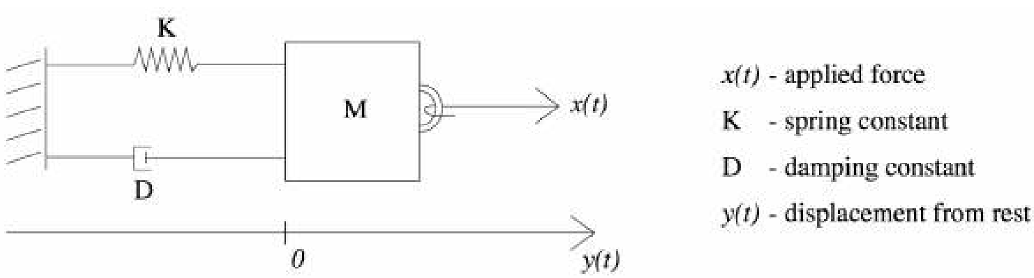
$$\mathrm{R}\; i(t) + \mathrm{L}\frac{di(t)}{dt} + y(t) = x(t)$$

$$i(t) = \mathrm{C}\frac{dy(t)}{dt}$$

$$\Downarrow$$

$$\mathrm{LC}\frac{d^2y(t)}{dt^2} + \mathrm{RC}\frac{dy(t)}{dt} + y(t) = x(t)$$

(b) Sistem Mekanik



Force Balance:

$$\mathrm{M}\frac{d^2y(t)}{dt^2} = x(t) - \mathrm{K}y(t) - \mathrm{D}\frac{dy(t)}{dt}$$

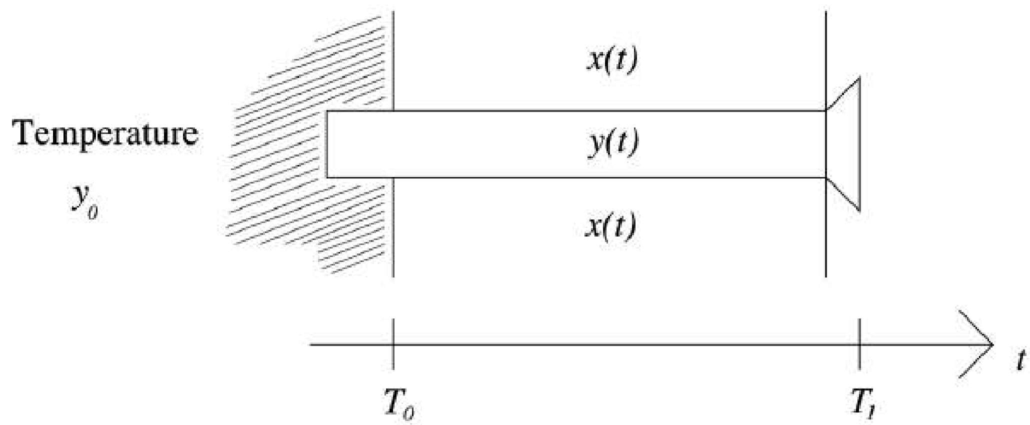
$$\Downarrow$$

$$\mathrm{M}\frac{d^2y(t)}{dt^2} + \mathrm{D}\frac{dy(t)}{dt} + \mathrm{K}y(t) = x(t)$$

Beberapa sistem fisik dapat dimodelkan dengan persamaan matematik yang sama

(c) Sistem Termal

Cooling Fin in Steady State



t = distance along rod

$y(t)$ = Fin temperature as function of position

$x(t)$ = Surrounding temperature along the fin

$$\begin{aligned} \frac{d^2y(t)}{dt^2} &= k[y(t) - x(t)] \\ y(T_0) &= y_0 \\ \frac{dy}{dt}(T_1) &= 0 \end{aligned}$$

1.6. Sifat-sifat sistem (Kausalitas, Linieritas, bervariasi terhadap waktu)

Beberapa sistem yang berbeda memiliki sifat-sifat yang umum dan sifat-sifat ini menentukan analisis dan sifat-sifat yang lain. Misal sistem linier akan menghasilkan output yang memiliki superposisi untuk rentang input yang luas.

1.6.1. Kausalitas (Causality)

Sebuah sistem bersifat kausal jika output tidak mengantisipasi nilai input yang akan datang. Jadi suatu output yang muncul hanya bergantung terhadap nilai input yang masuk saat itu saja. Semua sistem waktu nyata (realtime) adalah kausal karena waktu yang berjalan maju. Efek muncul setelah akibat. Bayangkan jika suatu terdapat sistem non kausal yang tergantung pada harga saham besok hari. Sifat kausal tidak dimiliki oleh sistem yang bervariasi secara spasial (ruang), perekaman suara.

Secara matematik sistem kausal dapat dinyatakan dengan persamaan berikut :
Sebuah sistem yang memetakan sinyal input ke output ($x(t) \rightarrow y(t)$) adalah kausal jika

$x_1(t) \rightarrow y_1(t)$ $x2(t) \rightarrow y_1(t)$

dan

$x_1(t) = x_2(t)$ untuk semua $t \leq t_0$

maka

$y_1(t) = y_2(t)$ untuk semua $t \leq t_0$

CAUSAL OR NONCAUSAL

$y(t) = x^2(t-1)$

E.g. $y(5)$ depends on $x(4)$ ... causal

$y(t) = x(t+1)$

E.g. $y(5) = x(6), y$ depends on future $\Rightarrow$ noncausal

$y[n] = x[-n]$

E.g. $y[5] = x[-5]$ ok, but

$y[-5] = x[5], y$ depends on future $\Rightarrow$ noncausal

$y[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} x^3[n-1]$

E.g. $y[5]$ depends on $x[4]$ ... causal

1.6.2. Tidak Bergantung Waktu (*time-invariant*)

Suatu sistem tidak bergantung waktu (*time-invariant*) jika sifatnya tidak bergantung pada berapun waktunya. Sistem yang memiliki sifat tidak tergantung waktu sering juga disebut sistem stasioner. Secara matematika diskrit sebuah sistem yang memetakan input ke output ($x[n] \rightarrow y[n]$) adalah time-invariant untuk semua input $x[n]$ dan semua pergeseran waktu n_0. Jika

$x[n] \rightarrow y[n]$

maka

$x[n-n_0] \rightarrow y[n-n_0]$

Demikian juga untuk sistem dengan waktu kontinu:
Jika

$x(t) \rightarrow y(t)$

maka

$x(t-t_0) \rightarrow y(t-t_0)$

TIME-INVARIANT OR TIME-VARYING ?

$$y(t) = x^2(t+1)$$

TI

$$y[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} x^3[n-1]$$

Time-varying (NOT time-invariant)

Jika input pada suatu sistem time-invariant adalah periodik maka outputnya adalah juga periodik dengan perioda yang sama dengan input

"Proof": Suppose $x(t+T) = x(t)$

and $x(t) \rightarrow y(t)$

Then by TI

$$x(t+T) \rightarrow y(t+T).$$

These are the same input!

So these must be the same output, i.e., $y(t) = y(t+T)$

1.6.3. Sistem linier dan non linier

Banyak sistem yang non linier. Misalnya sistem rangkaian dioda, termistor, dinamika pesawat terbang, respon telinga manusia, model ekonometrik. Tetapi umumnya fokus pada analisa sistem pada sistem yang liner saja untuk tingkat strata satu. Mengapa demikian karena beberapa alasan yaitu :

a. Model linier merepresentasikan keakuratan dari beberapa sifat sistem. Misal resistor linier, kapasitor,
b. Mudah mengamati perubahan dari pengaruh sinyal yang kecil disekitar titik kerja
c. Sistem linier mudah untuk ditelusuri, memberikan dasar pengamatan yang mudah dan jelas

Suatu sistem kontinu disebut linier jika memiliki sifat superposisi:
Jika

$$x_1(t) \rightarrow y_1(t) \text{ dan } x_2(t) \rightarrow y_2(t)$$

maka

$$ax_1(t) + bx_2(t) \rightarrow ay_1(t) + by_2(t)$$