UKURAN SIMPANGAN DAN UKURAN VARIASI

Ukuran simpangan:
- Rentang
- Rentang antar kuartil
- Simpangan kuartil
- Rata-rata simpangan

Ukuran Variasi:
- Varians
- Simpangan baku
- Angka Baku
- Koefisien Variasi

Ukuran Simpangan

a. **Rentang** , $R = \text{data terbesar - data terkecil}$
   Semakin kecil simpangan semakin homogen datanya
b. **Rentang Antar Kuartil**, $RAK = K_3 - K_1$
   Contoh:

Kelas	f
31-40	2
41-50	3
51-60	5
61-70	14
71-80	24
81-90	20
91-100	12
Jumlah	80

$\mathrm{K}_1 = 67.64$ dan $\mathrm{K}_3 = 86.5$
Maka $RAK = 86.5 - 67.64 = 18.86$

c. **Simpangan Kuartil**, $SK = \frac{1}{2}(K_3 - K_1)$
d. **Rata-rata Simpangan**, **RS**
   <u>**Untuk data tunggal**</u>

$$RS = \frac{\sum_{i=1}^{n} |x_i - \bar{x}|}{n}$$

   Contoh: 8, 7, 10, 11
   Jawab: untuk data tersebut memiliki rata-rata: $\bar{x} = \frac{8+7+10+11}{4} = 9$

x_i	$x_i - \bar{x}$	$\lvert x_i - \bar{x}\rvert$
8	-1	1
7	-2	2
10	1	1
11	2	2

$$RS = \frac{1+2+1+2}{4} = 1.5$$

   <u>**Untuk Data Kelompok**</u>

$$RS = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i |x_i - \bar{x}|}{n}$$

   Dengan
   $n = \sum f_i$
   x_i = nilai tengah kelas
   $\bar{x}$ = rata-rata

Contoh:

Kelas	f	x_i	$\lvert x_i - \bar{x}\rvert$	$f_i\lvert x_i - \bar{x}\rvert$
31-40	2	35.5	40.375	80.75
41-50	3	45.5	30.375	91.125
51-60	5	55.5	20.375	101.875
61-70	14	65.5	10.375	145.25
71-80	24	75.5	0.375	9
81-90	20	85.5	9.625	192.5
91-100	12	95.5	19.625	235.5
Jumlah	80			856

$\bar{x} = 75.875$

Berdasarkan tabel di atas didapat: $\sum f_i\lvert x_i - \bar{x}\rvert = 856$ dan $n = 80$. Maka

$$RS = \frac{856}{80} = 10.7$$

Ukuran Variasi

a. Varians

Untuk populasi berukuran N dan rata-ratanya μ maka variansnya

$$\sigma^2 = \frac{\sum(x_i - \mu)^2}{N}$$

Ukuran-ukuran yang diperoleh dari populasi disebut **parameter.**

Untuk sampel berukuran n dan rata-ratanya $\bar{x}$ maka variansnya

$$s^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

Ukuran-ukuran yang diperoleh dari sampel disebut **statistik.**

Contoh:Berapakah varians dari 5, 7, 1, 2, 4 dengan rata-rata $\bar{x} = 3.8$?

x_i	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$
5	1.2	1.44
7	3.2	10.24
1	-2.8	7.84
2	-1.8	3.24
4	0.2	0.04

$\bar{x} = \frac{5+7+1+2+4}{5} = \frac{19}{5} = 3.8$

Berdasarkan tabel di atas didapat: $\sum(x_i - \bar{x})^2 = 22.8$ dan n = 5

Maka $s^2 = \frac{22.8}{4} = 5.7$

Jika data sampel tidak diketahui rata-ratanya maka formula varians:

$$s^2 = \frac{n\sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}{n(n-1)}$$

Contoh: Berapakah varians dari 5, 7, 1, 2, 4?

x_i	x_i^2
5	25
7	49
1	1
2	4
4	16
19	95

Berdasarkan tabel di samping diperoleh: n = 5, $\sum x_i^2 = 95$ dan $\sum x_i = 19$. Maka variansnya

$$s^2 = \frac{5(95) - (19)^2}{5(4)} = \frac{114}{20} = 5.7$$

Data Kelompok

$$s^2 = \frac{\sum f_i \, (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

Dengan
x_i = nilai tengah kelas ke-i
$\bar{x}$ = rata-rata hitung
$n = \sum f_i$

Contoh:

Kelas	f	x_i	$x_i - \bar{x}$	$f_i(x_i - \bar{x})^2$
31-40	2	35.5	-40.375	3260.28
41-50	3	45.5	-30.375	2767.92
51-60	5	55.5	-20.375	2075.7
61-70	14	65.5	-10.375	1506.97
71-80	24	75.5	-0.375	3.38
81-90	20	85.5	9.625	1852.81
91-100	12	95.5	19.625	4621.69
Jumlah	80			16088.75

$\bar{x} = 75.875$

Berdasarkan tabel di atas diperoleh: n = 80 dan $\sum f_i \, (x_i - \bar{x})^2 = 16088.75$
Maka diperoleh: $s^2 = \frac{16088.75}{79} = 203.66$

Untuk data kelompok yang rata-ratanya belum diketahui formula varians dapat menggunakan

$$s^2 = \frac{n \sum f_i x_i^2 - (\sum f_i x_i)^2}{n(n-1)}$$

Dengan
x_i = nilai tengah kelas ke-i
$n = \sum f_i$

Contoh:

Kelas	f	x_i	$f_i x_i$	$f_i x_i^2$
31-40	2	35.5	71	2520.5
41-50	3	45.5	136.5	6210.75
51-60	5	55.5	277.5	15401.25
61-70	14	65.5	917	60063.5
71-80	24	75.5	1812	136806
81-90	20	85.5	1710	146205
91-100	12	95.5	1146	109443
Jumlah	80		6070	476650

Berdasarkan tabel di atas diperoleh: n = 80, $\sum f_i x_i^2 = 476650$dan $\sum f_i x_i = 6070$.
Maka diperoleh: $s^2 = \frac{80(476650)-(6070)^2}{80(79)} = \frac{1287100}{6320} = 203.66$

Untuk data kelompok yang panjang kelasnya sama untuk formula variansnya menjadi:

$$s^2 = p^2 \left(\frac{n \sum f_i c_i^2 - (\sum f_i c_i)^2}{n(n-1)} \right)$$

Dengan
c_i = kode kelas ke-i (pengkodean sama sewaktu menentukan rata-rata hitung)
$n = \sum f_i$

p = panjang kelas

Contoh:

Kelas	f	c_i	f_ic_i	$f_ic_i^2$
31-40	2	-4	-8	32
41-50	3	-3	-9	27
51-60	5	-2	-10	20
61-70	14	-1	-14	14
71-80	24	0	0	0
81-90	20	+1	20	20
91-100	12	+2	24	48
Jumlah	80		3	161

Berdasarkan tabel di atas diperoleh: p = 10, n = 80, $\sum f_ic_i^2 = 161$ dan $\sum f_ic_i = 3$

Maka diperoleh: $s^2 = 10^2\left(\frac{80(161)-(3)^2}{80(79)}\right) = 203.66$

Untuk data yang terdiri dari jumlah sampel $(n_1, n_2, \ldots, n_k)$ dan simpangan bakunya $(s_1, s_2, \ldots, s_k)$ maka varians gabungannya:

$$s_{gab}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{k}(n_i - 1)s_i^2}{\left(\sum_{i=1}^{k} n_i\right) - k}$$

Contoh:

Misal $n_1 = 45 \text{ dengan } s_1 = 10,$ $n_2 = 48 \text{ dengan } s_2 = 18,$ dan $n_3 = 50 \text{ dengan } s_3 = 12.$ Berapakah varians gabungannya?

Jawab:

$$s_{gab}^2 = \frac{(45-1)(10^2) + (48-1)(18^2) + (50-1)(12^2)}{(45+48+50)-3} = \frac{26684}{140} = 190.6$$

b. Simpangan Baku, s, (akar positif dari varians)

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

Contoh: Untuk data kelompok di atas dengan varians $s^2 = 203.66$, maka simpangan bakunya $s = \sqrt{203.66} = 14.27$

c. Angka Baku (z), mengukur perbedaan nilai observasi dengan $\bar{x}$ per simpangannya baku)

$$z_i = \frac{x_i - \bar{x}}{s}$$

Contoh:

A mendapat nilai 86 pada ujian akhir Matematika, di mana rata-rata dan simpangan baku kelompok masing-masing 78 dan 10. Padas ujian akhir Statistika di mana rata-rata kelompok 84, dan simpangan baku kelompok 18, A mendapat nilai 92. Dalam mata ujian manakah A mencapai kedudukan yang lebih baik?

Jawab:

$z_{Mat} = \frac{86-78}{10} = 0.8$

$z_{stat} = \frac{92-84}{12} = 0.44$

Harga z ini menunjukkan bahwa, A mendapatkan 0,8 s di atas rata-rata nilai Matematika dan 0,44 s di atas rata-rata nilai Statistika. Berarti kedudukan A lebih tinggi dalam Matematika.

Untuk rata-rata = $\overline{x_0}$, simpangan baku s_0 didapat angka baku dengan rumus:

$$z_i = \overline{x_0} + s_0\left(\frac{x_i - \bar{x}}{s}\right)$$

d. Koefisen Variasi

Definisi: Jika dari sebuah sampel dihitung $\bar{x}$ dan s, maka koefisien variasi didefinisikan sebagai formula berikut:

$$KV = \frac{s}{\bar{x}} \times 100\%$$

Kategori tafsiran KV:

No	Kategori (%)	Interpretasi KV
1	45 atau lebih	Sangat heterogen
2	40 – 44	Heterogen
3	30 – 39	Normal
4	25 – 29	Homogen
5	Kurang dari 25	Sangat homogen

Contoh:

Menurut sensus pendapatan perbulan di Malaysia setara dengan Rp. 5000000,00 dengan simpangan baku Rp. 3000000,00. Di Indonesia rata-rata Rp. 4000000,00 dengan simpangan baku Rp. 2000000,00. Tunjukkanlah secara statistik negara mana yang lebih merata pendapatannya.

Jawab:

Malaysia: $KV = \frac{3000000}{5000000} \times 100\% = 60\%$

Indonesia : $KV = \frac{2000000}{4000000} \times 100\% = 50\%$

Jadi yang lebih merata adalah Indonesia, sebab makin kecil koefisien variasi makin seragam/homogen pendapatan.

Tambahan

Teorema Tchebysheff

Misal $k \geq 1$ dan sebuah himpunan sampel berukuran n, setidaknya ada $\left[1 - \left(1/_{k^2}\right)\right]$ hasil percobaan yang akan berada diantara $k\sigma$ dari rata-rata.

Misal

k	$1 - \left(1/_{k^2}\right)$
1	1-1=0
2	$1 - 1/4 = 3/4$
3	$1 - 1/9 = 8/9$

Artinya

- Setidaknya tidak ada data yang berada di interval $\mu - \sigma$ sampai $\mu + \sigma$
- Setidaknya $3/4$ data berada interval $\mu - 2\sigma$ sampai $\mu + 2\sigma$
- Setidaknya $8/9$ data berada interval $\mu - 3\sigma$ sampai $\mu + 3\sigma$

Contoh:

Rata-rata dan varians dari sebuah sampel dengan n = 25 secara berturut-turut adalah 75 dan 100. Gunakan Teorema Tchebysheff untuk mendefiniskan data tersebut

Jawab

Diketahui $\bar{x} = 75$ dan $s^2 = 100$. Maka simpangan bakunya = 10. Distribusi data dipusat sekitar $\bar{x} = 75$ dan menurut teorema Tchebysheff:

- Setidaknya $3/4$ data berada interval $\bar{x} \pm 2s = 75 \pm 2(10)$yaitu antara 55 sampai 95
- Setidaknya $8/9$ data berada interval $\bar{x} \pm 3s = 75 \pm 3(10)$yaitu antara 45 sampai 105

Daftar Pustaka

Mendenhall, W., Beaver, R., Beaver, B. 2006. *Introduction to Probability and Statistics*. USA: Thomson Brooks/Cole

Panggabean, Luhut. 2000. *Statistika Dasar*. Bandung: UPI

Sudjana. 2005. *Metode Statistika*. Bandung: Tarsito