# PENGUJIAN HIPOTESIS

**A. Langkah-langkah pengujian hipotesis**

Hipotesis adalah asumsi atau dugaan mengenai sesuatu. Jika hipotesis tersebut tentang nilai-nilai parameter maka hipotesis itu disebut *hipotesis statistik*.

Jika hasil yang didapat dari penelitian terhadap sampel acak, dalam pengertian peluang, jauh berbeda dari hasil yang diharapkan terjadi berdasarkan hipotesis, maka *hipotesis ditolak*. Jika terjadi sebaliknya, *hipotesis diterima*.

Dalam melakukan pengujian hipotesis, ada dua macam kekeliruan yang dapat terjadi, dikenal dengan nama-nama:

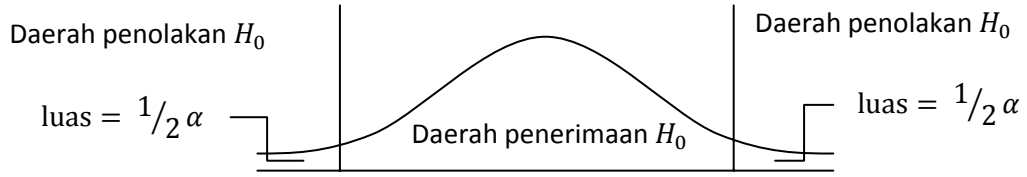
1. Kekeliruan tipe I: ialah menolak hipotesis yang seharusnya diterima
2. Kekeliruan tipe II: ialah menerima hipotesis yang seharusanya ditolak.

Agar penelitian dapat dilakukan maka kedua tipe kekeliruan itu kita nyatakan dalam peluang. Peluang membuat kekeliruan tipe I biasa dinyatakan dengan $\alpha$ dan peluang kekeliruan tipe II dinyatakan $\beta$.

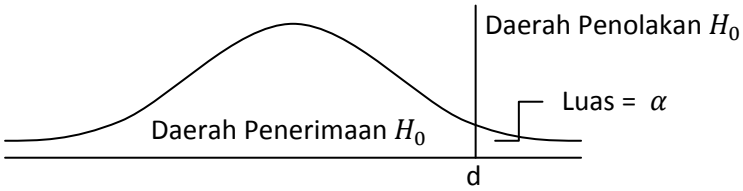
Langkah-langkah pengujian hipotesis:

1. Perumusan hipotesis
   Perumusan hipotesis dilakukan dengan dua macam, yaitu hipotesis awal, $H_0$, dan hipotesis alternatif, $H_1$. Pengujian hipotesis dapat dilakukan dengan uji satu pihak atau uji dua pihak.
   Pengujian hipotesis uji satu pihak:
   $H_0: X = Y$
   $H_1: X < Y$
   Atau
   $H_0: X = Y$
   $H_1: X > Y$
   Pengujian hipotesis uji dua pihak:
   $H_0: X = Y$
   $H_1: X \neq Y$

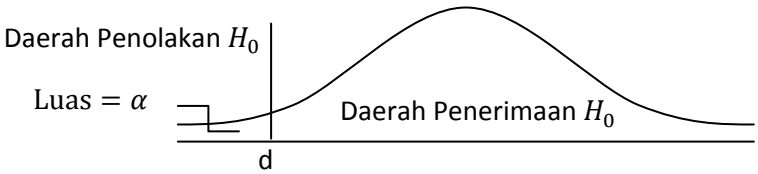
2. Menentukan distribusi yang akan digunakan, apakah z, t, $\chi^2$, F atau yang lain.
3. Penentuan daerah penolakan hipotesis (daerah kritis)
4. Pilih taraf nyata, $\alpha$, atau yang disebut juga *ukuran daerah kritis*.
   Jika uji dua pihak maka luas daerah kritis atau daerah penolakan pada tiap ujung adalah $1/2\,\alpha$.



Jika uji satu pihak maka luas daerah kritis atau daerah penolakan adalah $\alpha$.
Jika
$H_0: X = Y$
$H_1: X > Y$




Jika
$H_0: X = Y$
$H_1: X < Y$




Harga d didapat dari daftar distribusi yang bersangkutan dengan peluang yang ditentukan oleh $\alpha$, yang menjadi batas antara daerah kritis dan daerah penerimaan $H_0$.

5. Menentukan nilai statistik
6. Menarik sebuah kesimpulan

**B. Menguji rata-rata**

**1. Uji dua pihak**

Misal populasi berdistribusi normal dengan rata-rata $\mu$ dan simpangan baku $\sigma$. Akan diuji mengenai parameter rata-rata $\mu$. Diambil sampel acak berukuran n, lalu nilai statistik berupa rata-rata $\bar{x}$ dan simpangan baku s. Maka pengujian hipotesis:

a. $\sigma$ diketahui

Untuk pasangan hipotesis $\begin{cases} H_0 : \mu = \mu_0 \\ H_1 : \mu \neq \mu_0 \end{cases}$

Dengan $\mu_0$ sebuah harga yang diketahui, digunakan statistik:

$$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$$

$H_0$ diterima jika $-z_{1/2(1-\alpha)} < z < z_{1/2(1-\alpha)}$ dengan $z_{1/2(1-\alpha)}$ didapat dari daftar normal baku dengan peluang $1/2\,(1-\alpha)$. Dalam hal lainnya, $H_0$ ditolak.

**Contoh:**

Pengusaha lampu pijar A mengatakan bahwa lampunya bisa tahan pakai sekitar 800 jam. Akhir-akhir ini timbul dugaan bahwa masa pakai lampu telah berubah. Untuk menentukan hal ini, dilakukan penelitian dengan jalan menguji 50 lampu. Ternyata rata-ratanya 792 jam. Dari pengalaman, diketahui bahwa simpangan baku masa hidup lampu 60 jam. Selidikilah dengan taraf nyata 0,05 apakah kualitas lampu itu sudah berubah atau belum.

**Jawab:**

1. Perumusan hipotesis
   $\begin{cases} H_0 : \mu = 800\text{jam, berarti lampu itu masa pakainya sekitar 800 jam.} \\ H_1 : \mu \neq 800 \text{ jam, beararti kualitas lampu sudah berubah, bukan 800 jam lagi} \end{cases}$
2. Karena sampel acak yang diambil cukup banyak maka distribusi normal yang digunakan.
3. Pengujian dua pihak
4. Taraf nyata $\alpha = 0{,}05$, maka $-z_{1/2(1-0{,}05)} < z < z_{1/2(1-0{,}05)} \leftrightarrow -1{,}96 < z < 196$
5. Nilai statistik: $z = \frac{792-800}{60/\sqrt{50}} = -0{,}94$
6. Kesimpulan: $z_{\text{hit}} = -0{,}94$, ada dalam daerah penerimaan $H_0$. Dalam taraf nyata 0,05, $H_0$ diterima artinya rata-rata masa pakai lampu masih sekitar 800 jam.

b. $\sigma$ tidak diketahui

Untuk pasangan hipotesis $\begin{cases} H_0 : \mu = \mu_0 \\ H_1 : \mu \neq \mu_0 \end{cases}$

Karena simpangan baku tidak diketahui maka ditaksir dengan nilai simpangan baku, s, yang dihitung dari sampel. Maka statistik yang digunakan:

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}}$$

Dengan dk = n – 1. Maka $H_0$ diterima jika $-t_{1-1/2\alpha} < t < t_{1-1/2\alpha}$ dengan $t_{1-1/2\alpha}$ didapat dari daftar distribusi t dengan peluang $1 - 1/2\,\alpha$ dan dk = n – 1.

**Contoh:**

Untuk contoh di atas, jika simpangan baku populasinya tidak diketahui, dan didapat dari sampel didapat $s = 55$ jam.

**Jawab:**

1. Perumusan hipotesis
   $\begin{cases} H_0 : \mu = 800\text{jam, berarti lampu itu masa pakainya sekitar 800 jam.} \\ H_1 : \mu \neq 800 \text{ jam, beararti kualitas lampu sudah berubah, bukan 800 jam lagi} \end{cases}$
2. Statistik uji: t.
3. Pengujian dua pihak
4. Taraf nyata $\alpha = 0{,}05$, maka $-t_{1-1/2\alpha} < t < t_{1-1/2\alpha} \leftrightarrow -2{,}011 < t < 2{,}011$
5. Nilai statistik: t= $\frac{792-800}{55/\sqrt{50}} = -1{,}029$
6. Kesimpulan: $t = -1{,}029$, ada dalam daerah penerimaan $H_0$. Dalam taraf nyata 0,05, $H_0$ diterima artinya rata-rata masa pakai lampu masih sekitar 800 jam.

**2. Uji satu pihak**

Misal populasi berdistribusi normal dengan rata-rata $\mu$ dan simpangan baku $\sigma$. Akan diuji mengenai parameter rata-rata $\mu$. Diambil sampel acak berukuran n, lalu nilai statistik berupa rata-rata $\bar{x}$ dan simpangan baku s. Maka pengujian hipotesis:

a. $\sigma$ diketahui

1. Untuk pasangan hipotesis $\begin{cases} H_0 : \mu = \mu_0 \\ H_1 : \mu > \mu_0 \end{cases}$

Dengan $\mu_0$ sebuah harga yang diketahui, digunakan statistik:

$$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$$

$H_0$ ditolak jika $z \geq z_{0,5-\alpha}$ dengan $z_{0,5-\alpha}$ didapat dari daftar distribusi normal baku menggunakan peluang $(0,5 - \alpha)$.

**Contoh:**

Proses pembuatan barang rata-rata menghasilkan 15,7 unit per jam. Hasil produksi mempunyai varians = 2,3. Metode baru diusulkan untuk mengganti yang lama jika rata-rata per jam menghasilkan paling sedikit 16 buah. Untuk menentukan apakah metode diganti atau tidak, metode baru dicoba 20 kali dan ternyata rata-rata per jam menghasilkan 16,9 buah.

Pengusaha bermaksud mengambil resiko 5% untuk menggunakanmetode baru apabila metode ini rata-rata menghasilkan lebih dari 16 buah. Apakah keputusan si pengusaha?

**Jawab:**

1. Menentukan hipotesis:
   $\begin{cases} H_0 : \mu = 16 \\ H_1 : \mu > 16 \end{cases}$
2. Statistik uji: z
3. Pengujian satu pihak
4. Taraf nyata $\alpha = 0{,}05$, maka $z \geq z_{0,5-0,05} \leftrightarrow z \geq 1{,}64$
5. Nilai statistik: $z = \frac{16{,}9-16}{\sqrt{2{,}3/20}} = 2{,}65$
6. Kesimpulan $z_{\text{hit}} = 2{,}65$, ada dalam daerah penolakan $H_0$. Dalam taraf nyata 0,05, $H_0$ ditolak artinya metode baru dapat menggantikan metode baru.

2. Untuk pasangan hipotesis $\begin{cases} H_0 : \mu = \mu_0 \\ H_1 : \mu < \mu_0 \end{cases}$

Dengan $\mu_0$ sebuah harga yang diketahui, digunakan statistik:

$$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$$

$H_0$ ditolak jika $z \leq -z_{0,5-\alpha}$ dengan $z_{0,5-\alpha}$ didapat dari daftar distribusi normal baku menggunakan peluang $(0,5 - \alpha)$.

b. $\sigma$ tidak diketahui

1. Untuk pasangan hipotesis $\begin{cases} H_0 : \mu = \mu_0 \\ H_1 : \mu > \mu_0 \end{cases}$

Karena simpangan baku tidak diketahui maka ditaksir dengan nilai simpangan baku, s, yang dihitung dari sampel. Maka statistik yang digunakan:

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}}$$

Dengan dk = n – 1 dengan peluang (1 – $\alpha$). Maka $H_0$ ditolak jika $t \geq t_{1-\alpha}$ .

**Contoh:**

Dikatakan bahwa dengan menyuntikan semacam horman tertentu kepada ayam akan menambah berat telurnya rata-rata 4,5 gr. Sampel acak yang terdiri atas 31 butir telur dari ayam yang telah diberi suntikan hormon tersebut memberikan rata-rata bert 4,9 gr dan simpangan baku s = 0,8gr. Cukup beralasankah untuk menerima pernyataan bahwa pertambahan rata-rata berat telur paling sedikit 4,5gr?

**Jawab:**

1. Menentukan hipotesis:
   $\begin{cases} H_0 : \mu = 4{,}5 \\ H_1 : \mu > 4{,}5 \end{cases}$
2. Statistik uji: t
3. Pengujian satu pihak
4. Taraf nyata $\alpha = 0{,}01$, maka $t \geq t_{1-0{,}01} \leftrightarrow t \geq 2{,}46$
5. Nilai statistik: t= $\frac{4{,}9-4{,}5}{0{,}8/\sqrt{31}} = 2{,}78$
6. Kesimpulan $t_{\text{hit}} = 2{,}78$, ada dalam daerah penolakan $H_0$. Dalam taraf nyata 0,01, $H_0$ ditolak artinya maka rata-rata berat telur naik paling sedikit 4,5.

2. Untuk pasangan hipotesis $\begin{cases} H_0 : \mu = \mu_0 \\ H_1 : \mu > \mu_0 \end{cases}$

Karena simpangan baku tidak diketahui maka ditaksir dengan nilai simpangan baku, s, yang dihitung dari sampel. Maka statistik yang digunakan:

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}}$$

Dengan dk = n – 1 dengan peluang (1 – $\alpha$). Maka $H_0$ ditolak jika $t \leq -t_{1-\alpha}$ .

## C. Menguji proporsi

### 1. Uji Dua Pihak

Misal populasi berdistribusi binom dengan proporsi kejadian A = $\pi$. Berdasarkan sebuah sampel acak yang diambil dari populasi itu dihitung proporsi sampel untuk kejadian sebesar $x/n$, akan diuji mengenai uji dua pihak:

$$\begin{cases} H_0 : \pi = \pi_0 \\ H_1 : \pi \neq \pi_0 \end{cases}$$

Dengan $\pi_0$ diketahui. Dengan menggunakan pendekatan oleh distribusi normal, maka pengujian ini digunakan statistik z yang rumusnya:

$$z = \frac{x/n - \pi_0}{\sqrt{\pi_0(1-\pi_0)/n}}$$

$H_0$ diterima jika $-z_{1/2(1-\alpha)} < z < z_{1/2(1-\alpha)}$ dengan $z_{1/2(1-\alpha)}$ didapat dari daftar normal baku dengan peluang $1/2\,(1-\alpha)$. Dalam hal lainnya, $H_0$ ditolak.

**Contoh:**

Kita ingin menguji bahwa distribusi jenis kelamin laki-laki dan jenis kelamin perempuan adalah sama. Sebuah sampel acak terdiri atas 4.800 orang mengandung 2.458 laki-laki. Dalam taraf nyata 0,05, betulkah distribusi kedua jenis kelamin itu sama?

**Jawab:**

1. Menentukan hipotesis
   Jika $\pi$ = peluang terdapat laki-laki, maka akan diuji pasangan hipotesis:
   $$\begin{cases} H_0 : \pi = 1/2 \\ H_1 : \pi \neq 1/2 \end{cases}$$
2. Statistik uji: z

3. Pengujian dua pihak
4. Taraf nyata $\alpha = 0{,}05$, maka $-z_{1/2(1-\alpha)} < z < z_{1/2(1-\alpha)} \leftrightarrow -1{,}96 < z < 1{,}96$
5. Menentukan nilai statistik: $z = \frac{2.458/4.800 - 0{,}5}{\sqrt{(0{,}5)(0{,}5)/4.800}} = 1{,}68$
6. Kesimpulan $z_{\text{hit}} = 1{,}68$, ada dalam daerah penerimaan $H_0$. Dalam taraf nyata 0,05, $H_0$ diterima artinya peluang adanya laki-laki dan perempuan sama besar.

**2. Uji Satu Pihak**

Misal populasi berdistribusi binom dengan proporsi kejadian A = $\pi$. Berdasarkan sebuah sampel acak yang diambil dari populasi itu dihitung proporsi sampel untuk kejadian sebesar $x/n$, akan diuji mengenai uji satu pihak:

$$\begin{cases} H_0 : \pi = \pi_0 \\ H_1 : \pi > \pi_0 \end{cases}$$

Dengan $\pi_0$ diketahui. Dengan menggunakan pendekatan oleh distribusi normal, maka pengujian ini digunakan statistik z yang rumusnya:

$$z = \frac{x/n - \pi_0}{\sqrt{\pi_0(1-\pi_0)/n}}$$

$H_0$ ditolak jika $z \geq z_{0,5-\alpha}$ dengan $z_{0,5-\alpha}$ didapat dari daftar normal baku dengan peluang $(0{,}5 - \alpha)$. Dalam hal lainnya, $H_0$ diterima.

Uji pihak kiri:

$$\begin{cases} H_0 : \pi = \pi_0 \\ H_1 : \pi < \pi_0 \end{cases}$$

Dengan $\pi_0$ diketahui. Dengan menggunakan pendekatan oleh distribusi normal, maka pengujian ini digunakan statistik z yang rumusnya:

$$z = \frac{x/n - \pi_0}{\sqrt{\pi_0(1-\pi_0)/n}}$$

$H_0$ ditolak jika $z \leq -z_{0,5-\alpha}$ dengan $z_{0,5-\alpha}$ didapat dari daftar normal baku dengan peluang $(0{,}5 - \alpha)$. Dalam hal lainnya, $H_0$ diterima.

**Contoh:**

Seorang pejabat mengatakan bahwa paling banyak 60% anggota masyarakat termasuk golongan A. Sebuah sampel acak telah diambil yang terdiri atas 8.500 orang dan ternyata 5.426 termasuk golongan A. Apabila $\alpha = 0{,}01$, benarkah pernyataan tersebut?

**Jawab:**

1. Menentukan Hipotesis:

$$\begin{cases} H_0 : \pi = 0{,}6 \\ H_1 : \pi > 0{,}6 \end{cases}$$

2. Uji statistik : z
3. Pengujian satu pihak
4. Taraf nyata $\alpha = 0{,}01$, maka $z \geq z_{0,5-\alpha} \leftrightarrow z \geq 2{,}33$
5. Nilai statistik: $z = \frac{5.426/8.500 - 0{,}6}{\sqrt{(0{,}6)(0{,}4)/8.500}} = 2{,}79$
6. Kesimpulan $z_{\text{hit}} = 2{,}79$, ada dalam daerah penolakan $H_0$. Dalam taraf nyata 0,01, $H_0$ ditolak artinya persentase anggota masyarakat golongan A sudah melampaui 60%.

## D. Menguji varians

Misal populasi berdistribusi normal dengan rata-rata $\mu$ dan varians $\sigma^2$. Akan diuji mengenai parameter rata-rata $\mu$. Diambil sampel acak berukuran n, lalu nilai statistik berupa rata-rata $\bar{x}$ dan varians $s^2$. Pengujian hipotesis:

### 1. Uji Dua Pihak

Pasangan hipotesis:

$$\begin{cases} H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2 \\ H_1 : \sigma^2 \neq \sigma_0^2 \end{cases}$$

Untuk menguji hipotesis ini digunakan statistik chi-kuadrat:

$$\chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2}$$

Jika dalam pengujian dipakai taraf nyata $\alpha$, maka kriteria pengujian adalah: terima $H_0$ jika $\chi^2_{1/2\alpha} < \chi^2 < \chi^2_{1-1/2\alpha}$ dimana $\chi^2_{1/2\alpha}$ dan $\chi^2_{1-1/2\alpha}$ didapat dari daftar distribusi chi-kuadrat dengan dk = (n – 1) dan masing-masing dengan peluang $1/2\,\alpha$ dan $1 - 1/2\,\alpha$. Dalam hal lainnya $H_0$ ditolak.

**Contoh:**

Pengusaha lampu pijar A mengatakan bahwa lampunya bisa tahan pakai sekitar 800 jam. Akhir-akhir ini timbul dugaan bahwa masa pakai lampu telah berubah. Untuk menentukan hal ini, dilakukan penelitian dengan jalan menguji 50 lampu didapat s = 55. Ternyata rata-ratanya 792 jam. Dari pengalaman, diketahui bahwa simpangan baku masa hidup lampu 60 jam. Jika masa hidup lampu berdistribusi normal, benarkah $\sigma = 60$ jam dalam taraf nyata $\alpha = 0{,}05$?

**Jawab:**

1. Menentukan Hipotesis:

$$\begin{cases} H_0 : \sigma^2 = 3600 \\ H_1 : \sigma^2 \neq 3600 \end{cases}$$

2. Uji statistik : chi-kuadrat
3. Pengujian dua pihak
4. Taraf nyata: $\alpha = 0{,}05$, maka $\chi^2_{1/2\alpha} < \chi^2 < \chi^2_{1-1/2\alpha} \leftrightarrow 31{,}6 < \chi^2 < 70{,}19$
5. Nilai statistik: $\chi^2 = \frac{(50-1)(3.025)}{3600} = 41{,}174$
6. Kesimpulan $\chi^2_{\text{hit}} = 41{,}174$ ada dalam daerah penerimaan $H_0$. Dalam taraf nyata 0,05, $H_0$ diterima artinya $\sigma^2 = 3600$ jam.

### 2. Uji Satu Pihak

Dalam kenyataan sangat sering dikehendaki adanya varians yang berharga kecil. Untuk ini pengujian diperlukan dan akan merupakan uji pihak kanan:

$$\begin{cases} H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2 \\ H_1 : \sigma^2 > \sigma_0^2 \end{cases}$$

Kriteria pengujian: $H_0$ ditolak jika $\chi^2 \geq \chi^2_{1-\alpha}$ dengan $\chi^2_{1-\alpha}$ didapat dari daftar chi-kuadrat dengan dk = n – 1dan peluang $(1-\alpha)$. Dalam hal lainnya, $H_0$ diterima. Jika hipotesis 0 dan tandingannya menyebabkan uji pihak kiri, yakni pasangan:

$$\begin{cases} H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2 \\ H_1 : \sigma^2 > \sigma_0^2 \end{cases}$$

Maka hal yang sebaliknya akan terjadi mengenai kriteria pengujian, yaitu tolak $H_0$ jika $\chi^2 \leq \chi^2_\alpha$, dimana $\chi^2_\alpha$ didapat dari daftar chi-kuadrat dengan $dk = (n-1)$ dan peluang $\alpha$.

**Contoh:**

Proses pengisian semacam minuman ke dalam botol oleh mesin, paling tinggi mencapai varians 0,50 cc. Akhirn-akhir ini ada dugaan bahwa isi botol telah mempunyai variabilitas yang lebih besar. Diteliti 20 buah botol dan isinya ditakar. Ternyata sampel ini menghasilkan simpangan baku 0,90 cc. Dengan $\alpha = 0{,}05$, diperlukan mesin distel?

**Jawab:**

1. Menentukan Hipotesis:

$$\begin{cases} H_0 : \sigma^2 = 0{,}5 \\ H_1 : \sigma^2 > 0{,}5 \end{cases}$$

2. Uji statistik : chi kuadrat
3. Pengujian satu pihak
4. Taraf nyata $\alpha = 0{,}05$, maka dengan dk = 19 dan peluang 0,95 diperoleh $\chi^2 \geq \chi^2_{1-\alpha} \leftrightarrow \chi^2 \geq 30{,}1$
5. Nilai statistik: $\chi^2 = \frac{(20-1)(0{,}81)}{0{,}5} = 30{,}78$
6. Kesimpulan $\chi^2_{\text{hit}} = 30{,}78$ ada dalam daerah penolakan $H_0$. Maka $H_0$ ditolak artinya variasi isi botol telah menjadi lebih besar, sehingga dianjurkan untuk menyetel kembali mesin agar pengisian lebih merata.