

UKURAN GEJALA PUSAT DAN UKURAN LETAK

- Ukuran Gejala Pusat: - rata-rata hitung
 - Rata-rata ukur
 - Rata-rata harmonik
 - Modus

- Ukuran Letak : - Median
 - Kuartil

Ukuran Gejala Pusat

- a. **Rata-rata Hitung** adalah jumlah harga-harga variabel dibagi banyak harga-harga variabel tersebut.

Data Tunggal

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

dengan x_i adalah data ke-i
 n adalah banyak data

Contoh:

Sebuah sampel berukuran 10. Dari sampel tersebut diukur variabel X yang menyatakan skor-skor mata kuliah Statistika. Hasil pengukuran adalah sebagai berikut: 15, 25, 10, 65, 75, 90, 92, 70, 45, dan 55. Berapakah rata-rata hitung sampel itu?

Jawab:

$n=10, x_1 = 15, x_2 = 25, x_3 = 10, \dots, x_{10} = 55$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{10} x_i}{10} = \frac{15 + 25 + 10 + 65 + 75 + 90 + 92 + 70 + 45 + 55}{10} = \frac{542}{10} = 54.2$$

Rata-rata Hitung bobot

x_i	f_i
70	5
69	6
45	3
80	1
56	1

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{\sum_{i=1}^n f_i x_i}{\sum_{i=1}^n f_i} \\ &= \frac{(70 \times 5) + (69 \times 6) + (45 \times 3) + (80 \times 1) + (56 \times 1)}{16} = \frac{1035}{16} = 64.6 \end{aligned}$$

Rata-rata gabungan

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n n_i \bar{x}_i}{\sum_{i=1}^n n_i}$$

Contoh :

3 sub sampel masing-masing berukuran 10, 6 dan 8 sedangkan rata-ratanya masing-masing 145, 118, dan 162. Rata-rata gabungannya?

Jawab:

$$\bar{x} = \frac{(10 \times 145) + (6 \times 118) + (8 \times 162)}{24} = 143.9$$

Data Kelompok

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n f_i x_i}{\sum_{i=1}^n f_i}$$

Dengan

x_i adalah nilai tengah kelas ke-i

Contoh:

Kelas	f	x_i	$f_i x_i$
31-40	2	35.5	71
41-50	3	45.5	136.5
51-60	5	55.5	277.5
61-70	14	65.5	917
71-80	24	75.5	1812
81-90	20	85.5	1710
91-100	12	95.5	1146
Jumlah	80		6070

Dari tabel di atas didapat: $\sum_{i=1}^n f_i = 80$ dan $\sum_{i=1}^n f_i x_i = 6070$

Maka $\bar{x} = \frac{6070}{80} = 75.875$

Dengan cara coding (dapat dipakai jika panjang kelas sama):

$$\bar{x} = x_0 + p \left(\frac{\sum_{i=1}^n f_i c_i}{\sum_{i=1}^n f_i} \right)$$

Dengan

x_0 adalah nilai tengah kelas tebakan rata-rata (f terbesar)

p adalah panjang kelas

c_i adalah kode kelas

Contoh:

Kelas	f	c_i	$f_i c_i$
31-40	2	-4	-8
41-50	3	-3	-9
51-60	5	-2	-10
61-70	14	-1	-14
71-80	24	0	0
81-90	20	+1	20
91-100	12	+2	24
Jumlah	80		3

Dari tabel di atas didapat: $x_0 = 75.5$, $p=10$, $\sum_{i=1}^n f_i = 80$ dan $\sum_{i=1}^n f_i c_i = 3$

Maka $\bar{x} = 75.5 + 10 \left(\frac{3}{80} \right) = 75.875$

b. Rata-rata Ukur (Jika datanya yang berurutan tetap/hampir tetap, data tidak ada yang nol)

$$U = \sqrt[n]{x_1 \times x_2 \times \dots \times x_n}$$

dengan n adalah banyak data.

x_i adalah data ke-i

Contoh:

Rata-rata ukur untuk data $x_1 = 2$, $x_2 = 4$, dan $x_3 = 8$

Maka $U = \sqrt[3]{2 \cdot 4 \cdot 8} = 4$

Untuk bilangan yang besar maka formulanya berubah menjadi:

$$\log U = \frac{\sum_{i=1}^n \log x_i}{n}$$

Contoh: Hitunglah rata-rata dari bilangan-bilangan 25, 102, 354, dan 1610!

Jawab

$$\log U = \frac{\log 25 + \log 102 + \log 354 + \log 1610}{4} = \frac{9.16}{4} = 2.29$$

Maka $U = 10^{2.29} = 194.98$

Dalam bidang ekonomi, biologi dan kependudukan, laju rata-rata pertumbuhan digunakan formula yang mirip dengan rata-rata ukur, yaitu:

$$U = \sqrt[n]{\frac{P_n}{P_0}} - 1$$

Contoh

Pada tahun 1980 jumlah penduduk suatu daerah 1256760 orang dan pada tahun 1985 jumlahnya menjadi 1498332. Berapakah laju pertumbuhannya?

Jawab:

$n = 5$, $P_0 = 1256760$, dan $P_n = 1498332$

$$U = \sqrt[5]{\frac{1498332}{1256760}} - 1 = 0.036 \approx 3.6\%$$

Data Kelompok

$$\log U = \frac{\sum_{i=1}^n (f_i \log x_i)}{\sum_{i=1}^n f_i}$$

Dengan x_i adalah nilai tengah kelas

Contoh:

Kelas	f	x_i	$\log x_i$	$f_i \log x_i$
31-40	2	35.5	1.55	3.1
41-50	3	45.5	1.66	4.98
51-60	5	55.5	1.74	8.7
61-70	14	65.5	1.82	25.48
71-80	24	75.5	1.88	45.12
81-90	20	85.5	1.93	38.6
91-100	12	95.5	1.98	23.76
Jumlah	80			149.74

Berdasarkan tabel di atas didapat: $\sum_{i=1}^n f_i = 80$ dan $\sum_{i=1}^n (f_i \log x_i) = 149.74$

Maka $\log U = \frac{149.74}{80} = 1.87$

$$U = 10^{1.87} = 74.13$$

c. Rata-rata Harmonis

$$H = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i}}$$

Contoh:

Hitunglah rata-rata harmonis untuk kumulasi data: 3, 5, 6, 6, 7, 10, 12!

Jawab:

$$H = \frac{7}{\frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{10} + \frac{1}{12}} = 5.87$$

Data Kelompok

$$H = \frac{\sum_{i=1}^n f_i}{\sum_{i=1}^n \left(\frac{f_i}{x_i}\right)}$$

Contoh:

Kelas	f	x_i	f_i/x_i
31-40	2	35.5	0.056
41-50	3	45.5	0.066
51-60	5	55.5	0.09
61-70	14	65.5	0.214
71-80	24	75.5	0.318
81-90	20	85.5	0.234
91-100	12	95.5	0.126
Jumlah	80		1.104

Berdasarkan tabel diperoleh : $\sum_{i=1}^n f_i = 80$ dan $\sum_{i=1}^n f_i/x_i = 1.104$

Maka $H = \frac{80}{1.104} = 72.46$

d. **Modus:** Bilangan yang frekuensi terbesar

Contoh : 2, 8, 9, 11, 2, 6, 6, 7, 5, 2, 2, maka $M_o = 2$

Data Kelompok

$$M_o = b + p \left(\frac{b_1}{b_1 + b_2} \right)$$

Dengan

b = ujung bawah kelas Modal (f terbesar)

b_1 = frekuensi kelas modal – frekuensi kelas sebelumnya

b_2 = frekuensi kelas modal – frekuensi kelas sesudahnya

p = panjang kelas

Contoh

Kelas	f
31-40	2
41-50	3
51-60	5
61-70	14
71-80	24
81-90	20
91-100	12
Jumlah	80

Berdasarkan tabel diperoleh: $b = 70,5$, $p = 10$, $b_1 = 10$, $b_2 = 14$

Maka $M_o = 70.5 + 10 \left(\frac{10}{10+14} \right) = 74.67$

Ukuran Letak

a. Median

Median adalah data tengah atau data yang membagi barisan data menjadi 2 sama banyak.

Langkah-langkah menentukan median untuk data tunggal:

1. Urutkan data dari yang terkecil hingga terbesar.

2. Tentukan letak median : $Me = \frac{(n+1)}{2}$

3. Tentukan nilai median

a. jika jumlah data ganjil : $Me = X_{(\frac{1}{2}(n+1))}$

b. jika jumlah data genap : $Me = \frac{1}{2} [X_{(\frac{1}{2}n)} + X_{(\frac{1}{2}(n+1))}]$

Contoh1: 5, 8, 10, 4, 10, 7, 12. Median?

Jawab: Urutkan data 4, 5, 7, 8, 10, 10, 12. Karena jumlah data adalah 7 maka mediannya

$$Me = X_{(\frac{1}{2}(7+1))} = X_4 = 8$$

Contoh 2: 8, 19, 7, 12, 14, 10, 16, 7. Median?

Jawab: Urutkan data 7, 7, 8, 10, 12, 14, 16, 19. Karena jumlah data adalah 8 maka mediannya

$$Me = \frac{1}{2} [X_{(\frac{1}{2}8)} + X_{(\frac{1}{2}(8+1))}] = \frac{1}{2} [X_4 + X_5] = \frac{1}{2} [10 + 12] = 11$$

Data Kelompok

$$Me = b + p \left(\frac{\frac{n}{2} - F}{f} \right)$$

Dengan

b = ujung bawah kelas median ($\frac{1}{2} \sum f_i$)

p = panjang kelas

n = $\sum f_i$

F = frekuensi kumulatif sebelum kelas median

f = frekuensi kelas median

Contoh:

Kelas	f
31-40	2
41-50	3
51-60	5
61-70	14
71-80	24
81-90	20
91-100	12
Jumlah	80

Karena n = 80, maka median terletak pada data ke 40. Maka median terletak dikelas 71-80.

Maka b = 70,5; p = 10; F = 24; f = 24

Jadi mediannya adalah

$$Me = 70.5 + 10 \left(\frac{\frac{80}{2} - 24}{24} \right) = 77.167$$

b. Kuartil (Bilangan-bilangan yang membagi barisan data terurut menjadi 4 bagian sama banyak)

Langkah-langkah menentukan kuartil untuk data tunggal:

1. Urutkan data dari data yang terkecil hingga terbesar.

2. Tentukan letak kuartil : $LK_i = \frac{i(n+1)}{4} = a, b \quad i = 1, 2, 3$

3. Tentukan nilai kuartil: $K_i = X_{(a)} + 0, b [X_{(a+1)} - X_{(a)}]$

Contoh:

Misalkan pada sebuah sampel didapat data: 78, 82, 66, 57, 97, 64, 56, 92, 94, 86, 52, 60, 70.

Tentukan: a) K_1 dan b) K_3

Jawab:

Urutkan data : 52, 56, 57, 60, 64, 66, 70, 75, 82, 86, 92, 94, 97

$$a) LK_1 = \frac{1(13+1)}{4} = 3,5$$

$$K_1 = X_{(3)} + 0,5[X_{(4)} - X_{(3)}] = 57 + 0,5(60 - 57) = 58,5$$

$$b) LK_3 = \frac{3(13+1)}{4} = 10,5$$

$$K_3 = X_{(10)} + 0,5[X_{(11)} - X_{(10)}] = 86 + 0,5(92 - 86) = 89$$

Data Kelompok

Langkah menentukan kuartil dalam data kelompok:

$$1. \text{ Tentukan letak kuartil: } LK_i = \frac{i(n+1)}{4} \quad i = 1, 2, 3$$

2. Tentukan besar nilai kuartil :

$$K_i = b + p \left(\frac{\frac{i \cdot n}{4} - F}{f} \right)$$

Dengan

b = ujung bawah kelas kuartil

p = panjang kelas

$$n = \sum f_i$$

F = frekuensi kumulatif sebelum kelas kuartil

f = frekuensi kelas kuartil

i = kuartil ke -i

Contoh:

Kelas	f
31-40	2
41-50	3
51-60	5
61-70	14
71-80	24
81-90	20
91-100	12
Jumlah	80

Tentukan Kuartil 1 dan Kuartil 3!

$LK_1 = \frac{1(80+1)}{4} = 20,25$, Maka kelas kuartil ke 1 adalah 61 – 70. Maka b = 60,5, p = 10, i = 1, n = 80, F = 10, f = 14. Jadi kuartil 1 adalah

$$K_1 = 60,5 + 10 \left(\frac{\frac{1 * 80}{4} - 10}{14} \right) = 67,64$$

$LK_3 = \frac{3(80+1)}{4} = 60,75$, Maka kelas kuartil ke 3 adalah 81 – 90. Maka b = 80,5, p = 10, i = 3, n = 80, F = 48, f = 20. Jadi kuartil 3 adalah

$$K_3 = 80,5 + 10 \left(\frac{\frac{3 * 80}{4} - 48}{20} \right) = 86,5$$

Daftar Pustaka

Mendenhall, W., Beaver, R., Beaver, B. 2006. *Introduction to Probability and Statistics*. USA: Thomson Brooks/Cole

Panggabean, Luhut. 2000. *Statistika Dasar*. Bandung: UPI

Sudjana. 2005. *Metode Statistika*. Bandung: Tarsito