**MODUL PERKULIAHAN**

**EDISI 1**

**MATEMATIKA DISKRIT**



Penulis :

Nelly Indriani Widiastuti S.Si., M.T.

JURUSAN TEKNIK INFORMATIKA

UNIVERSITAS KOMPUTER INDONESIA

BANDUNG

2011

**DAFTAR ISI**

Daftar Isi …………………………………………………………………………………………………………………. 2

Bab 1 LOGIKA ……………………………………………………………………………………………………… 3

Bab 2 HIMPUNAN ..………………………….…………………………………………………………………………

Bab 3 Matriks, Relasi dan Fungsi .……………………………………………………………………………...

Bab 4 Kombinatorial ……………………………………………………………………………………………………

Bab 5 Reasoning … …………………………………………………………………………………………………..

Bab 6 Algoritma Pencarian …………………….……………………………………………………………………..

Bab 7 Expert System …………………………………………………………………………………… …….

Bab 8 Artificial Neural Network ....…………………………………………………………………………..

Bab 9 Fuzzy Logic ………….……………..…………………………………………………………………………..

Bab 10 Genetic Algorithm ……………..…………………………………………………………………………..

Bab 11 Dokumen Mining ……………..…………………………………………………………………………..

Bab 12 Komputer Vision ……………..…………………………………………………………………………..

Daftar Pustaka ………………………………………………………………………………………………………………..

|  |
| --- |
|  LOGIKA**1** |
| JUMLAH PERTEMUAN : 1 PERTEMUANTUJUAN INSTRUKSIONAL KHUSUS :1. Memahami
 |

**Materi :**

## **Pendahuluan**

Logika adalah bagian dari matematika diskrit yang

## **Logika Proposisi**

Proposisi adalah kalimat yang mempunyai nilai benar (B) atau salah (S), tetapi tidak keduanya.

Proposisi yang merupakan hasil kombinasi disebut *proposisi majemuk*. Sedangkan proposisi yang bukan hasil kombinasi disebut *proposisi atomik*.

Proposisi selalu berhubungan dengan logika, karena untuk menilai suatu kalimat itu benar atau tidak diperlukan logika. Proposisi juga disebut dengan deklaratif.

*Contoh :*

Manakah dari kalimat-kalimat di bawah ini yang termasuk proposisi? Tentukan pula nilai kebenarannya

* + - 2 + 5 = 8
		- x + y = 4
		- 5 adalah bilangan prima
		- Dany lebih tinggi dari Dessy
		- Dimana letak pulau Bali?

## **Operator Logika**

Operator logika dapat disebut juga sebagai penghubung kalimat. Ada beberapa pembagian operator logika dalam proposisi, yaitu :

1. **Operator Konjungsi**

Operator Konjungsi atau AND digunakan untuk mengkombinasikan dua buah proposisi.

Aturannya yaitu :

“Jika kedua proposisi bernilai benar, hasilnya akan bernilai benar. Selain itu, hasilnya bernilai salah.”

Tabel Kebenaran Operator AND



Konjungsi (^) : “Dan”, “And”

 contoh : “Dany berumur 23 tahun dan Dessy berumur 20 tahun.”

1. **Disjungsi (v)**

Operator Disjungsi atau OR juga digunakan untuk menggabungkan dua buah proposisi.

 Aturannya yaitu :

“Jika kedua proposisi bernilai salah, hasilnya akan bernilai salah. Selain itu hasilnya bernilai benar”

Tabel Kebenaran Operator OR



 contoh : “ 1 + 3 = 4 atau 2 + 2 = 4 ”

1. **Negasi (-)**

Operator Negasi atau NOT digunakan untuk memberikan nilai negasi (lawan) dari pernyataan / kalimat yang ada. Tabel Kebenaran operator NOT



 contoh : “Susan tidak makan siang”

1. **Implikasi (=>)**

Operator Implikasi terdiri dari hipotesis dan konklusi. Kalimat konklusi bergantung pada kalimat hipotesisnya.

Aturannya yaitu :

“Jika kalimat kesatu bernilai benar dan kalimat kedua bernilai salah, hasilnya bernilai salah. Selain itu hasilnya bernilai benar.”

Tabel Kebenaran Operator Implikasi



contoh : “Jika besok libur, aku akan pergi bertamasya”

1. **Bi-implikasi (<=>)**

Operator Bi-Implikasi atau Ekivalensi digunakan untuk memberikan penegasan diantara dua buah kalimat implikasi.

Aturannya yaitu :

“Jika kedua proposisi bernilai sama (keduanya benar atau keduanya salah), hasilnya bernilai benar. Selain itu hasilnya salah.”

Tabel Kebenaran Operator Bi-Implikasi



contoh : “Nina akan lulus jika dan hanya jika ia rajin belajar”

operator yang membutuhkan 2 proposisi disebut *biner*. Sedangkan operator NOT disebut *uner*.

* 1. **Hukum Ekivalensi**

Digunakan untuk menyederhanakan kalimat yg kompleks

|  |  |
| --- | --- |
| Hukum Komutatif | Hukum Ikatan(null/dominasi) |
| p ^ q <=> q ^ pp v q <=> q v p | p v T <=> T p ^ F <=> F |
| Hukum Asosiatif | Hukum Negasi |
| (p ^ q) ^ r <=> p ^ (q ^ r)(p v q) v r <=> p v (q v r) | p v -p <=> T p ^ -p <=> F |
| Hukum Distributif | Hukum Negasi Ganda |
| p ^ (q v r) <=> (p ^ q) v (p ^ r) | -(-p) <=> p |
| Hukum Identitas | Hukum Idempoten |
| p ^ T <=> p p v F <=> p | p ^ p <=> p p v p <=> p |
| Hukum De Morgan | Hukum Absorbsi |
| -(p ^ q) <=> -p v –q-(p v q) <=> -p ^ -q | p v (p ^ q) <=> pp ^ (p v q) <=> p |

**Contoh :**

Diketahui proposisi berikut :

 p : hari ini hujan

 q : hari ini dingin

Maka

 $q∨ ∼p$ : hari ini dingin atau hari ini tak hujan,

 Atau hari ini dingin dan tak hujan.

 $∼p∧∼q$ : hari ini tidak hujan dan hari ini tidak dingin

 Atau hari ini tidak hujan maupun tidak dingin

 $∼\left(∼p\right)$ : tidak benar hari ini tidak hujan

 Atau salah bahwa hari ini tidak hujan

* 1. **Tautologi dan Kontradiksi**

Tautologi adalah suatu bentuk kalimat yang selalu bernilai benar (T atau B) tidak perduli bagaimana pun nilai kebenaran masing-masing kalimat penyusunnya.

Sedangkan Kontradiksi, adalah suatu bentuk kalimat yang selalu bernilai salah (F atau S) tidak perduli bagaimana pun nilai kebenaran masing-masing kalimat penyusunnya.

Bila tabel kebenaran tidak termasuk tautologi maupun kontradiksi, maka disebut kontingensi.

Contoh :

Tabel Kebenaran Implikasi (p ^ q) => q



* 1. **Konvers, Invers, dan Kontraposisi**

 **Konvers** adalah bentuk kalimat hasil dari pertukaran proposisi pada implikasi.

 **Invers** adalah bentuk kalimat hasil dari penegasian kedua proposisi pada implikasi.

**Kontraposisi** adalah bentuk kalimat hasil dari penggabungan Invers dan Konvers ada implikasi.

 Contoh 1 : Misal diketahui sebuah implikasi :

 **p** $⇒\~$ **q**

 Konversnya : $\~$q $⇒$ p

 Inversnya : $\~$p $⇒$ q

 Kontraposisi : q $⇒$ $\~$p

Sebagai catatan, bahwa nilai kebenaran Kontraposisi selalu ekivalen dengan nilai Implikasinya. Tetapi tidak demikian dengan Konvers dan Invers.

**Contoh 2 :**

Bagaimanakah bentuk Konvers, Invers, dan Kontraposisi dari kalimat berikut:

 “Jika x adalah sebuah vertex, maka x memiliki dua vertices.”

 “Jika Anny tidak masuk kuliah, maka Anny sedang sakit.”

Jawab :

(a) Konvers : “Jika x memiliki dua vertices, maka x adalah sebuah vertex.”

 Invers : “Jika x bukan sebuah vertex, maka x tidak memiliki dua vertices.”

 Kontraposisi : “Jika x tidak memiliki dua vertices, maka x bukan sebuah vertex.”

(b) Konvers : ”jika Anny sedang sakit, maka Anny tidak masuk kuliah”

 Invers : ” Jika Anny masuk kuliah, maka Anny tidak sakit”

 Kontraposisi : ”Jika Anny tidak sakit, maka Anny masuk kuliah”.

* 1. **Inferensi**

Inferensi adalah proses penarikan kesimpulan dari beberapa proposisi.

Kaidah inferensi :

1. *Modus Ponen / law of detachment*

p $\rightarrow $ q

p

$∴$ q

Contoh :

Implikasi ”jika 20 habis dibagi 2, maka 20 bilangan genap” dan hipotesis ”20 habis dibagi 2 keduanya benar. Maka modus ponen

”jika 20 habis dibagi 2, maka 20 bilangan genap. 20 habis dibagi 2. Karena itu 20 adalah bilangan genap”

Adalah benar. Atau kita tuliskan :

 Jika 20 habis dibagi 2, maka 20 bilangan genap

 20 habis dibagi 2

 $∴$ 20 adalah bilangan genap

* 1. *Modus Tollen*

p $\rightarrow $ q

 $\~$q

$∴\~$p

Contoh :

Implikasi ”jika n bilangan ganjil, maka $n^{2}$ bernilai ganjil” dan hipotesis ”$ n^{2}$ bernilai genap ” keduanya benar. Maka modus tollen

 Jika n bilangan ganjil, maka $n^{2}$ bernilai ganjil

 $n^{2}$ bernilai genap

 $∴$ n bukan bilangan ganjil

 Adalah benar

* 1. *Silogisme Hipotesis*

p $\rightarrow $ q

q $\rightarrow $ r

$∴$ p $\rightarrow $ r

Contoh :

Implikasi ” jika saya belajar dengan giat, maka saya lulus ujian” dan implikasi ”jika lulus ujian, maka saya capat menikah” adalah benar. Maka menurut silogisme, inferensi berikut :

 jika saya belajar dengan giat, maka saya lulus ujian

 jika lulus ujian, maka saya cepat menikah

 $∴$ jika saya giat belajar maka saya cepat menikah

* 1. *Silogisme disjungtif*

p$ ∨ $q

$\~$p

$∴ $q

Contoh :

Inferensi berikut :

 ”saya belajar dengan giat atau saya menikah tahun depan.

Saya tidak belajar dengan giat. Karena itu, saya menikah tahun depan”

Dengan silogisme disjungtif

 saya belajar dengan giat atau saya menikah tahun depan

 Saya tidak belajar dengan giat

 $∴$ saya menikah tahun depan.

* 1. *Simplifikasi*

p $∧$ q

$∴$ p

 Contoh :

 Hamid mahasiswa UNIKOM dan mahasiswa Unpar

 Hamid mahasiswa UNIKOM

* 1. Penjumlahan

p

$∴$p$ ∨ $q

 Contoh :

 Taslim mengambil matakuliah matematika diskrit

$∴$ taslim mengambil matakuliah matematika diskrit atau mengulang kuliah algoritma

* 1. *Konjungsi*

p

q

$∴$p $∧$ q

 Contoh :

 Taslim mengambil matakuliah matematika diskrit

 Taslim mengulang kuliah algoritma

$∴$ taslim mengambil matakuliah matematika diskrit dan mengulang kuliah algoritma

* 1. **Aksioma, Teorema, lemma, dan colollary**

**Aksioma** adalah proposisi yang diasumsikan benar sehingga tidak memerlukan pembuktian kebenaran lagi

**Contoh :** untuk semua bilangan real x dan y, berlaku x + y = y + x

**Teorema** adalah proposisi yang sudah terbukti benar. Bentuk khusus teorema adalah lemma dan colollary

**Contoh :** jika dua sisi segitiga sama panjang, maka sudut yang berhadapan sama besar.

**Lemma** adalah teorema sederhana yang digunakan untuk membuktikan teorema lain.

**Contoh :**  jika n adalah bilangan bulat positif, maka n-1 bilangan positif atau n-1=0

**Colollary** teorema yang dapat dibentuk langsung dari teorema yang telah dibuktikan atau teorema yang mengikuti teorema lain.

**Contoh :** jika segitiga sama sisi, maka sama sudutnya

* 1. **PREDIKAT DAN QUANTIFIKASI**

Pernyataan “ x lebih besar dari 3”memiliki 2 bagian. Bagian pertama x adalah subjek, bagian kedua “ lebih besar dari 3 “ adalah **predikat**. Bagian ini membahas bagaimana proposisi dapat dihasilkan dari pernyataan tersebut.

Dari pernyataan diatas, predikat dinotasikan P(x). pernyataan P(x) dinyatakan sebagai nilai **fungsi proposional** P pada x.

Contoh : P(x) adalah “x>3” . apakah nilai kebenaran dari P(2) dan P(4).

P(4) diperoleh dengan menetapkan x=4 dalam “x>3” sehingga nilainya benar. Sedangkan P(2) memiliki nilai salah.

Variabel yang terlibat dalam pernyataan bisa lebih dari dua. Notasi untuk predikat bervariabel lebih dari dua adalah P(x,y,z,...).

**Quantifikasi**

Cara lain untuk mengubah pernyataan menjadi proposisi yang disebut kuantifikasi. Ada 2 jenis kuantifikasi, yaitu universal kuantifikasi dan extential kualifikasi.

Pernyataan menegaskan bahwa properti adalah benar untuk semua nilai variabel dalam suatu domain tertentu disebut semesta pembahasan.

1. Universal kuantifikasi P(x) adalah proposisi “ P(x) adalah benar untuk setiap x dalam semesta pembahasan

Notasi : $∀ x P(x)$

1. Extential kualifikasi P(x) adalah proposisi “ terdapat elemen x dalam semesta pembahasan sehingga P(x) adalah benar”

Notasi : $∃xP(x)$

* 1. **Latihan**
	2. Diketahui proposisi berikut :

 p : pemuda itu tinggi

 q : pemuda itu tampan

Nyatakan proposisi berikut dalam ekspresi logika

* + - 1. Pemuda itu tinggi dan tampan
			2. Pemuda itu tinggi tapi tidak tampan
			3. Pemuda itu tidak tinggi maupun tidak tampan
			4. Tidak benar pemuda itu pendek dan tidak tampan
			5. Pemuda itu tinggi, atau pendek dan tampan
			6. Tidak benar pemuda ini tidak tinggi dan tampan
	1. Tunjukan bahwa p -> q ekivalen secara logika dengan $\~p∨q$
	2. Dua pedagang mengeluarkan motto untuk menarik minat pembeli. Pendagang pertama mengeluarkan motto “Barang bagus tidak murah”. Pedagang kedua mengeluarkan motto “Barang murah tidak bagus”. Buktikan bahwa kedua pedagang tersebut menyatakan hal yang sama.
	3. Tentukan konvers, invers, dan kontraposisi dari pernyataan berikut :

“jika Amir mempunyai mobil, maka ia orang kaya”

* 1. Tentukan kontraposisi untuk pernyataan berikut :
		1. Jika ia bersalah maka ia dimasukan ke dalam penjara
		2. Jika 6 lebih besar dari 0 maka 6 bukan bilangan negatif
		3. Iwan lulus ujian hanya jika ia belajar
	2. Sebuah pulau didiami dua jenis suku. Suku pertama selalu berkata benar, sedangkan suku kedua selalu bohong. Jika anda bertanya kepada seorang penduduk pulau tersebut apakah ada emas. Ia menjawab “Ada emas di pulau ini, jika dan hanya jika saya selalu berkata benar”. Apakah ada emas di pulau tersebut