

UKURAN GEJALA PUSAT DAN UKURAN LETAK

Kania Evita Dewi, S.Pd., M.Si.

Ukuran gejala pusat

- Untuk mendapatkan gambaran yang lebih jelas tentang sekumpulan data mengenai sesuatu hal, baik itu dari sampel ataupun populasi
- *Ukuran gejala pusat* adalah ukuran statistik yang menggambarkan gejala pusat pengelompokan data
- Yang termasuk kedalam ukuran gejala pusat adalah *rata-rata hitung*, *rata-rata ukur*, *rata-rata harmonik* dan *modus*.

Rata-Rata Hitung

- Bila $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ adalah pengamatan dari sampel, maka rata-rata hitung dirumuskan sebagai berikut

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$$

Contoh Rata-rata hitung

Bila nilai ujian statistika dari sebagian mahasiswa dalam suatu kelas adalah 70, 75, 60, 65, 80, maka nilai rata-rata hitungnya adalah:

Jawab:

$$X_1 = 70; X_2 = 75; X_3 = 60; X_4 = 65; X_5 = 80$$

Rata-Rata Hitung(2)

Jika suatu data dimana masing-masing nilai data mengulang dengan frekuensi tertentu, katakanlah nilai X_1 mengulang dengan f_1 , X_2 mengulang dengan f_2 , ..., dan X_n mengulang dengan f_n , maka nilai rata-rata hitungnya adalah:

$$\bar{X} = \frac{f_1X_1 + f_2X_2 + \dots + f_nX_n}{f_1 + f_2 + \dots + f_n} = \frac{\sum_{i=1}^n f_i X_i}{\sum_{i=1}^n f_i}$$

Contoh rata-rata hitung (2)

Misalkan pada suatu ujian bahasa inggris, ada 1 mahasiswa mendapat nilai 50, ada 3 mahasiswa mendapat nilai 60, ada 5 mahasiswa mendapat nilai 65, ada 4 mahasiswa mendapat nilai 80, ada 2 mahasiswa mendapat nilai 95

Maka nilai rata-rata hitungnya?

Rata-rata hitung dengan data berkelompok

Untuk data dalam distribusi frekuensi maka nilai data diwakili nilai tengah kelas, sedangkan frekuensi diwakili frekuensi nilai tengah kelas. Maka formula

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n f_i X_i}{\sum_{i=1}^n f_i} \quad X_i = \text{nilai tengah kelas}$$

Contoh

Dengan menggunakan contoh kemarin:

Kelas	Frekuensi
10 – 24	4
25 – 39	4
40 – 54	7
55 – 69	13
70 – 84	24
85 - 99	8

Tentukan nilai rata-rata hitungnya!

Jawaban

Kelas	Nilai tengah (X _i)	f _i	fX
10 - 24		4	
25 - 39		4	
40 - 54		7	
55 - 69		13	
70 - 84		24	
85 - 99		8	
Total			

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n f_i X_i}{\sum_{i=1}^n f_i}$$

Rata-rata hitung dengan data berkelompok (dengan coding)

- Dengan cara coding (dapat dipakai jika panjang kelas sama)

$$\bar{X} = X_0 + p \left(\frac{\sum_{i=1}^n f_i c_i}{\sum_{i=1}^n f_i} \right)$$

Keterangan:
 X₀ = nilai tengah kelas (frekuensi terbesar)
 P = panjang kelas
 C_i = koding

Contoh

Dengan menggunakan contoh kemarin:

Kelas	Frekuensi
10 - 24	4
25 - 39	4
40 - 54	7
55 - 69	13
70 - 84	24
85 - 99	8

Tentukan nilai rata-rata hitungnya!

Jawaban

Kelas	Nilai tengah	c	f	f.c
10 - 24			4	
25 - 39			4	
40 - 54			7	
55 - 69			13	
70 - 84			24	
85 - 99			8	
Total				

$$\bar{X} = X_0 + p \left(\frac{\sum_{i=1}^n f_i c_i}{\sum_{i=1}^n f_i} \right)$$

Rata-Rata Hitung Berbobot

Jika nilai data $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ masing-masing mempunyai bobot $w_1, w_2, w_3, \dots, w_n$. Dalam kasus ini, nilai rata-rata hitung ditentukan dengan formula:

$$\bar{X} = \frac{w_1 X_1 + w_2 X_2 + \dots + w_n X_n}{w_1 + w_2 + \dots + w_n} = \frac{\sum_{i=1}^n w_i X_i}{\sum_{i=1}^n w_i}$$

Rata-Rata Ukur

Jika data yang dihadapi merupakan deret ukur dan tidak ada yang nol, maka untuk kasus seperti ini formula yang digunakan:

$$U = \sqrt[n]{X_1 \times X_2 \times X_3 \times \dots \times X_n}$$

Untuk bilangan yang cukup besar digunakan formula:

$$\log U = \frac{\sum_{i=1}^n \log X_i}{n}$$

Contoh

Misalkan terdapat 4 buah bilangan: 25, 102, 394, dan 1610. Berapakah rata-rata ukur untuk bilangan tersebut:

$$U = \sqrt[4]{X_1 \times X_2 \times X_3 \times \dots \times X_n}$$

Contoh dibidang kependudukan

Pada bulan Juni tahun 1980 jumlah penduduk didaerah "X" adalah 1.256.760 jiwa. Pada bulan Juni tahun 1985 penduduk didaerah itu menjadi 1.498.332 jiwa. Daerah "X" adalah daerah tertutup. Berapa persen pertumbuhan pendudukan per tahun didaerah "X" itu?

Jawaban

Gunakan formula

$$U = \sqrt[n]{\frac{P_n}{P_0}} - 1$$

Rata-rata ukur untuk data kelompok

Untuk data yang telah disusun dalam distribusi frekuensi digunakan:

$$\log U = \frac{\sum_{i=1}^n (f_i \log X_i)}{\sum_{i=1}^n f_i}$$

Contoh UK

Dengan menggunakan contoh kemarin:

Kelas	Frekuensi
10 - 24	4
25 - 39	4
40 - 54	7
55 - 69	13
70 - 84	24
85 - 99	8

Tentukan nilai rata-rata ukur!

Jawaban

Kelas	Nilai tengah (X_i)	f	Log X_i	$f_i \cdot \text{Log } X_i$
10 - 24		4		
25 - 39		4		
40 - 54		7		
55 - 69		13		
70 - 84		24		
85 - 99		8		
Total				

$$\log U = \frac{\sum_{i=1}^n (f_i \log X_i)}{\sum_{i=1}^n f_i}$$

Rata-Rata Harmonis

Jika nilai data $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ maka nilai rata-rata harmonis ditentukan dengan formula:

$$H = \frac{n}{\frac{1}{X_1} + \frac{1}{X_2} + \dots + \frac{1}{X_n}} = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{X_i}}$$

Contoh UH

Si A berpergan pulang pergi. Waktu pergi ia berjalan dengan kelajuan 10km/jam, sedangkan waktu pulangnya 20 km/jam. Berapakah rata-rata kelajuan A pulang pergi?

Jawaban

$$H = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_n}}$$

Rata-Rata Harmonis untuk Data Kelompok

Untuk rata-rata harmonis dalam daftar distribusi frekuensi menggunakan formula:

$$H = \frac{\sum_{i=1}^n f_i}{\sum_{i=1}^n \frac{f_i}{X_i}}$$

Contoh UH

Dengan menggunakan contoh kemarin:

Kelas	Frekuensi
10 - 24	4
25 - 39	4
40 - 54	7
55 - 69	13
70 - 84	24
85 - 99	8

Tentukan nilai rata-rata ukur!

Jawaban

Kelas	Nilai tengah (X _i)	f _i	f _i /X _i
10 - 24		4	
25 - 39		4	
40 - 54		7	
55 - 69		13	
70 - 84		24	
85 - 99		8	
Total			

$$H = \frac{\sum_{i=1}^n f_i}{\sum_{i=1}^n \frac{f_i}{X_i}}$$

Modus

Modus adalah bilangan yang frekuensinya paling besar atau paling sering muncul.

Contoh

Dari suatu deretan bilangan diperoleh: 2,8,9,11,2,6,6,7,5,2,2. Tentukan modusnya!

Modus data kelompok

Formula untuk menentukan modus dalam daftar distribusi frekuensi:

$$Mo = b + p \left(\frac{b_1}{b_1 + b_2} \right)$$

Keterangan:

b = batas bawah kelas modal

b_1 = frekuensi kelas modal dikurangi frekuensi kelas interval sebelumnya

b_2 = frekuensi kelas modal dikurangi frekuensi kelas interval berikutnya

Contoh Modus

Dengan menggunakan contoh kemarin:

Kelas	Frekuensi
10 - 24	4
25 - 39	4
40 - 54	7
55 - 69	13
70 - 84	24
85 - 99	8

Tentukan modusnya!

Jawaban Modus

Kelas	Frekuensi
10 - 24	4
25 - 39	4
40 - 54	7
55 - 69	13
70 - 84	24
85 - 99	8

Tentukan: $b =$; $b_1 =$; $b_2 =$

$$Mo = b + p \left(\frac{b_1}{b_1 + b_2} \right)$$

Ukuran Letak

- *Ukuran letak* adalah ukuran statistik yang menggambarkan letak data.
- Yang termasuk ukuran letak adalah *median, kuartil, desil dan persentil*

Median

Median adalah nilai tengah dari kelompok data yang telah diurutkan (kecil ke besar).

Contoh Median

Median dari data: 5, 5, 7, 9, 11, 12, 15, 18

Median dari data: 3, 4, 4, 5, 6, 8, 8, 9, 10

Median data berkelompok

Jika data yang sudah disajikan dalam daftar distribusi frekuensi, gunakan formula

$$Med = b + p \left(\frac{\frac{n}{2} - F}{f} \right)$$

Keterangan:

b = Ujung bawah kelas median

p = panjang kelas

n = banyak data

F = jumlah frekuensi semua kelas sebelum kelas yang mengandung media

f = frekuensi kelas median

Contoh

Dengan menggunakan contoh kemarin:

Kelas	Frekuensi
10 - 24	4
25 - 39	4
40 - 54	7
55 - 69	13
70 - 84	24
85 - 99	8

Tentukan mediannya!

Jawaban

Kelas	Frekuensi
10 - 24	4
25 - 39	4
40 - 54	7
55 - 69	13
70 - 84	24
85 - 99	8

Kelas median:

$$L_0 = \quad ; p = \quad ; F = \quad ; f =$$

$$Med = L_0 + p \left(\frac{\frac{n}{2} - F}{f} \right)$$

Kuartil

Jika nilai data $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ yang telah diurutkan dari yang terkecil ke besar maka data tersebut dapat dibagi menjadi 4 bagian yang sama.

Langkah-langkah penentuan:

1. Susun data menurut urutan nilainya dari yang kecil ke besar

2. Tentukan letak kuartil dengan formula:

$$LK_i = \frac{i(n+1)}{4} \quad LK_i = a, b$$

3. Tentukan Nilai kuartil dengan:

$$K_i = X_{(a)} + 0, b [X_{(a+1)} - X_{(a)}]$$

Contoh Kuartil

Misalkan ada 13 bilangan yaitu: 40, 30, 50, 65, 45, 55, 70, 60, 80, 35, 85, 95, 100. Tentukan Kuartil 1, 2, 3!

Jawaban

1. Urutkan dari data yang bernilai kecil ke besar
2. Tentukan letaknya $LK_i = \frac{i(n+1)}{4}$
3. Tentukan nilainya

$$K_i = X_{(a)} + 0, b [X_{(a+1)} - X_{(a)}]$$

Kuartil data berkelompok

Langkah-langkah penentuan:

1. Susun data menurut urutan nilainya dari yang kecil ke besar

2. Tentukan letak kuartil dengan formula:

$$LK_i = \frac{i(n+1)}{4}$$

Lanjutan

3. Tentukan Nilai kuartil dengan:

$$K_i = b + p \left(\frac{\frac{in}{4} - F}{f} \right), \quad i=1,2,3$$

Keterangan:

b = Ujung bawah kelas kuartil ke-i

p = panjang kelas

n = banyak data

F = jumlah frekuensi semua kelas sebelum kelas yang mengandung kuartil

f = frekuensi kelas kuartil

Contoh Kuartil

Dengan menggunakan contoh kemarin:

Kelas	Frekuensi
10 - 24	4
25 - 39	4
40 - 54	7
55 - 69	13
70 - 84	24
85 - 99	8

Tentukan Kuartil ke-1 dan kuartil ke-2!

Jawaban

Kelas	Frekuensi
10 - 24	4
25 - 39	4
40 - 54	7
55 - 69	13
70 - 84	24
85 - 99	8

Kelas kuartil ke-1:

b = ; p = ; F = ; f =

Kelas kuartil ke-2:

b = ; p = ; F = ; f =

Desil

Jika nilai data $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ yang telah diurutkan dari yang terkecil ke besar maka data tersebut dapat dibagi menjadi 10 bagian yang sama.

Langkah-langkah penentuan:

1. Susun data menurut urutan nilainya dari yang kecil ke besar
2. Tentukan letak desil dengan formula:

$$LD_i = \frac{i(n+1)}{10}$$
3. Tentukan Nilai desil

Destil data kelompok

Formula untuk menentukan modus dalam daftar distribusi frekuensi:

$$D_i = b + p \left(\frac{\frac{in}{10} - F}{f} \right), \quad i = 1, 2, 3, \dots, 9$$

Keterangan:

b = Ujung bawah kelas destil ke-i

p = panjang kelas

n = banyak data

F = jumlah frekuensi semua kelas sebelum kelas yang mengandung destil

f = frekuensi kelas destil

Contoh Destil

Dengan menggunakan contoh kemarin:

Kelas	Frekuensi
10 - 24	4
25 - 39	4
40 - 54	7
55 - 69	13
70 - 84	24
85 - 99	8

Tentukan Destil ke-5!

Jawaban

Kelas	Frekuensi
10 - 24	4
25 - 39	4
40 - 54	7
55 - 69	13
70 - 84	24
85 - 99	8

Kelas Destil ke-5:

b = ; p = ; F = ; f =

ADA PERTANYAAN???