

PELUANG

Kania Evita Dewi, S.Pd., M.Si.

Istilah dalam Peluang

- **Percobaan** dalam statistika menyatakan tiap proses yang menghasilkan data mentah.
- **Ruang sampel** adalah himpunan semua hasil yang mungkin dari suatu percobaan statistika dan dinyatakan dalam lambang T.

Contoh

- Pandanglah suatu percobaan melantunkan sebuah dadu. Bila yang diselidiki ialah nomor yang muncul disebelah atas, maka ruang sampelnya
 $T = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- Bila yang ingin diselidiki pada pelantunan di atas apakah nomor genap atau ganjil yang muncul, maka ruang sampelnya.
 $T = \{\text{genap, ganjil}\}$

Istilah dalam Peluang (Titik Sampel)

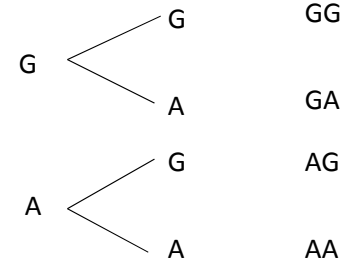
- **Unsur/anggota ruang sampel/titik sampel** adalah tiap hasil dalam ruang sampel.
- Ada beberapa cara dalam menentukan titik sampel:
 1. Diagram pohon
 2. Tabel

Diagram Pohon

Contoh:

Suatu percobaan terdiri atas lantunan dua buah mata uang logam. Gunakan diagram pohon untuk menentukan semua titik sampel.

Hasil Pertama	Hasil Kedua	Titik Sampel
---------------	-------------	--------------



Maka titik sampelnya {GG, GA, AG, AA}

Tabel

Suatu percobaan terdiri atas lantunan dua buah mata uang logam. Gunakan tabel untuk menentukan semua titik sampel.

	G	A
G	GG	GA
A	AG	AA

Maka titik sampelnya {GG, GA, AG, AA}

Cara Penulisan Titik Sampel

- Jika titiknya masih dapat dihitung maka: {GA, AG, GG, AA}
- Jika titiknya tidak dapat dihitung maka:

$T = \{x \mid x \text{ adalah penduduk suatu kota yang lebih dari setengah juta}\}$
atau

$$T = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 4\}$$

Istilah dalam Peluang (Kejadian)

- **Kejadian** adalah himpunan bagian dari ruang sampel, dilambangkan dengan huruf kapital.

Contoh:

Kejadian A adalah hasil lantunan suatu dadu dapat dibagi tiga.

Jawaban:

Istilah dalam Peluang (Komplemen)

- **Komplemen** suatu kejadian A terhadap T adalah himpunan suatu unsur T yang tidak termasuk A. Komplemen A dinyatakan dengan lambang A^c .

Contoh:

Jika kejadian A adalah hasil lantunan suatu dadu dapat dibagi tiga. Tentukan komplemen dari kejadian A.

Istilah dalam Peluang (Irisan)

- **Irisan** dua kejadian A dan B, dinyatakan dengan lambang, adalah kejadian yang unturnya termasuk dalam A **dan** B.

Contoh:

Misal $A = \{2, 4, 6\}$ dan $B = \{4, 5, 6\}$ maka

Jawaban

$$A \cap B =$$

Istilah dalam Peluang (Kejadian Saling Terpisah)

Dua kejadian A dan B dikatakan **saling terpisah** jika $A \cap B = \{\}$, yakni jika A dan B tidak memiliki unsur persekutuan.

Contoh:

Jika kejadian A adalah hasil lantunan suatu dadu dapat dibagi tiga.

Jika kejadian B adalah hasil lantunan suatu dadu yang merupakan bilangan prima.

Apakah A dan B merupakan kejadian terpisah?

Jawaban:

A =

B =

$$A \cap B =$$

Istilah dalam Peluang (Gabungan)

- **Gabungan** dua kejadian A dan B, dinyatakan dengan , ialah kejadian yang mengandung semua unsur yang termasuk A **atau** B atau keduanya.

Contoh:

A = {a, b, c} dan B = {b, c, d, e}, maka

$$A \cup B =$$

Diagram Venn

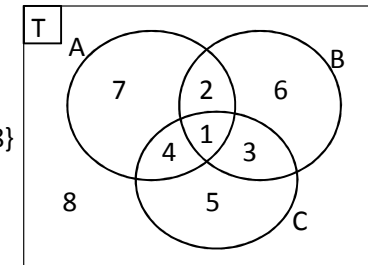
- Hubungan antara kejadian dan ruang sampel padananya dapat digambarkan dengan **Diagram Venn**.

Misal A = {1, 2, 4, 7}

B = {1, 2, 3, 6}

C = {1, 3, 4, 5}

T = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8}



Menghitung titik sampel

1. Aturan MN
2. Permutasi
3. Kombinasi

Aturan MN

Jika suatu operasi dapat dilakukan dengan m cara, dan jika untuk tiap cara ini operasi kedua dapat dikerjakan dengan n cara, maka kedua operasi itu dapat dikerjakan bersama-sama dengan mn cara.

Contoh:

Berapa banyak titik sampel dalam ruang sampel jika sepasang dadu dilantunkan sekali?

Jawaban aturan mn

Dadu pertama dapat menghasilkan salah satu dari $m =$ posisi

Untuk tiap posisi tersebut dadu kedua dapat pula menghasilkan $n =$ posisi.

Jadi pasangan dadu itu dapat menghasilkan $mn =$ posisi.

Permutasi

Permutasi adalah suatu susunan yang dapat dibentuk dari satu kumpulan benda yang diambil sebagian atau seluruhnya. (memperhatikan susunan AB dan BA dua titik sampel yang berbeda).

Banyaknya permutasi n benda berlainan bila diambil r sekaligus adalah

$${}_n P_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

Contoh

Dari 20 lotere, dua diambil untuk hadiah pertama dan kedua. Hitunglah banyak titik sampel dalam ruang T?

Jawaban

$${}_n P_r =$$

Permutasi

- Banyak permutasi n benda yang berlainan $n!$

Contoh:

A, B, C, D akan berfoto bersama. Berapa cara susunan yang mungkin.

Jawaban:

Permutasi

- Banyaknya permutasi n benda berlainan yang disusun melingkar adalah $(n-1)!$

Contoh:

Berapa cara susunan yang mungkin untuk A, B, C, D, E untuk duduk secara melingkar?

Jawaban:

Permutasi

- Banyaknya permutasi yang berlainan dari n benda jika n_1 diantaranya berjenis pertama, n_2 berjenis kedua, ..., n_k berjenis ke k adalah $\frac{n!}{n_1!n_2!n_3!\dots n_k!}$

Contoh:

Suatu pohon natal dihias dengan 9 bola lampu yang dirangkai seri. Ada berapa cara menyusun 9 bola lampu itu bila 3 diantaranya berwarna merah, 4 kuning, dan 2 biru?

Jawaban:

Permutasi

- Banyaknya cara menyekat suatu himpunan n benda dalam r sel, masing-masing berisi n_1 unsur dalam sel pertama, n_2 dalam sel kedua, dan seterusnya ..., adalah $\binom{n}{n_1, n_2, \dots, n_k} = \frac{n!}{n_1!n_2!\dots n_k!}$

Contoh:

Berapa banyak cara untuk menampung 7 petinju dalam 3 kamar hotel, bila 1 kamar bertempat tidur 3 sedang, 2 lainnya punya 2 tempat tidur?

Jawaban:

Kombinasi

- Kombinasi** (tidak memperhatikan urutan, AB dan BA adalah 1 titik sampel yang sama)
- Banyaknya kombinasi dari n benda yang berlainan bila diambil sebanyak r sekaligus adalah

$${}^n C_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

Contoh kombinasi

Bila ada 4 kimiawan dan 3 fisikawan, carilah banyaknya panitia 3 orang yang dapat dibuat yang beranggotakan 2 kimiawan dan 1 fisikawan.

Jawaban:

Banyaknya susunan kimiawan =

Banyaknya susunan fisikawan =

Peluang

- Peluang suatu kejadian A adalah jumlah bobot semua titik sampel yang termasuk A. Jadi

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

- Peluang untuk ruang sampel

$$P(T) = 1$$

- Peluang untuk himpunan kosong

$$P(\phi) = 0$$

Contoh Peluang

Sebuah mata uang logam dilantunkan dua kali. Berapakah peluangnya bahwa paling sedikit muncul gambar sekali?

Jawab:

T =

Bobot =

A = kejadian muncul gambar minimal sekali

A =

P(A) =

Contoh peluang

Sebuah mata uang logam dilantunkan dua kali, mata uang tersebut diberati sehingga peluang muncul gambar 2 kali lebih besar dibanding peluang muncul angka. Bila K menyatakan kejadian munculnya gambar sedikitnya sekali, hitunglah P(K)!

Jawab:

T =

Bobot =

K =

P(K) =

Peluang (2)

- Jika suatu percobaan dapat menghasilkan N macam hasil yang berkemungkinan sama, dan jika tepat sebanyak n dari hasil berkaitan dengan kejadian A , maka peluang kejadian A adalah

$$P(A) = \frac{n}{N}$$

Contoh Peluang

Sekantung permen berisi 6 rasa jeruk , 4 rasa kopi, dan 2 rasa coklat. Jika seseorang mengambil satu permen secara acak, carilah peluangnya mendapat 1 rasa jeruk

Jawaban:

$$n(T) = N =$$

$$n(\text{terambil 1 rasa jeruk}) =$$

$$P(\text{terambil permen rasa jeruk}) =$$

Contoh Peluang

Dalam setangan pemain poker terdapat 5 kartu, hitunglah peluang mendapat 2 As dan 3 jack.

Jawab:

Banyak cara mendapat 2 As dari 4 As adalah

Dengan banyaknya cara mendapatkan 3 dari 4 jack adalah

Banyak tangan kartu poker masing-masing berisi 5 kartu 52, semuanya kemungkinan sama, adalah
Jadi peluang kejadian C mendapat 2 As dan 3 Jack

Aturan Peluang

1. Bila A dan B dua kejadian sebarang, maka

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Contoh:

Jika Peluang untuk lulus matakuliah kalkulus 2 = $\frac{2}{7}$

Jika Peluang untuk lulus matakuliah statistika = $\frac{2}{3}$

Jika peluang untuk lulus keduanya = $\frac{1}{4}$

Jawaban:

Aturan Peluang

2. Bila A dan B dua kejadian saling terpisah, maka

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Contoh:

Dua dadu dilantunkan sekali. Berapa peluang munculnya jumlah dadu 9 atau 11?

Jawaban:

$n(\text{muncul mata dadu berjumlah } 9) =$

$n(\text{ muncul mata dadu berjumlah } 11) =$

$N =$

Aturan Peluang

3. Bila $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$, saling terpisah, maka

$$P(A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n)$$

Contoh:

Dua dadu dilantunkan sekali. Berapa peluang munculnya jumlah dadu 4 atau 5 atau 6?

Jawaban:

Aturan Peluang

4. Bila A dan A^c kejadian yang saling berkomplementer, maka

$$P(A) + P(A^c) = 1$$

Contoh

Suatu dadu dilantunkan sekali. Bila L menyatakan kejadian munculnya suatu angka yang habis dibagi 3 dan L^c adalah komplemen dari L, hitunglah peluang L^c !

Jawaban:

$L =$

$n(L) =$

$P(L) =$

$P(L^c) =$

Aturan Peluang

5. Peluang bersyarat B bila A diketahui, dinyatakan $P(A|B)$ dengan ditentukan oleh

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Peluang bersyarat ini untuk kejadian yang saling tak bebas

Contoh

A, B, C, D akan berfoto bersama secara berdampingan. Berapa peluang A dan B akan selalu berdampingan?

Aturan Peluang

6. Dua **kejadian** A dan B **bebas** jika dan hanya jika

$$P(B|A) = P(B) \text{ dan } P(A|B) = P(A)$$

Jika A dan B kejadian saling bebas maka

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

Contoh

Suatu kota kecil mempunyai satu mobil pemadam kebakaran dan satu ambulans untuk keadaan darurat. Peluang mobil pemadam kebakaran siap waktu diperlukan 0.98 peluang ambulans siap waktu dipanggil 0.92. Dalam kejadian ada kecelakaan karena kebakaran gedung, cari peluang keduanya siap.

Ekspektasi

Misalkan n adalah sejumlah peristiwa yang dapat terjadi dalam suatu eksperimen. Sedangkan probabilitas terjadinya setiap peristiwa masing-masing adalah p_1, p_2, \dots, p_n untuk setiap peristiwa dengan probabilitas tersebut terdapat satuan-satuan d_1, d_2, \dots, d_n yang harganya dapat berupa nol, dapat positif atau negatif. Sedemikian rupa sehingga $p_1 + p_2 + \dots + p_n = 1$. Maka ekspektasinya didefinisikan sebagai :

$$E = p_1 d_1 + p_2 d_2 + \dots + p_n d_n = \sum_{i=1}^n p_i d_i$$

Contoh Ekspektasi

A dan B bertaruh jika uang logam yang muncul gambar A akan memberi B 500, jika yang muncul angka B akan memberi A 500. Dari permainan ini, maka untuk A menang 500, probabilitas $\frac{1}{2}$, kalah 500 dengan probabilitas $\frac{1}{2}$, sehingga ekspektasi untuk A adalah?

Jawaban:

$$P(A) = \quad d(A) =$$

$$P(B) = \quad d(B) =$$

$$E(A) =$$

Contoh Ekspektasi

Pada pelemparan tiga uang logam, bila X menyatakan banyaknya muncul angka, tentukan ekspektasi munculnya muka?

Jawaban:

$$T =$$

$$P(X=0) =$$

$$P(X=1) =$$

$$P(X=2) =$$

$$P(X=3) =$$

$$E(X) =$$