BERBAGAI MACAM DISTRIBUSI SAMPEL

Distribusi Peluang

- Distribusi peluang , P(X = x), adalah kumpulan pasangan nilai-nilai variabel acak X
- Contoh:

  Jika dua buah koin dilempar bersamaan. Kejadian banyaknya muncul angka.

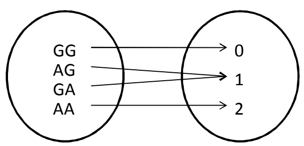
T = { AA, AG, GA, GG}

Misal X = kejadian banyaknya muncul angka

X = 0 -> {GG}

X = 1 -> {AG, GA}

X = 2 -> {AA}



Karena titik sampel – titik sampel T terjadi secara acak maka fungsi X disebut fungsi acak.

Suatu fungsi acak X yang bernilai real dimana nilai-nilainya ditentukan oleh titik-titik sampel T disebut variabel acak

Distribusi Peluang

P (X= 0) = P(GG) = ¼

P(X = 1) = P(AG) + P(GA) = ½

P(X = 2) = P(AA) = ¼

Maka distribusi peluang untuk X

X = x	0	1	2
P(X = x)	¼	½	¼

- Jika variabel acak X mempunyai fungsi probabilitas f(x), maka fungsi distribusi kumulatif X

$$F(x) = P(X \le x) = \begin{cases} \sum_{X \le x} f(x), \text{ jika X diskrit} \\ \int_{-\infty}^{X} f(x)dx, \text{ jika X kontinu} \end{cases}$$

- Dengan memakai fungsi distribusi kumulatif F(x), dapat ditentukan probabilitas dari variabel acak X pada interval a ≤ X ≤ b, yaitu: P(a ≤ X ≤ b) = F(b) – F(a)
- Distribusi dengan variabel random kontinu antara lain distribusi normal, distribusi-t, dan distibusi F, dll.
- Distribusi dengan variabel random diskrit antara lain distibusi binomial, distibusi bernoulli, distibusi beta, dll

Distribusi Sampling

- Distribusi sampling adalah distribusi peluang untuk nilai statistik yang diperoleh dari sampel acak untuk menggambarkan populasi.
- Yang akan dibahas:

1. Distribusi rata-rata
2. Distribusi selisih dan jumlah rata-rata
3. Distribusi proporsi dan distribusi selisih proporsi

Distribusi Sampel Rata-rata

- Jika pada populasi terbatas berukuran N dengan rata-rata μ_X dan simpangan baku σ_X diambil sampel berukuran n secara berulang tanpa pengembalian, maka akan diperoleh distribusi sampel rata-rata yang mempunyai rata-rata $\mu_{\overline{X}}$ dan simpangan baku $\sigma_{\overline{X}}$, yaitu:

$$\text{Rata - rata}: \mu_{\overline{X}} = \mu_X$$

$$\text{Simpangan baku}: \sigma_{\overline{X}} = \frac{\sigma_X}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$$

Distribusi Sampel Rata-rata(2)

- Jika N besar sekali (populasi tak terbatas) maka akan diperoleh distribusi sampel rata-rata yang mempunyai rata-rata $\mu_{\overline{X}}$ dan simpanga baku $\sigma_{\overline{X}}$, yaitu:

$$\text{Rata - rata}: \mu_{\overline{X}} = \mu_X$$

$$\text{Simpangan baku}: \sigma_{\overline{X}} = \frac{\sigma_X}{\sqrt{n}}$$

Distribusi Sampel Rata-rata (3)

- Bila populasi berukuran N terbatas atau tidak terbatas yang mempunyai rata-rata μ_X dan simpangan baku σ_X diambil secara acak cukup besar $n \geq 30$ secara berulang dengan atau tanpa pengembalian, maka distribusi sampel rata-rata akan mendekati distribusi normal dengan rata-rata $\mu_{\overline{X}}$ dan simpang baku $\sigma_{\overline{X}}$

  sehingga variabel acak Z, yaitu:

$$Z = \frac{\overline{X} - \mu_{\overline{X}}}{\sigma_{\overline{X}}}$$

.

Contoh distribusi sampel rata-rata

- Tinggi badan seluruh mahasiswa UNIKOM rata-ratanya mencapai 165 cm dan simpangan baku 8,4 cm. Telah diambil sebuah sampel acak terdiri atas 45 mahasiswa. Tentukan berapa peluang tinggi rata-rata ke 45 mahasiswa tersebut:

a. Antara 160 cm dan 168 cm

b. Paling sedikit 166 cm

Distribusi Sampel Selisih Rata-rata

Populasi 1
Jumlah = N_1
Rata-rata = μ_1
Simpangan baku = σ_1

Populasi 2
Jumlah = N_2
Rata-rata = μ_2
Simpangan baku = σ_2

Sampel 1
Berukuran n_1
Rata-rata $\overline{X}_1$

Sampel 2
Berukuran n_2
Rata-rata $\overline{X}_2$

$$\text{Rata-rata} = \mu_{\overline{x}_1 - \overline{x}_2} = \mu_1 - \mu_2$$

$$\text{Simpangan baku} = \sigma_{\overline{x}_1 - \overline{x}_2} = \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

Distribusi Sampel Selisih Rata-rata (2)

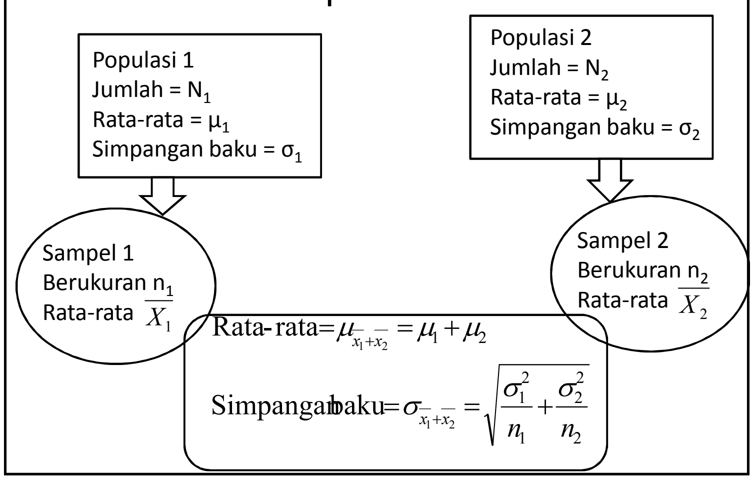
- Bila banyaknya sampel $\overline{X_1}$ dan banyaknya sampel $\overline{X_2}$ diambil cukup besar masing-masing $n_1 \geq 30$ dan $n_2 \geq 30$, maka distribusi sampel selisih dua rata-rata akan mempunyai distribusi normal sehingga statistik Z yang dinyatakan dalam bentuk transformasi, yaitu:

$$Z = \frac{\left(\overline{X_1} - \overline{X_2}\right) - \left(\mu_1 - \mu_2\right)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$

Contoh distribusi sampel selisih rata-rata

- Jika diketahui rata-rata dan simpangan baku tinggi mahasiswa laki-laki μ_1 = 164 cm dan σ_1 = 5,3 cm dan rata-rata dan simpangan baku tinggi mahasiswa perempuan μ_2 = 153 cm dan σ_2 = 5,1 cm. Dari masing-masing populasi diambil sampel acak sebanyak 150 orang. Berapa peluang rata-rata tinggi mahasiswa laki-laki paling sedikit 10 cm lebihnya dari rata-rata tinggi mahasiswa perempuan?

Distribusi Sampel Jumlah Rata-rata



Distribusi Sampel Jumlah Rata-rata

- Bila banyaknya sampel $\overline{X_1}$ dan banyaknya sampel $\overline{X_2}$ diambil cukup besar masing-masing $n_1 \geq 30$ dan $n_2 \geq 30$, maka distribusi sampel jumlah dua rata-rata akan mempunyai distribusi normal sehingga statistik Z yang dinyatakan dalam bentuk transformasi, yaitu:

$$Z = \frac{\left(\overline{X_1} + \overline{X_2}\right) - \left(\mu_1 + \mu_2\right)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$

Distribusi Sampel Proporsi

Populasi
Jumlah N
p= X/N

Sampel
Jumlah n
$\hat{p}$= x/n

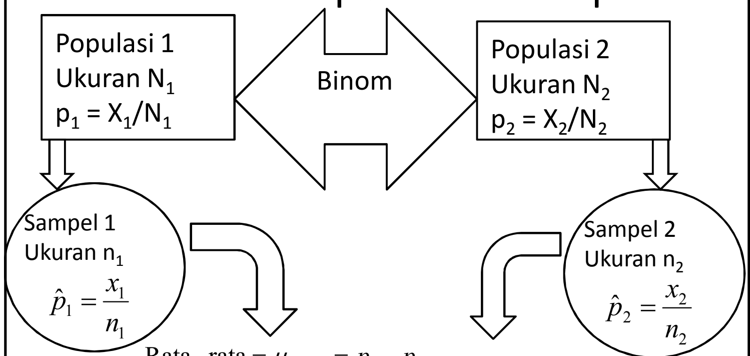
$$\text{Rata-rata} = \mu_p = \frac{X}{N}$$

$$\text{Simpangan baku} = \begin{cases} \sigma_{\hat{p}} = \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}, \text{bila populasi terbatas} \\ \sigma_{\hat{p}} = \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}, \text{bila populasi tak terbatas} \end{cases}$$

Contoh distribusi sampel proporsi

Apa petunjuk kuat bahwa 10% anggota masyarakat tergolong ke dalam golongan A. Sebuah sampel acak terdiri atas 100 orang telah diambil. Tentukan peluangnya bahwa dari 100 orang itu akan ada paling sedikit 15 orang dari golongan A.

Distribusi Sampel Selisih Proporsi



$$\text{Rata - rata} = \mu_{\hat{p}_1-\hat{p}_2} = p_1 - p_2$$

$$\text{Simpangan baku} = \sigma_{\hat{p}_1-\hat{p}_2} = \sqrt{\frac{p_1(1-p_1)}{n_1} + \frac{p_2(1-p_2)}{n_2}}$$

Distribusi Sampel Selisih Proporsi

Jika banyak sampel pertama dengan proporsi $\hat{p}_1$ dan banyak sampel kedua dengan proporsi $\hat{p}_2$ diambil cukup besar masing-masing $n_1 \geq 30$ dan $n_2 \geq 30$, maka distribusi sampel selisih dua proporsi mempunyai distribusi normal sehingga statistik Z yaitu

$$Z = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - (p_1 - p_2)}{\sigma_{\hat{p}_1-\hat{p}_2}}$$

Contoh Distribusi Sampel Selisih Proporsi

Ada petunjuk kuat bahwa calon A akan mendapat suara 60% dalam pemilihan. Dua buah sampel acak secara independen telah diambil masing-masing terdiri atas 300 orang. Tentukan peluangnya akan terjadi perbedaan persentase tidak lebih dari 10% yang akan memilih A.