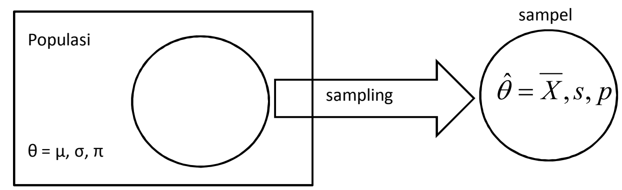
# INTERVAL KEPERCAYAAN

KANIA EVITA DEWI

## PENDAHULUAN




- Penaksiran parameter ada 2 cara:

1. Penaksiran titik
2. Penaksiran interval atau interval kepercayaan

## PENAKSIRAN TITIK

- Penaksiran titik -> Jika nilai parameter θ dari populasi hanya diduga dengan memakai satu nilai statistik $\hat{\theta}$ dari sampel yang diambil dari populasi tersebut, maka statistik $\hat{\theta}$ disebut pendugaan titik.
- Kelemahan: sulit dipertanggungjawabkan secara statistik, karena tidak dapat ditentukan derajat keyakinannya.

## PENAKSIRAN INTERVAL

- Jika nilai parameter θ dari populasi diduga dengan memakai beberapa nilai statistik $\hat{\theta}$ yang berada dalam suatu interval dengan koefisien kepercayaan $\gamma$, maka sebuah sampel acak diambil, lalu hitung nilai-nilai statistik yang diperlukan. Perumusan dalam bentuk peluang untuk parameter θ antara A dan B:

$$P( A < \theta < B) = \gamma$$

dengan A dan B fungsi dari statistik, jadi merupakan variabel acak, tidak bergantung pada θ.

## INTERVAL KEPERCAYAAN RATA-RATA

Misal sebuah populasi berukuran N diambil sampel acak berukuran n, lalu dihitung statistik yang perlu, $\overline{X}$ ialah μ. Titik taksiran untuk rata-rata μ ialah $\overline{X}$. Dengan kata lain, nilai μ besarnya ditaksir oleh harga $\overline{X}$ yang didapat dari sampel.

## IK RATA-RATA (1)

- Untuk memperoleh taksiran yang lebih tinggi derajat kepercayaan, digunakan interval taksiran atau selang taksiran disertai nilai koefisien kepercayaan yang dikehendaki. Dibedakan menjadi tiga hal

1. Simpangan baku σ diketahui dan populasinya berdistribusi normal

$$P\left(\overline{X} - Z_{\frac{\gamma}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \overline{X} + Z_{\frac{\gamma}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = \gamma$$

- Dengan γ = koefisien kepercayaan dan $Z_{\frac{\gamma}{2}}$ = bilangan z didapat dari tabel normal baku untuk peluang .
- Untuk interval kepercayaannya:

$$\overline{X} - Z_{\frac{\gamma}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \overline{X} + Z_{\frac{\gamma}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

## IK Rata-rata (2)

2. Simpangan baku σ tidak diketahui dan populasi berdistribusi normal

$$P\left(\overline{X} - t_p \frac{s}{\sqrt{n}} < \mu < \overline{X} + t_p \frac{s}{\sqrt{n}}\right) = \gamma$$

- dengan γ = koefisien kepercayaan dan $t_p$ = nilai t didapat dari daftar distribusi student dengan dan $\frac{1}{2}\gamma$
- Untuk interval kepercayaannya:

$$\overline{X} - t_p \frac{s}{\sqrt{n}} < \mu < \overline{X} + t_p \frac{s}{\sqrt{n}}$$

## IK Rata-rata (3)

3. Simpangan baku tidak diketahui dan populasi tidak berdistribusi normal

Jika n cukup besar maka dalil limit pusat berlaku maka dapat digunakan cara 1. dengan menggunakan kekeliruan yang sangat kecil. Jika populasi sangat menyimpang dari normal dan ukuran sampel kecil sekali maka teorinya harus dipecahkan dengan menggunakan bentuk distribusi asli dari populasi bersangkutan.

## IK Rata-rata (4)

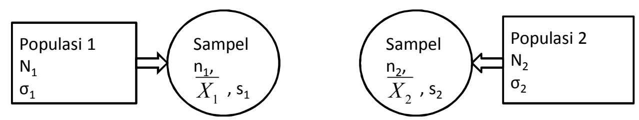
- Bila $\overline{X}$ merupakan penduga untuk μ, maka dapat dipercaya γ x 100% bahwa kesalahannya akan lebih dari suatu besaran tertentu e yang ditetapkan sebelumnya dengan syarat, yaitu:

$$n = \left( \frac{Z_{\frac{\gamma}{2}} \sigma}{e} \right)^2$$

## Contoh IKR

Sebuah sampel acak terdiri dari 100 mahasiswa telah diambil dari sebuah Universitas lain nilai-nilai IQ-nya dicatat. Didapat $\overline{X} = 112$ dan s = 10. Tentukan taksiran interval untuk rata-rata populasinya!

## Interval Kepercayaan Selisih Rata-rata




Jelas bahwa taksiran ($\mu_1 - \mu_2$) adalah $(\overline{X}_1 - \overline{X}_2)$. Untuk memperoleh taksiran yang lebih tinggi derajat kepercayaan, digunakan interval taksiran atau selang taksiran disertai nilai koefisien kepercayaan yang dikehendaki. Dibedakan menjadi tiga hal.

## IK Selisih rata-rata(1)

1. Jika $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$ dan populasinya berdistribusi normal

$$P\left(\left(\overline{X_1}-\overline{X_2}\right)-Z_{\frac{\gamma}{2}}\sigma\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}<\mu_1-\mu_2<\left(\overline{X_1}-\overline{X_2}\right)+Z_{\frac{\gamma}{2}}\sigma\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}\right)=\gamma$$

Interval kepercayaan

$$\left(\overline{X_1}-\overline{X_2}\right)-Z_{\frac{\gamma}{2}}\sigma\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}<\mu_1-\mu_2<\left(\overline{X_1}-\overline{X_2}\right)+Z_{\frac{\gamma}{2}}\sigma\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}$$

Dengan $Z_{\frac{\gamma}{2}}$ didapat dari distribusi normal baku dengan peluang $\frac{1}{2}\gamma$

## IK Selisih Rata-rata (2)

2. Jika $\sigma_1 = \sigma_2$ dan populasinya berdistribusi normal

$$P\left(\left(\overline{X_1}-\overline{X_2}\right)-t_p s\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}<\mu_1-\mu_2<\left(\overline{X_1}-\overline{X_2}\right)+t_p s\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}\right)=\gamma$$

Interval kepercayaan

$$\left(\overline{X_1}-\overline{X_2}\right)-t_p s\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}<\mu_1-\mu_2<\left(\overline{X_1}-\overline{X_2}\right)+t_p s\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}$$

Dengan

$$s^2=\frac{(n_1-1)s_1^2+(n_2-1)s_2^2}{n_1+n_2-2}\ ,\ p=\frac{1}{2}(1+\gamma)\ ,\ dk=n_1+n_2-2$$

## IK Selisih Rata-rata(3)

3. Jika $\sigma_1 \neq \sigma_2$

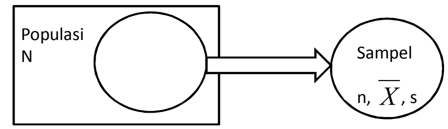
   Taksir $\sigma_1 = s_1$ dan Taksir $\sigma_2 = s_2$, untuk sampel-sampel yang cukup besar, dapat dilakukan pendekatan kepada distribusi normal. Formula interval kepercayaannya ditentukan oleh:

$$\left(\overline{X_1}-\overline{X_2}\right)-Z_{\frac{\gamma}{2}}\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1}+\frac{s_2^2}{n_2}}<\mu_1-\mu_2<\left(\overline{X_1}-\overline{X_2}\right)+Z_{\frac{\gamma}{2}}\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1}+\frac{s_2^2}{n_2}}$$

## Contoh IK Selisih Rata-rata

Catatan selama 10 tahun terakhir menunjukkan bahwa rata-rata curah hujan di Bogor selama bulan Januari adalah 4,93 cm dengan simpangan baku 1,14 cm. Sedangkan di daerah tangerang pada bulan yang sama rata-rata curah hujannya adalah 2,64 cm dengan simpangan baku 0,66 cm. Buatlah interval kepercayaan 90% untuk beda rata-rata curah hujan yang sebenarnya selama bulan Januari di dua daerah itu! (Diasumsikan populasi kedua daerah normal dan simpangan bakunya berbeda)

## Interval Kepercayaan Proposal




Untuk memperoleh taksiran dengan derajat kepercayaan, digunakan interval taksiran atau selang taksiran disertai nilai koefisien kepercayaan yang dikehendaki, yaitu $P\left(p - Z_{\frac{\gamma}{2}}\sqrt{\frac{pq}{n}} < \pi < p + Z_{\frac{\gamma}{2}}\sqrt{\frac{pq}{n}}\right) = \gamma$

Interval kepercayaannya: $p - Z_{\frac{\gamma}{2}}\sqrt{\frac{pq}{n}} < \pi < p + Z_{\frac{\gamma}{2}}\sqrt{\frac{pq}{n}}$

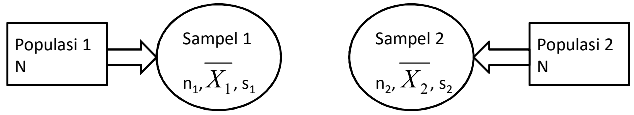
Dengan q = 1 - p

## Contoh Interval Kepercayaan Proporsi

Pada suatu sampel acak berukuran n = 500 orang di suatu kota ditemukan bahwa 340 orang diantaranya suka nonton TV untuk acara dunia dalam berita.

Hitunglah interval kepercayaan 95% untuk menduga berapa proporsi sesungguhnya penduduk di kota itu yang suka nonton TV untuk acara dunia dalam berita!

## Interval Kepercayaan Selisih Proporsi




Untuk memperoleh taksiran dengan derajat kepercayaan, digunakan interval taksiran atau selang taksiran disertai nilai koefisien kepercayaan yang dikehendaki, yaitu

$$P\left((p_1 - p_2) - Z_{\frac{\gamma}{2}}\sqrt{\frac{p_1q_1}{n_1} + \frac{p_2q_2}{n_2}} < \pi_1 - \pi_2 < (p_1 - p_2) + Z_{\frac{\gamma}{2}}\sqrt{\frac{p_1q_1}{n_1} + \frac{p_2q_2}{n_2}}\right) = \gamma$$

Interval kepercayaannya:

$$(p_1 - p_2) - Z_{\frac{\gamma}{2}}\sqrt{\frac{p_1q_1}{n_1} + \frac{p_2q_2}{n_2}} < \pi_1 - \pi_2 < (p_1 - p_2) + Z_{\frac{\gamma}{2}}\sqrt{\frac{p_1q_1}{n_1} + \frac{p_2q_2}{n_2}}$$

Dengan $q_i = 1 - p_i$

## Contoh IK Selisih Proporsi

Suatu studi diadakan untuk menduga proporsi penduduk suatu kota dan penduduk di sekitar kota tersebut yang menyetujui pembangunan suatu pembangkit listrik tenaga nuklir di daerah tersebut. Diperoleh bahwa, ternyata dari 100 orang penduduk kota terdapat 52 orang yang menyetujui, sementara dari 125 orang penduduk di sekitar kota itu hanya 34 orang yang menyetujui. Buatlah interval kepercayaan 96% untuk perbedaan antara proporsi penduduk di kota dan disekitar kota yang menyetujui dibangunnya pembangkit listrik tenaga nuklir di daerah tersebut!