Sketsa grafik secara canggih:

1. $f\left(x\right)=\frac{x^{3}-1}{x-1}$

Jawab

1. Domain: karena $f\left(x\right)$ adalah fungsi rasional maka $f\left(x\right)$ bernilai real jika

$$x-1\ne 0\leftrightarrow x\ne 1$$

Maka $D\_{f}=\left(-\infty ,1\right)∪\left(1,\infty \right)$

1. $f\left(-x\right)=\frac{\left(-x\right)^{3}-1}{\left(-x\right)-1}=\frac{-x^{3}-1}{-x-1}=-\frac{x^{3}+1}{-x-1}$, Karena $f\left(-x\right)\ne f\left(x\right)$ ataupun $f\left(-x\right)\ne -f\left(x\right)$ Maka fungsi bukan genap atau ganjil
2. Titik potong terhadap sumbu x, maka $y=0$

$$\frac{x^{3}-1}{x-1}=0$$

Karena $x-1\ne 0$ dan $x^{3}-1=\left(x-1\right)\left(x^{2}+x+1\right)$, Maka

$$\frac{x^{3}-1}{x-1}=\frac{\left(x-1\right)\left(x^{2}+x+1\right)}{x-1}=0\leftrightarrow \left(x^{2}+x+1\right)=0$$

Karena $\left(x^{2}+x+1\right)=0$ tidak memiliki solusi real maka tidak memiliki titik potong disumbu x

1. Titik potong terhadap sumbu y, maka $x=0$

$$\frac{0^{3}-1}{0-1}=1$$

Maka titik potong disumbu y = $\left(0,1\right)$

1. Titik kritis
2. Titik ujung, karena domain $D\_{f}=\left(-\infty ,1\right)∪\left(1,\infty \right)$ maka tidak memiliki titik ujung, yang artiya dari titik ujung tidak ada calon titik kritis
3. Titik stasioner

$$f^{'}\left(x\right)=\frac{2x^{3}-3x^{2}+1}{\left(x-1\right)^{2}}$$

Maka $f^{'}\left(x\right)=0$, terjadi pada saat

$$\frac{2x^{3}-3x^{2}+1}{\left(x-1\right)^{2}}=0\leftrightarrow \frac{\left(2x+1\right)\left(x-1\right)^{2}}{\left(x-1\right)^{2}}=0\leftrightarrow 2x+1=0\leftrightarrow x=-\frac{1}{2}$$

1. Titik singular, tidak memiliki titik singular

**Karena calon hanya satu maka titik kritis** $x=-\frac{1}{2}$

1. Kemonotonan

$$-\frac{1}{2}$$

$$f^{'}\left(x\right)<0$$

$$f^{'}\left(x\right)>0$$

Grafik akan turun pada selang $\left(-\infty ,\frac{1}{2}\right)$

Grafik akan naik pada selang $\left(\frac{1}{2},\infty \right)$

1. Titik balik

$$f"\left(x\right)=\frac{6x}{x-1}-\frac{6x^{2}}{\left(x-1\right)^{2}}+\frac{2\left(x^{3}-1\right)^{3}}{\left(x-1\right)^{3}}$$

Titik balik diperoleh ketika $f^{"}\left(x\right)=0$ maka

$$\frac{6x}{x-1}-\frac{6x^{2}}{\left(x-1\right)^{2}}+\frac{2\left(x^{3}-1\right)^{3}}{\left(x-1\right)^{3}}=0\leftrightarrow \frac{\left(x-1\right)^{3}}{\left(x-1\right)^{3}}=0$$

Maka titik balik tidak ada

1. Kecekungan

$$f">0$$

Artinya sepanjang garis bilangan kurva cekung keatas

1. Tidak punya asimtot
2. Pasanggan koordinat

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | -2 | -1 | -1/2 | 0 | 1/2 | 2 |
| f(x) | 3 | 1 | 3/4 | 1 | 7/4 | 7 |

1. Sketsa grafik



1. $f\left(x\right)=\frac{x^{2}-1}{x-1}$

Jawab

1. Domain: karena $f\left(x\right)$ adalah fungsi rasional maka $f\left(x\right)$ bernilai real jika

$$x-1\ne 0\leftrightarrow x\ne 1$$

Maka $D\_{f}=\left(-\infty ,1\right)∪\left(1,\infty \right)$

1. $f\left(-x\right)=\frac{\left(-x\right)^{2}-1}{\left(-x\right)-1}=\frac{x^{2}-1}{-x-1}=-\frac{x^{2}-1}{x+1}$, Karena $f\left(-x\right)\ne f\left(x\right)$ ataupun $f\left(-x\right)\ne -f\left(x\right)$ Maka fungsi bukan genap atau ganjil
2. Titik potong terhadap sumbu x, maka $y=0$

$$\frac{x^{2}-1}{x-1}=0$$

Karena $x-1\ne 0$ dan $x^{2}-1=\left(x-1\right)\left(x+1\right)$, Maka

$$\frac{x^{3}-1}{x-1}=\frac{\left(x-1\right)\left(x+1\right)}{x-1}=0\leftrightarrow \left(x+1\right)=0\leftrightarrow x=-1$$

Maka titik potong terhadap sumbu x adalah $\left(-1,0\right)$

1. Titik potong terhadap sumbu y, maka $x=0$

$$\frac{0^{2}-1}{0-1}=1$$

Maka titik potong disumbu y = $\left(0,1\right)$

1. Titik kritis
2. Titik ujung, karena domain $D\_{f}=\left(-\infty ,1\right)∪\left(1,\infty \right)$ maka tidak memiliki titik ujung, yang artiya dari titik ujung tidak ada calon titik kritis
3. Titik stasioner

$$f^{'}\left(x\right)=\frac{2x}{x-1}-\frac{x^{2}-1}{\left(x-1\right)^{2}}$$

Maka $f^{'}\left(x\right)=0$, terjadi pada saat

$$\frac{2x}{x-1}-\frac{x^{2}-1}{\left(x-1\right)^{2}}=0\leftrightarrow \frac{\left(x-1\right)^{2}}{\left(x-1\right)^{2}}=0$$

Maka tidak ada calon dari stasioner

1. Titik singular, tidak memiliki titik singular

**Karena calon** $f\left(x\right)$ **tidak punya titik kritis**

1. Kemonotonan

$$f^{'}\left(x\right)>0$$

Grafik akan naik pada selang $\left(-\infty ,\infty \right)$

1. Titik balik

$$f"\left(x\right)=0$$

Maka titik balik tidak ada

1. Tidak cekung dimana-mana
2. Tidak punya asimtot
3. Pasanggan koordinat

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | -2 | -1 | -1/2 | 0 | 1/2 | 2 |
| f(x) | -1 | 0 | 1/2 | 1 | 3/2 | 3 |

1. Sketsa grafik

