METODE Big M
Pertemuan Ke-5

Team Dosen Riset Operasional
Program Studi Teknik Informatika
Universitas Komputer Indonesia

Pendahuluan (1)

- Pendekatan standar yang digunakan disebut teknik variabel artifisial (*artificial-variable technique*).
- Teknik ini menyajikan masalah artifisial dengan memperkenalkan variabel *dummy* (disebut variabel artifisial) ke dalam masing-masing kendala yang membutuhkannya.
- Variabel ini sengaja dimunculkan untuk dijadikan variabel basis awal persamaan tersebut.
- Fungsi tujuan dimodifikasi untuk memberikan pinalti yang tinggi karena nilai-nilai yang dimiliki lebih besar daripada nol.

Pendahuluan (2)

- Pada pendekatan ini, variabel artifisial dalam fungsi tujuan diberi suatu biaya sangat besar (dalam perhitungan komputer biasanya 3 atau 4 kali besarnya dibandingkan bilangan lain dalam model). Dalam praktik, huruf M digunakan sebagai biaya dalam masalah minimasi dan –M sebagai keuntungan dalam masalah maksimasi dengan asumsi M adalah suatu angka positif yang besar.
- Iterasi pada metode simpleks kemudian secara otomatis memaksa variabel artifisial menghilang (menjadi nol), sampai seluruhnya habis.

Formulasi model matematik

F. Tujuan : **Maks/Min** $Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots + c_nx_n$

F. Pembatas **:**

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n \leq b_1$$
$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n \geq b_2$$
$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n = b_m$$
$$x_1, x_2, \ldots, x_n \geq 0$$

Bentuk standar

F. Tujuan : **Maks** $Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots + c_nx_n - MR_n$

atau

Min $Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots + c_nx_n + MR_n$

F. Pembatas :

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n + S_1 = b_1$$
$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n - S_2 + R_2 = b_2$$
$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n + R_n = b_m$$
$$x_1, x_2, \ldots, x_n, S_1, S_2, R_1, \ldots, R_n \geq 0$$

- Dimana :

  R : variabel artificial

  M : nilai pinalti

- Variabel artificial fungsinya sama dengan variabel slack, yaitu untuk mengubah variabel non-basis menjadi variabel basis
- Variabel surplus ($-S_m$) diproses sebagai variabel non-basis.
- Nilai pinalti (M) merupakan nilai yang sangat besar untuk mengurangi variabel artificial

Contoh 1

F. Tujuan : maks $Z = 3X_1 + 5X_2$

F. Pembatas :

$$
\begin{aligned}
X_1 \qquad &\le 4 \\
2X_2 &\le 12 \\
3X_1 + 2X_2 &= 18 \\
X_1 , X_2 &\ge 0
\end{aligned}
$$

<u>Bentuk standar</u> :

F. Tujuan : maks $Z = 3X_1 + 5X_2 + 0S_1 + 0S_2 - MR_3$

F. Pembatas :

$$
\begin{aligned}
X_1 + \qquad S_1 \qquad\qquad &= 4 \\
2X_2 \qquad + S_2 \qquad &= 12 \\
3X_1 + 2X_2 \qquad\qquad + R_3 &= 18 \\
X_1 , X_2 , S_1 , S_2 , R_3 &\ge 0
\end{aligned}
$$

$R_3 = 18 – 3X_1 – 2X_2$

Maka diperoleh fungsi tujuan :

Maksimasi

$$Z = 3X_1 + 5X_2 – MR_3$$

$$= 3X_1 + 5X_2 – M(18 – 3X_1 – 2X_2)$$

$$= 3X_1 + 5X_2 – 18M + 3MX_1 + 2MX_2$$

$$= (3+3M)X_1 + (5+2M)X_2 – 18M$$

$$\mathbf{Z – (3+3M)X_1 – (5+2M)X_2 = – 18M}$$

ITERASI 0

BASIS	Z	X_1	X_2	S_1	S_2	R_3	SOLUSI	
Z	1	(-3-3M)	(-5-2M)	0	0	0	-18M	RASIO
S_1	0	1	0	1	0	0	4	4
S_2	0	0	2	0	1	0	12	#
R_3	0	3	2	0	0	1	18	6

EV

LV

ITERASI 1

BASIS	Z	X_1	X_2	S_1	S_2	R_3	SOLUSI	
Z	1	0	(-5-2M)	(3+3M)	0	0	-6M+12	RASIO
X_1	0	1	0	1	0	0	4	#
S_2	0	0	2	0	1	0	12	6
R_3	0	0	2	-3	0	1	6	3

ITERASI 2

BASIS	Z	X_1	X_2	S_1	S_2	R_3	SOLUSI	
Z	1	0	0	-9/2	0	(5/2+M)	27	RASIO
X_1	0	1	0	1	0	0	4	4
S_2	0	0	0	3	1	-1	6	2
X_2	0	0	1	-3/2	0	1/2	3	-2

ITERASI 3

BASIS	Z	X_1	X_2	S_1	S_2	R_3	SOLUSI
Z	1	0	0	0	3/2	(1+M)	36
X_1	0	1	0	0	-1/3	1/3	2
S_1	0	0	0	1	1/3	-1/3	2
X_2	0	0	1	0	1/2	0	6

Solusi Optimal : $X_1 = 2$ $X_2 = 6$ $Z = 36$

Contoh 2

F. Tujuan : min $Z = 3X_1 + 5X_2$

F. Pembatas :

$$\begin{aligned} X_1 \quad\quad &\le 4 \\ 2X_2 &= 12 \\ 3X_1 + 2X_2 &\ge 18 \\ X_1, X_2 &\ge 0 \end{aligned}$$

<u>Bentuk standar</u> :

F. Tujuan : min $Z = 3X_1 + 5X_2 + 0S_1 - 0S_3 + MR_2 + MR_3$

F. Pembatas :

$$\begin{aligned} X_1 \quad + S_1 \quad\quad\quad\quad &= 4 \\ 2X_2 \quad + R_2 \quad\quad &= 12 \\ 3X_1 + 2X_2 \quad\quad - S_3 + R_3 &= 18 \\ X_1, X_2, S_1, S_3, R_2, R_3 &\ge 0 \end{aligned}$$

$R_2 = 12 – 2X_2$

$R_3 = 18 – 3X_1 – 2X_2 + S_3$

Maka diperoleh fungsi tujuan :

Minimasi

$Z = 3X_1 + 5X_2 + MR_2 + MR_3$

$= 3X_1 + 5X_2 + M(12 – 2X_2) + M(18 – 3X_1 – 2X_2 + S_3)$

$= 3X_1 + 5X_2 + 12M – 2MX_2 + 18M – 3MX_1 – 2MX_2 + MS_3$

$= (3 – 3M)X_1 + (5 – 4M)X_2 + MS_3 + 30M$

Maka diperoleh,

$\mathbf{Z – (3 – 3M)X_1 – (5 – 4M)X_2 – MS_3 = 30M}$

ITERASI 0

BASIS	Z	X_1	X_2	S_1	S_3	R_2	R_3	SOLUSI	
Z	1	(-3+3M)	(-5+4M)	0	-M	0	0	30M	RASIO
S_1	0	1	0	1	0	0	0	4	#
R_2	0	0	2	0	0	1	0	12	6
R_3	0	3	2	0	-1	0	1	18	9

ITERASI 1

BASIS	Z	X_1	X_2	S_1	S_3	R_2	R_3	SOLUSI	
Z	1	(-3+3M)	0	0	-M	(5/2-2M)	0	30+6M	RASIO
S_1	0	1	0	1	0	0	0	4	9
X_2	0	0	1	0	0	1/2	0	6	#
R_3	0	3	0	0	-1	-1	1	6	2

ITERASI 2

BASIS	Z	X_1	X_2	S_1	S_3	R_2	R_3	SOLUSI
Z	1	0	0	0	-1	(3/2-M)	(1-M)	36
S_1	0	0	0	1	1/3	1/3	-1/3	2
X_2	0	0	1	0	0	1/2	0	6
X_1	0	1	0	0	-1/3	-1/3	1/3	2

Solusi Optimal : $X_1 = 2$

$X_2 = 6$

$Z = 36$

Latihan Soal

Suatu perusahaan konveksi pakaian memproduksi tiga jenis pakaian, yaitu pakaian anak-anak, pakaian pria dan pakaian wanita. Untuk satu lusin pakaian anak-anak diperlukan dua rol kain berbagai corak dan warna serta empat orang tenaga kerja. Untuk satu lusin pakaian pria dan satu lusin pakaian wanita diperlukan masing-masing sebanyak empat dan dua rol kain berbagai corak dan warna dengan jumlah tenaga kerja masing-masing dua dan enam orang. Kain yang digunakan setiap harinya tersedia sebanyak dua puluh rol. Tenaga kerja yang ada mempunyai keahlian yang sama, dan jumlahnya enam belas orang.

Policy perusahaan mengharuskan seluruh tenaga kerja digunakan, artinya tidak boleh ada tenaga kerja yang menganggur. Ongkos membuat masing-masing jenis pakaian itu didasarkan atas model, aksesoris dan jam kerja yang diperlukan. Tetatpi sebagai patokan dapat digunakan biaya rata-rata yang sebesar $15/lusin pakaian anak-anak, $30/lusin pakaian pria dan $45/lusin pakaian wanita.

Jika masing-masing jenis pakaian itu laku terjual dengan harga $25/lusin pakaian anak-anak, $54/lusin pakaian pria, dan $53/lusin pakaian wanita, bagaimanakah model program linier persoalan diatas?