



INTEGRAL

TUJUAN INSTRUKSIONAL KHUSUS:

Memahami konsep dasar integral, teorema-teorema, sifat-sifat, notasi jumlah

Materi :

1.1 Anti Turunan

Definisi

F adalah suatu anti turunan dari f pada selang I jika $DF = f$ pada I , jika $F'(x) = f(x)$ untuk semua x dalam I

Contoh:

Carilah suatu anti turunan dari fungsi $f(x) = 3x^2$ pada $(-\infty, \infty)$

Penyelesaian:

$$F'(x) = 3x^2 \text{ untuk semua } x \text{ rill maka } F(x) = x^3$$

Tetapi seharusnya $F(x) = x^3 + C$.

Anti turunan dari suatu fungsi tidak tunggal, tapi perbedaannya berupa suatu bilangan konstan.

Anti turunan disebut juga **Integral Tak Tentu**.

Notasi:

$$\int f(x)dx = F(x) + C$$

1.2 Sifat-sifat Integral Tak Tentu

1. Sifat yang diperoleh langsung dari turunan

a. $\int 1 dx = x + C$



b. $\int x^r dx = \frac{x^{r+1}}{r+1} + C, r \neq -1$

c. $\int \sin x dx = -\cos x + C$

d. $\int \cos x dx = \sin x + C$

e. $\int \sec^2 x dx = \tan x + C$

f. $\int \csc^2 x dx = -\cot x + C$

2 Sifat kelinieran

a. $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx$, k adalah suatu konstanta

b. $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$

c. $\int [f(x) - g(x)] dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx$

Contoh:

Hitung

$$\int (4x^3 + 3x^2 - 10) dx$$

Jawab:

$$\begin{aligned} \int (4x^3 + 3x^2 - 10) dx &= \int 4x^3 dx + \int 3x^2 dx - \int 10 dx \\ &= 4 \int x^3 dx + 3 \int x^2 dx - 10 \int 1 dx = x^4 + x^3 - 10x + C \end{aligned}$$

1.3 Notasi Sigma (Σ)

Notasi sigma (jumlah):

$$\sum_{i=1}^n a_i = a_1 + a_2 + \dots + a_n \text{ dan } \sum_{i=1}^n k = k + k + \dots + k = nk$$



Sifat dan rumus sigma

$$1. \sum_{i=1}^n (ka_i + lb_i) = k \sum_{i=1}^n a_i + l \sum_{i=1}^n b_i$$

$$2. \sum_{i=1}^n i = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$3. \sum_{i=1}^n i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$4. \sum_{i=1}^n i^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2$$

$$5. \sum_{i=1}^n i^4 = \frac{n(n+1)(6n^3+9n^2+n+1)}{30}$$

Contoh: Hitung

$$\sum_{k=1}^5 (3k^2 + 2)$$

Jawab:

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^5 (3k^2 + 2) &= 3 \sum_{k=1}^5 k^2 + \sum_{k=1}^5 2 = 3 \left(\frac{5(5+1)(2(5)+1)}{6} \right) + (2+2+2+2+2) \\ &= 3(55) + 10 = 175 \end{aligned}$$