**BAB I**

**LINEAR PROGRAMMING**

* 1. **Definisi**

Sains Manajemen adalah penerapan ilmiah yang menggunakan perangkat dan metode matematika untuk memecahkan masalah manajemen dalam rangka membantu manajer dan pimpinan serta pihak manajemen menggunakan teknik matematika, statistic ilmu-ilmu murni, dan perekayasaan. (Bernard W. Taylor, Sains Manajemen, 2001)

Manajemen sains biasa juga disebut sebagai riset operasi di mana penerapan pendekatan sains digunakan dalam proses pengambilan keputusan yang bertujuan mendapatkan rancangan demi menjalankan sistem yang terbaik dengan memperhatikan keterbatasan sumber daya yang terlibat.

Dengan kata lain, manajemen sains atau operasi riset adalah metode untuk memformulasikan dan merumuskan permasalahan sehari-hari baik mengenai bisnis, ekonomi, sosial maupun bidang lainnya ke dalam pemodelan matematis untuk mendapatkan solusi yang optimal.

Jika penelitian operasional akan digunakan untuk memecahkan suatu persoalan di suatu organisasi, maka harus dilakukan lima langkah sebagai berikut :

1. Memformulasikan persoalan.

Definisikan persoalan lengkap dengan spesifikasi tujuan organisasi dan bagian-bagian organisasi atau sistem yang bersangkutan. Hal ini mutlak harus dipelajari sebelum persoalan dapat dipecahkan.

1. Mengobservasi sistem.

Kumpulkan data untuk mengestimasi besaran parameter yang berpengaruh terhadap persoalan yang dihadapi. Estimasi ini digunakan untuk membangun dan mengevaluasi model matematis dari persoalan.

1. Memformulasikan model matematis dari persoalan yang dihadapi.

Dalam memformulasikan persoalan ini biasanya digunakan model analitik, yaitu model matematis yang menghasilkan persamaan. Jika pada suatu situasi yang sangat rumit tidak diperoleh model analitik, maka perlu dikembangkan suatu model simulasi.

1. Mengevaluasi model dan menggunakannya untuk prediksi.

Pada langkah ini, tentukan apakah model matematis yang dibangun pada langkah 3 telah menggambarkan keadaan nyata secara akurat. Jika belum, buatlah model yang baru.

1. Mengimlementasikan hasil studi.

Pada langkah ini kita harus menterjemahkan hasil studi atau hasil perhitungan ke dalam bahasa sehari-hari yang mudah dimengerti. (Tjutju Tarliah, Operations Research, 2003)

* 1. **Model Matematika**

Model adalah abstraksi atau penyederhanaan realitas sistem yang kompleks dimana hanya komponen-komponen relevan atau factor-faktor yang dominan dari masalah yang dianalisa. Faktor-faktor yang mempengaruhi pemodelan harus disederhanakan dan apabila ada data yang kurang, kekurangan tersebut dapat diasumsikan atau diisi dengan pendekatan yang bersifat rasional. (<http://yuwono.himatif.or.id>)

Pendekatan sains untuk membuat keputusan biasanya menyertakan penggunaan satu atau lebih model matematis. Model matematika merupakan representasi suatu keadaan secara matematik yang dimungkinkan digunakan untuk membuat keputusan terbaik atau memberikan kemudahan dalam memahami keadaan sebenarnya dengan lebih baik. (<http://www.scribd.com>).

Model matematika adalah model yang paling abstrak, dimana model ini menggunakan seperangkat symbol matematik untuk menunjukkan komponen-komponen (dan hubungan antar mereka) dari sistem nyata.

Berikut adalah langkah-langkah untuk membentuk suatu model matematika yang biasa disebut formulasi masalah :

1. Variabel Keputusan

Adalah variable yang menguraikan secara lengkap keputusan-keputusan yang akan dibuat.

1. Fungsi Tujuan

Adalah fungsi dari variable keputusan yang akan dimaksimumkan atau diminimumkan.

1. Pembatas

Merupakan kendala yang dihadapi sehingga kita tidak menentukan harga-harga variable keputusan secara sembarang.

1. Pembatas Tanda

Adalah pembatas yang menjelaskan asumsi variable keputusan.

Berikut adalah contoh untuk membentuk model matematika atau formulasi masalah.

**Contoh 1**

Suatu perusahaan memproduksi 3 jenis pakaian A, B, dan C. Ketiga jenis pakaian tersebut membutuhkan sumber daya dan memberikan keuntungan sebagai berikut :

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Sumber daya | Model Pakaian | | | Tersedia |
| A | B | C |
| Tenaga kerja | 7 | 3 | 6 | 150 |
| Bahan baku | 4 | 4 | 5 | 200 |
| Keuntungan | 4000 | 2000 | 3000 |  |

Maka hal-hal yang harus diperhatikan adalah :

1. Variable keputusan

Masalah ini terdiri dari tiga variable yang menunjukkan jumlah masing-masing jenis pakaian yang akan diproduksi.

x1 = banyaknya pakaian jenis A yang akan dibuat

x2 = banyaknya pakaian jenis B yang akan dibuat

x3 = banyaknya pakaian jenis C yang akan dibuat

1. Fungsi Tujuan

Tujuan masalah ini adalah memaksimalkan keuntungan penjualan pakaian-pakaian tersebut. Keuntungan total adalah jumlah keuntungan masing-masing pakaian yang diasumsikan terjual seluruhnya, sehingga keuntungan total, Z, dituliskan sebagai :

Maks Z = 4000x1 + 2000x2 + 3000x3

1. Pembatas

Dalam masalah ini, pembatasnya adalah jumlah ketersediaan sumber daya tenaga kerja dan bahan baku.

Pembatas 1 : ketersediaan tenaga kerja

7x1 + 3x2 + 6x3 ≤ 150

Pembatas 2 : ketersediaan bahan baku

4x1 + 4x2 + 5x3 ≤ 200

1. Pembatas tanda

Variable keputusan atau banyaknya produksi setiap jenis pakaian harus dibatasi jangan sampai negative.

x1 ≥ 0

x2 ≥ 0

x3 ≥ 0

Maka model matematika dari persoalan tersebut adalah :

Maks Z = 4000x1 + 2000x2 + 3000x3

7x1 + 3x2 + 6x3  ≤ 150

4x1 + 4x2 + 5x3  ≤ 200

x1 ≥ 0

x2 ≥ 0

x3 ≥ 0

**Contoh 2**

Untuk menjaga kesehatan, seseorang harus memenuhi kebutuhan minimum per hari akan beberapa zat makanan. Misalkan hanya ada tiga zat makanan yang dibutuhkan yaitu kalsium, protein, dan vitamin A. Misalkan makanan seseorang hanya terdiri dari tiga jenis yaitu makanan merk A, merk B, dan merk C, yang harganya, zat-zat yang terkandung di dalamnya, dan kebutuhan minimum per hari akan zat-zat makanan tersebut ditunjukkan pada table berikut :

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Makanan | | | Kebutuhan  Minimum |
| Merk A | Merk B | Merk C |
| Harga per unit | Rp 5.000,- | Rp 8.000,- | Rp 6.000,- |  |
| Kalsium | 5 | 1 | 0 | 8 |
| Protein | 2 | 2 | 1 | 10 |
| Vitamin A | 1 | 5 | 4 | 22 |

Masalahnya adalah bagaimana kombinasi ketiga jenis makanan itu akan memenuhi kebutuhan minimum per hari dan memberikan biaya terendah.

1. Variabel keputusan

Masalah ini terdiri dari tiga variable yang menunjukkan jumlah masing-masing jenis makanan yang ditempatkan dalam menu, yaitu :

x1 = jumlah makanan merk A

x2 = jumlah makanan merk B

x3 = jumlah makanan merk C

1. Fungsi Tujuan

Tujuan masalah ini adalah meminimumkan biaya total menu per hari. Biaya total dalam konteks ini adalah jumlah biaya dari masing-masing jenis makanan yang disajikan dalam menu. Sehingga biaya total dituliskan sebagai berikut :

Min Z = 5000x1 + 8000x2 + 6000x3

1. Pembatas

Dalam masalah ini, kendalanya adalah kebutuhan minimum akan zat-zat makanan perhari yang telah ditetapkan oleh ahlinya.

Pembatas 1 : kebutuhan akan kalsium

5x1 + x2 ≥ 8

Pembatas 2 : kebutuhan akan protein

2x1 + 2x2 + x3 ≥ 10

Pembatas 3 : kebutuhan akan vitamin A

x1 +5x2 + 4x3 ≥ 22

1. Pembatas tanda

Variable keputusan atau banyaknya jumlah makanan untuk masing-masing merk harus dibatasi jangan sampai negative.

x1 ≥ 0

x2 ≥ 0

x3 ≥ 0

Maka model matematika dari persoalan tersebut adalah :

Min Z = 5000x1 + 8000x2 + 6000x3

5x1 + x2 ≥ 8

2x1 + 2x2 + x3 ≥ 10

x1 + 5x2 + 4x3 ≥ 22

x1, x2,x3 ≥ 0

**LATIHAN**

1. PT. Sayang Anak memproduksi 2 jenis mainan yang terbuat dari kayu berupa boneka dan kereta api. Boneka dijual dengan harga Rp 27.000,- per lusin yang setiap lusinnya memerlukan biaya material sebesar Rp 10.000,- serta biaya tenaga kerja Rp 14.000,-. Kereta api dijual dengan harga Rp 21.000,- per lusin memerlukan biaya material sebesar Rp 9.000,- dan biaya tenaga kerja Rp 10.000,-. Untuk membuat boneka dan kereta api diperlukan 2 kelompok tenaga kerja yaitu tukang kayu dan tukang poles. Setiap lusin boneka memerlukan 2 jam pemolesan dan 1 jam pekerjaan kayu, sedangkan setiap lusin kereta api memerlukan 1 jam pemolesan dan 1 jam pekerjaan kayu. Meskipun setiap minggunya perusahaan ini dapat memenuhi semua material yang diperlukan. Jam kerja yang tersedia hanya 100 jam untuk pemolesan dan 80 jam untuk pekerjaan kayu. Dari pengamatan pasar selama ini dapat dikatakan bahwa kebutuhan kereta api tidak terbatas tetapi untuk boneka tidak lebih dari 40 lusin yang tejual setiap minggunya. Bagaimanakan formulasi masalah persoalan di atas ?
2. BAYU FURNITURE memproduksi 2 jenis produk yaitu meja dan kursi yang harus diproses melalui perakitan dan finishing. Proses perakitan memiliki 60 jam kerja sedang proses finishing memiliki 48 jam kerja. Untuk menghasilkan satu meja dibutuhkan 4 jam perakitan dan 2 jam finishing, sedangkan satu kursi membutuhkan 2 jam perakitan dan 4 jam finishing. Laba untuk tiap meja $8 dan tiap kursi $6. Sekarang kita harus menentukan kombinasi terbaik dari jumlah meja dan kursi yang harus diproduksi, agar menghasilkan laba maksimal.
3. Perusahaan tas “HANIF” membuat 2 macam tas yaitu tas merk DORA dan merk SPONGEBOB. Untuk membuat tas tersebut perusahaan memiliki 3 mesin. Mesin 1 khusus untuk memberi logo DORA, mesin 2 khusus untuk memberi logo SPONGEBOB dan mesin 3 untuk menjahit tas dan membuat ritsleting. Setiap lusin tas merk DORA mula-mula dikerjakan di mesin 1 selama 2 jam, kemudian tanpa melalui mesin 2 terus dikerjakan di mesin 3 selama 6 jam. Sedang untuk tas merk SPONGEBOB tidak diproses di mesin 1, tetapi pertama kali dikerjakan di mesin 2 selama 3jam kemudian di mesin 3 selama 5 jam. Jam kerja maksimum setiap hari untuk mesin 1=8 jam, mesin 2=15 jam, dan mesin 3=30 jam. Sumbangan terhadap laba untuk setiap lusin tas merk DORA $3, sedang merk SPONGEBOB $5. Masalahnya adalah menentukan berapa lusin sebaiknya tas merk DORA dan merk SPONGEBOB yang dibuat agar bisa memaksimumkan laba.
4. Sebuah perusahaan elektronik memproduksi tape recorder dan amplifier yang prosesnya dilakukan di dua stasiun kerja, yaitu perakitan dan pengetesan. Setiap unit tape recorder memerlukan 2 jam perakitan dan 2 jam pengetesan, sedangkan setiap unit amplifier memerlukan 4 jam perakitan dan 3 jam pengetesan. Waktu yang tersedia di departemen perakitan adalah 72 jam/minggu sedangkan di departemen pengetesan adalah 48 jam/minggu. Kontribusi profit dari tape recorder adalah Rp 25.000/unit, dan dari setiap unit amplifier adalah Rp 50.000. Bagaimanakah formulasi persoalan di atas agar dapat ditentukan strategi produksi terbaik yang memberikan kontribusi profit maksimum?
5. Seseorang yang sedang dalam pengawasan seorang ahli gizi mendapat petunjuk bahwa kebutuhan minimal orang tersebut setiap hari adalah 500 kalori, 6 ons cokelat, 10 ons gula, dan 8 ons lemak. Saat ini orang tersebut sedang berada di suatu tempat yang hanya menyediakan kue kering, es krim, coca cola, dan roti keju. Harga dan kandungan bahan masing-masing makanan dan minuman tersebut adalah sebagai berikut :

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Harga (Rp) | Kalori | Cokelat (ons) | Gula (ons) | Lemak (ons) |
| Kue kering/bungkus | 5000 | 400 | 3 | 2 | 2 |
| Es krim/mangkuk | 2000 | 200 | 2 | 2 | 4 |
| Coca cola/botol | 3000 | 150 | 0 | 4 | 1 |
| Roti keju/potong | 8000 | 500 | 0 | 4 | 5 |

Bagaimanakah formulasi untuk memenuhi kebutuhan akan bahan makanan dengan biaya minimum ?

1. Seorang petani menyiapkan lahan untuk menanam pada musim semi dan membutuhkan pemupukan lahan tersebut. Terdapat dua merk pupuk untuk dipilih yaitu Super-Gro dan Crop-Quick. Setiap merk menghasilkan jumlah nitrogen dan fosfat tertentu sebagai berikut :

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Merk pupuk | Kontribusi kimia | |
| Nitrogen | Fosfat |
| Super-Gro | 2 (pon/sak) | 4 (pon/sak) |
| Crop-Quick | 4 (pon/sak) | 3 (pon/sak) |

Lahan petani memerlukan paling sedikit 16 pon nitrogen dan 24 pon fosfat. Super-Gro berharga $6 per sak dan Crop-Quick berharga $3 per sak. Petani ingin mengetahui berapa banyak kantong dari setiap merk yang akan dibeli untuk meminimumkan total biaya pemupukan.

**TUGAS**

1. ALIF Furniture akan memproduksi meja dan kursi, dengan keuntungan masing-masing adalah $7 dan $5. Untuk membuat satu unit meja diperlukan waktu 4 jam kerja dan satu unit kursi diperlukan waktu 3 jam kerja. Untuk pengecatan satu unit meja diperlukan waktu 2 jam kerja dan satu unit kursi diperlukan waktu 1 jam kerja. Jumlah jam kerja yang tersedia untuk pembuatan meja dan kursi adalah 240 jam per minggu, sedangkan jumlah jam kerja untuk pengecatan adalah 100 jam per minggu. Berapakah meja dan kursi yang akan diproduksi untuk mendapat keuntungan maksimal?
2. PT. BUMI Tekstil memiliki sebuah pabrik yang akan memproduksi 2 jenis produk, yaitu kain sutera dan kain wol. Kebutuhan setiap unit produk akan bahan baku dan tenaga kerja dapat dilihat pada tabel berikut :

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Bahan baku dan tenaga kerja | Produk | | Maksimum Penyediaan |
| Kain Sutera | Kain Wol |
| Benang Sutera | 2 | 3 | 60 |
| Benang Wol | - | 2 | 30 |
| Tenaga Kerja | 2 | 1 | 40 |
| Keuntungan | $20 | $10 |  |

Berapakan kain sutera dan kain wol yang harus diproduksi sehingga mendapat keuntungan maksimal?