SOLUSI GRAFIS

Teknik solusi grafis adalah salah satu cara untuk menyelesaikan persoalan program linear. Solusi grafis digunakan untuk menyelesaikan masalah yang hanya memiliki dua variabel keputusan (x_1 dan x_2)

Contoh :

Sebuah perusahaan memproduksi meja dan kursi dengan keuntungan masing-masing Rp 8000,- dan Rp 5000,- . Kayu yang tersedia 45 m^3 per hari dan tenaga kerja yang tersedia tidak lebih dari 6 orang per hari. Satu unit meja membutuhkan 1 orang dan 9 m^3 kayu, sedangkan satu unit kursi membutuhkan 1 orang dan 5 m^3 kayu. Berapa keuntungan maksimum yang dapat diperoleh ?

Model matematika dari persoalan tersebut adalah :

Maks $Z = 8000x_1 + 5000x_2$	Fungsi tujuan
$x_1 + x_2 \leq 6$	Pembatas 1
$9x_1 + 5x_2 \leq 45$	Pembatas 2
$x_1 , x_2 \geq 0$	Pembatas tanda

Terdapat 3 langkah penyelasaian masalah menggunakan solusi grafis :

1. **Menentukan daerah feasible (daerah yang memenuhi syarat)**

   Seperti diketahui sebelumnya bahwa persoalan di atas memiliki 2 pembatas yaitu :

   Pembatas I : $x_1 + x_2 \leq 6$

   Pembatas II : $9x_1 + 5x_2 \leq 45$

   Daerah feasible dibangun dengan cara menggambar kedua pembatas tersebut dalam sebuah diagram cartesius. Selanjutnya pembatas I dan pembatas II disebut sebagai garis I dan garis II.

Cara menggambar garis I : $x_1 + x_2 \leq 6$

Untuk mempermudah perhitungan dimisalkan tanda $\leq$ menjadi tanda =

Maka garis I adalah $x_1 + x_2 = 6$

Misalkan $x_1 = 0$, maka $x_1 + x_2 = 6$

$$(0) + x_2 = 6$$

$$x_2 = 6$$

Maka diperoleh sebuah titik (0, 6) Ingat bahwa menyajikan titik harus (x_1 , x_2)

Misalkan $x_2 = 0$, maka $x_1 + x_2 = 6$

$$x_1 + (0) = 6$$

$$x_1 = 6$$

Maka diperoleh sebuah titik lagi (6,0)

Dari perhitungan di atas didapat 2 titik dari garis $x_1 + x_2 = 6$ yaitu titik (0,6) dan (6,0). Letakan kedua titik tersebut pada diagram kartesius, lalu hubungkan kedua titik (0,6) dan (6,0) menjadi sebuah garis. Pada gambar, garis $x_1 + x_2 = 6$ dinamakan sebagai garis I. $x_1 + x_2 = 6$

Karena pada mulanya pembatas I adalah $x_1 + x_2 \leq 6$, tanda $\leq$ akan membentuk daerah ke sebelah kiri garis. Maka kita dapat membuat arsir ke sebelah kiri garis I.

Cara menggambar garis II : $9x_1 + 5x_2 \leq 45$

Untuk mempermudah perhitungan kita misalkan tanda $\leq$ menjadi tanda =

Maka garis II adalah $9x_1 + 5x_2 = 45$

Misalkan $x_1 = 0$, maka $9x_1 + 5x_2 = 45$

$$9(0) + 5x_2 = 45$$

$$0 + 5x_2 = 45$$

$$5x_2 = 45$$

$$x_2 = 45/5 = 9$$

Maka diperoleh sebuah titik (0, 9)

Misalkan $x_2 = 0$, maka $9x_1 + 5x_2 = 45$

$$9x_1 + 5(0) = 45$$

$$9x_1 + 0 = 45$$

$$9x_1 = 45$$

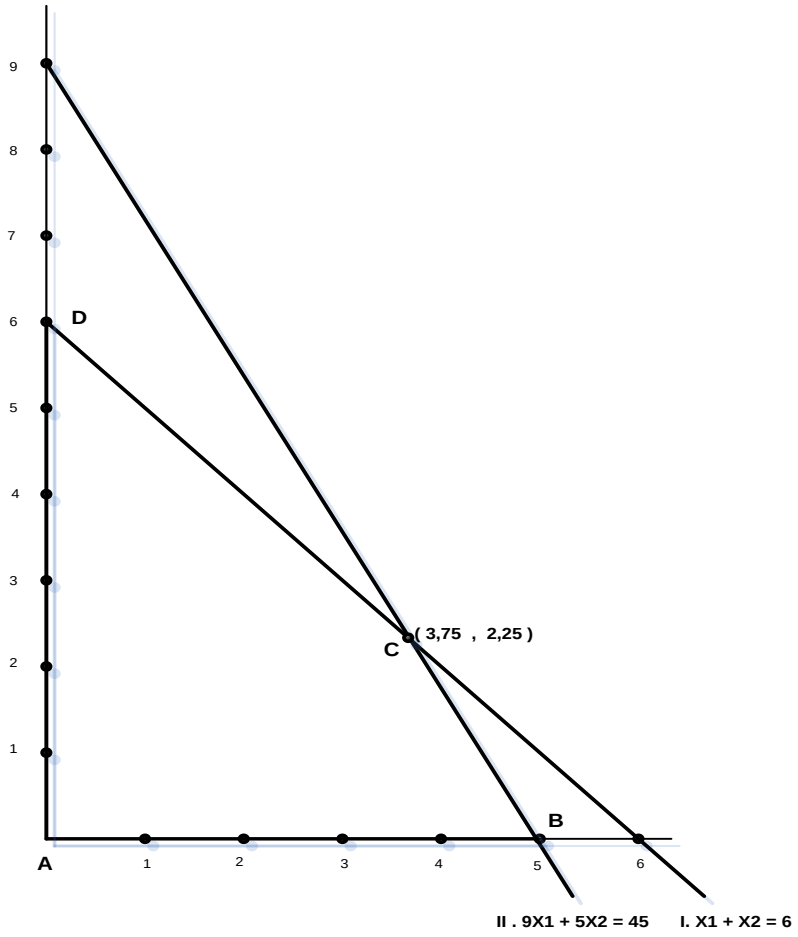
$$x_1 = 45/9 = 5$$

Maka diperoleh sebuah titik (5,0)

Dari perhitungan tersebut diperoleh 2 titik dari garis $9x_1 + 5x_2 = 45$ yaitu titik (0,9) dan (5,0). Letakan kedua titik tersebut pada diagram kartesius, lalu hubungkan kedua titik (0,9) dan (5,0) menjadi sebuah garis. Pada gambar, garis $9x_1 + 5x_2 = 45$ dinamakan sebagai garis II. $9x_1 + 5x_2 = 45$

Karena pada mulanya pembatas II adalah $9x_1 + 5x_2 \leq 45$, tanda $\leq$ akan membentuk daerah ke sebelah kiri garis. Maka kita dapat membuat arsir di sebelah kiri garis II.

Pembatas I dan II secara grafis dapat dilihat pada gambar berikut:



Sebelumnya kita sudah membuat arsir ke sebelah kiri garis I dan II. Tempat bertemunya kedua arsiran tersebutlah yang dimaksud dengan daerah feasible. Daerah feasible pada grafik tersebut merupakan daerah tertutup yang dibatasi oleh titik ABCD.

Ingat bahwa persoalan memiliki pembatas tanda x_1 , $x_2 \geq 0$ maka hanya nilai positif yang diperkenankan menjadi solusi.

2. **Menentukan titik feasibel**

Kita sudah menentukan daerah feasibel adalah daerah tertutup yang dibatasi oleh titik ABCD. Selanjutnya kita akan menentukan koordinat setiap titik ABCD. Titik koordinat A, B, dan D dapat dilihat secara akurat dari grafik, tetapi untuk titik C harus menggunakan teknik eliminasi untuk menentukan titik koordinat dengan akurat.

Titik A (0,0)

Titik B (5,0)

Titik C : titik C merupakan perpotongan atau tempat bertemunya garis I dan garis II. Untuk dapat menentukan dengan akurat titik koordinat di titik C maka eliminasikan kedua persamaan dari kedua garis yang bertemu tersebut

$x_1 + x_2 = 6$ dikali 9

$\underline{9x_1 + 5x_2 = 45}$

$9x_1 + 9x_2 = 54$

$\underline{9x_1 + 5x_2 = 45}$

$4x_2 = 9$

$x_2 = 9/4 = 2,25$

Substitusikan nilai $x_2 = 2,25$ ke salah satu dari persamaan I atau II. Misal disubstitusikan ke persamaan I $x_1 + x_2 = 6$

$x_1 + 2,25 = 6$

$x_1 = 6 – 2,25 = 3,75$

Maka melalui teknik eliminasi dan substitusi diperoleh koordinat titik C adalah C (3,75 , 2,25)

Titik D (0,6)

Berdasarkan grafik dan perhitungan maka diperoleh bahwa titik feasibel adalah A(0,0) , B(5,0) , C(3,75 , 2,25) dan D(0,6)

3. **Menentukan nilai optimal.**

Langkah terakhir setelah menentukan titik feasibel adalah menentukan nilai optimal dari fungsi tujuan. Fungsi tujuan dari persoalan ini adalah Maks $Z = 8.000x_1 + 5.000x_2$. Substitusikan nilai x_1 dan x_2 dari setiap titik feasibel ke fungsi tujuan.

Maks $Z = 8.000x_1 + 5.000x_2$.

A(0,0) → Z = 8.000 (0) + 5.000 (0) = 0 + 0 = 0

B(5,0) → Z = 8.000 (5) + 5.000 (0) = 40.000

C(3,75 , 2,25) → Z = 8.000 (3,75) + 5.000 (2,25) = 30.000 + 11.250 = 41.250

D(0,6) → Z = 8.000 (0) + 5.000 (6) = 30.000

Titik C memberikan nilai Z paling maksimal sebesar 41.250. Ingat bahwa x_1 didefinisikan sebagai meja dan x_2 didefinisikan sebagai kursi. Maka dapat disimpulkan bahwa perusahaan akan memperoleh keuntungan maksimal sebesar 41.250 jika memproduksi meja sebanyak 3,75 dan kursi sebanyak 2,25.

(Z = 41.250 , x_1 = 3,75 dan x_2 = 2,25)

Catatan :

Untuk benda berupa meja dan kursi tidak diperkenankan berupa bilangan desimal, tetapi harus berupa bilangan bulat. Tetapi pada materi SOLUSI GRAFIS ini, untuk sementara diabaikan dulu mengenai hasil yang berupa bilangan desimal atau pun pecahan. Untuk itu materi akan berlanjut ke INTEGER PROGRAMMING yang membahas teknik untuk membulatkan bilangan desimal. Semoga jika memungkinkan materi INTEGER PROGRAMMING dapat dibahas di kelas secara langsung.

SOAL LATIHAN

1. BAYU FURNITURE memproduksi 2 jenis produk yaitu meja dan kursi yang harus diproses melalui perakitan dan finishing. Proses perakitan memiliki 60 jam kerja sedang proses finishing memiliki 48 jam kerja. Untuk menghasilkan satu meja dibutuhkan 4 jam perakitan dan 2 jam finishing, sedangkan satu kursi membutuhkan 2 jam perakitan dan 4 jam finishing. Laba untuk tiap meja $8 dan tiap kursi $6. Berapakah jumlah meja dan kursi yang harus diproduksi, agar menghasilkan laba maksimal.

   Kunci jawaban :

   Bayu Furniture memperoleh laba maksimal $ 132 jika memproduksi 12 meja dan 6 kursi. (Z = $ 132 , x_1 = 12 dan x_2 = 6)

2. Sebuah perusahaan elektronik memproduksi tape recorder dan amplifier yang prosesnya dilakukan di dua stasiun kerja, yaitu perakitan dan pengetesan. Setiap unit tape recorder memerlukan 2 jam perakitan dan 2 jam pengetesan, sedangkan setiap unit amplifier memerlukan 4 jam perakitan dan 3 jam pengetesan. Waktu yang tersedia di departemen perakitan adalah 72 jam/minggu sedangkan di departemen pengetesan adalah 48 jam/minggu. Kontribusi profit dari tape recorder adalah Rp 25.000/unit, dan

dari setiap unit amplifier adalah Rp 50.000. Bagaimanakah produksi terbaik yang memberikan kontribusi profit maksimum?

Kunci jawaban :

Perusahaan memperoleh profit maksimum Rp 800.000 jika tidak memproduksi tape recorder dan memproduksi amplifier sebanyak 16 unit. ($Z = 800.000$, $x_1 = 0$ dan $x_2 = 16$)