Fungsi Balikan (Invers).

Misalkan fungsi y = f(x), dengan x є Df dan y є Rf. Bila f dapat dibalik, maka diperoleh fungsi

X = f-1(y).

Fungsi f-1 disebut balikan (invers) dari fungsi f.

Sebagai contoh, jika y = f(x) = x3-1, maka x = f-1(y) = $\sqrt[3]{y+1}$

Tidak semua fungsi mempunyai balikan. Sebagai contoh, jika y = f(x) = x2 tidak mempunyai balikan, kecuali kalau daerah definisinya dibatasi.

Teorema 3. Eksistensi Fungsi Balikan. Jika fungsi f monoton murni pada daerah definisinya, maka f mempunyai balikan.

Langkah-langkah mencari inver fungsi y = f(x),

1. Nyatakan x dengan y dari persamaan y = f(x);

2. Nyatakan bentuk dalam y sebagai f-1(y) → x = f-1(y);

3. Ganti y dengan x dan x dengan y dari x= f-1(y), diperoleh y= f-1(x).

Contoh 3. Tentukan rumus untuk f-1(x) bila $y=f\left(x\right)= \frac{x}{1-x}$

Jawab. Langkah 1: $ y=\frac{x}{1-x} \leftrightarrow y\left(1-x\right)= x \leftrightarrow y-xy=x \leftrightarrow y=x+xy\leftrightarrow y=x\left(1+y\right)$

$$x= \frac{y}{1+y}$$

 Langkah 2 : $f^{-1}\left(y\right)=\frac{y}{\left(1+y\right)}$

Langkah 3: $f^{-1}\left(x\right)=\frac{x}{\left(1+x\right)}$

Teorema 4. (Turunan Fungsi Balikan). Misalkan f mempunyai turunan dan monoton murni pada I. Jika f ’(x) ≠0 untuk suatu x Є I, maka f-1 dapat diturunkan di titik y = f(x) pada daerah nilai f dan berlaku $\left(f^{-1}\right)^{'}\left(y\right)= \frac{1}{f^{'}(x)}$

Rumus tersebut dapat juga ditulis $\frac{dx}{dy}=\frac{1}{\frac{dy}{dx}}$

Contoh 4. Misalkan y = f(x)= x5+ 2x + 1. Maka

$$\left(f^{-1}\right)^{'}\left(4\right)= \frac{1}{f^{'}(1)}=\frac{1}{5+2}=\frac{1}{7}$$

(Berdasarkan fakta y = 4 sepadan dengan x = 1 dan f’(x) = 5x4+ 2 )

Latihan. Rumuskan f-1(x) dari fungsi f(x) berikut,

1. f(x) = $\sqrt{2x+5}$

2. f(x) = -$ \frac{1}{4}x $+ 5

3. f(x) = $\frac{2x-2}{x+3}$

4. f(x) = $\frac{x^{3}}{2}$, x ≥0.