

# ELASTISITAS

M. Ishaq

## PENDAHULUAN

Dunia keteknikan khususnya Material Engineering, Studi geofisika, Civil Engineering dll adalah beberapa cabang keilmuan yang amat membutuhkan pemahaman tentang sifat-sifat bahan, meliputi kekuatan bahan, struktur bahan, sifat bahan jika dikenai gelombang, deformasi bahan jika dikenai gaya dan lain-lain.

Salah satu dasar paling penting yang mempelajari sifat-sifat bahan adalah kajian tentang Elastisitas. Dalam Elastisitas akan dipelajari hukum-hukum dasar mengenai respon benda terhadap gaya, dan sifat-sifat benda seperti modulus Young, modulus geser dan lain-lain. Hal tersebut memang pada dasarnya perlu kita bahas, sebab selama pembahasan kita ini ketika sebuah benda dikenai gaya, kita tidak pernah membahas bagaimana pengaruh gaya tersebut pada benda itu sendiri, kita selalu menganggap benda cukup tegar sehingga tidak terdeformasi ketika dikenai gaya.

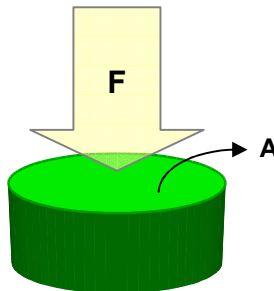
Secara definitif, Elastisitas bermakna ukuran kemampuan benda untuk kembali ke bentuknya semula setelah dikenai gaya.

## TEGANGAN (STRESS)

Dalam Elastisitas besaran gaya  $F$ , tidak terlalu mendapat perhatian, mengingat kita akan memperhatikan sebuah sistem yang memiliki luas bukan sistem yang cukup diwakili sebuah pusat massa saja. Atas dasar itulah besaran Tegangan (Stress) diperkenalkan. Stress didefinisikan sebagai :

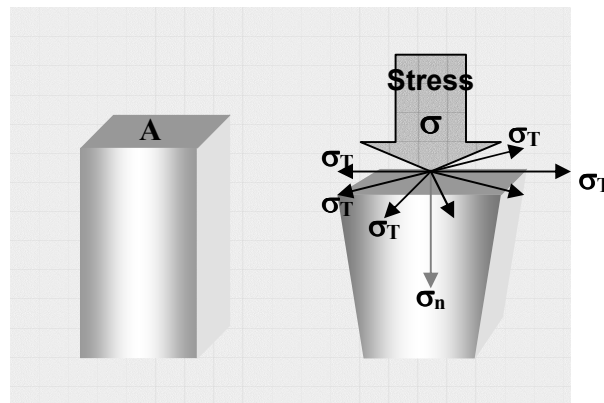
$$\sigma = \frac{\vec{F}}{\vec{A}} \quad (1)$$

yaitu gaya  $F$  yang bekerja pada satu satuan luas  $A$ .



Gaya  $F$  bekerja pada luas permukaan  $A$

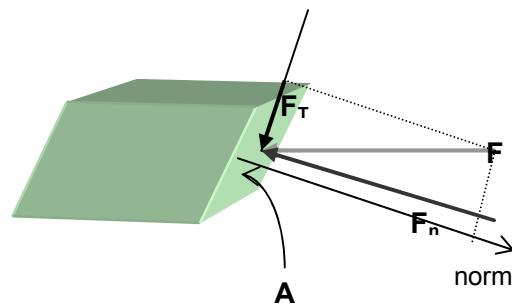
Sekarang perhatikan ilustrasi berikut :



**Sebuah bahan yang dikenai stress akan mengalami Perubahan Volume dan Bentuk**

Misalkan sebuah bahan, sebelum diberi stress di atasnya memiliki panjang  $L$  dan luas penampang  $A$ . Akan tetapi karena gaya, bahan mengalami tegangan (stress) sehingga panjangnya  $L'$  menjadi lebih pendek. Selain itu intuisi kita mengatakan bahwa bahan tidak hanya akan memendek (berubah volumenya) tetapi juga mengalami perubahan bentuk akibat tekanan tersebut. Artinya gaya dari martil tidak hanya memberi dampak pada arah normal permukaan tapi juga luas permukaan itu sendiri menjadi berubah. Untuk itu kita perlu mendefinisikan dua jenis stress ini. Yaitu stress yang berarah normal ( $\tau_n$ ) dan stress yang menyinggung permukaan ( $\tau_T$ )

Ketika sebuah benda dengan luas penampang  $A$  dikenai gaya  $F$ , maka komponen gaya dapat diuraikan dalam dua komponen yaitu  $F_n$  dan  $F_T$ .  $F_n$  akan mengakibatkan stress normal  $\sigma_n = F_n/A$  yaitu stress yang arahnya sejajar dengan arah normal permukaan (ingat bahwa

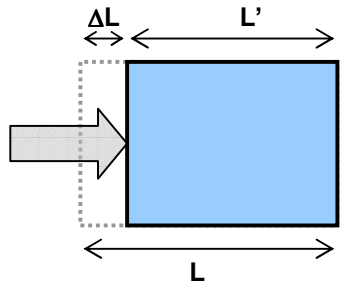


vector normal permukaan arahnya tegak lurus permukaan tersebut) sedangkan  $F_T$  akan mengakibatkan stress tangensial  $\sigma_T = F_T/A$  yaitu stress yang arahnya menyinggung bidang permukaan (atau tegak lurus vektor normal permukaan).

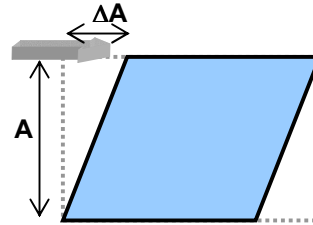
Stress normal akan mengakibatkan perubahan volume pada bahan, sedangkan stress tangensial akan menimbulkan perubahan bentuk.

**REGANGAN (STRAIN)**

Jika sebuah stress bekerja pada suatu benda maka dampak atau akibatnya benda mengalami strain (regangan). Kembali ke ilustrasi di atas :



4a. Strain normal berdampak pada perubahan volume



4b. Strain tangensial berdampak pada perubahan bentuk

Seperti juga stress, strain memiliki dua jenis komponen yaitu jenis : arah normal dan arah tangensial. Pada arah normal, perubahan ditunjukkan dengan pemendekan bahan dari  $L$  menjadi  $L'$  akibatnya volume bahan berubah, seperti yang dicontohkan pada gambar (4a) sedangkan pada arah tangensial perubahan diperlihatkan dengan  $A$  yang makin melebar yang akibatnya bentuk bahan berubah, dalam ilustrasi di atas (4b) bahan yang mula-mula berbentuk persegi panjang menjadi jajaran genjang.

Pada kenyataannya jika sebuah benda dikenai stress, maka kedua jenis strain bagaimanapun akan muncul, sehingga ilustrasinya tidaklah sesederhana gambar 4.

Strain  $\tau$  secara umum didefinisikan sebagai :

$$\tau \equiv \frac{\text{keadaan akhir} - \text{keadaan awal}}{\text{keadaan awal}} \quad (2)$$

sehingga strain normal :

$$\tau_n = \frac{\Delta L}{L} \quad (3)$$

strain arah tangensial :

$$\tau_T = \frac{\Delta A}{A} \quad (4)$$

## HUKUM HOOKE



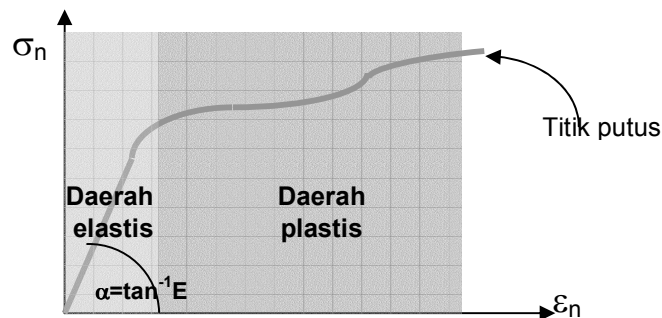
Hooke

Ketika sebuah benda dikenai stress ( $\sigma$ ), maka sebagai respon, benda akan terdeformasi dan mengalami strain sebesar  $\epsilon$ . Jika stress yang sama di kenakan pada benda yang lain maka strain yang timbul, besar kemungkinan memiliki nilai yang berbeda. Apakah yang menimbulkan perbedaan ini ?

Hooke merumuskan hubungan stress dan strain dalam sebuah persamaan yang dikenal kemudian, dengan hukum Hooke. Menurut hukum Hooke, perbedaan dampak ini diakibatkan oleh karakteristik benda yang berbeda satu sama lain, karakter ini dinamakan Modulus elastisitas E. Secara sederhana hubungan ini adalah :

$$\text{Modulus Elastisitas} = \frac{\text{Stress}}{\text{Strain}} \quad (5)$$

**Modulus elastisitas atau konstanta elastisitas mengandung informasi penting tentang sifat elastisitas bahan, yaitu kemampuan bahan untuk kembali ke bentuk semula setelah terdeformasi karena dikenai gaya dalam arah normal.** Karena E adalah sebuah konstanta, maka hubungan Hooke dapat dilukiskan sebagai berikut :



Kurva Elastisitas Bahan

Hukum Hooke berlaku pada daerah elastis saja (seperti pada gambar di atas), pada satu saat ketika stress cukup besar elastisitas benda menjadi tidak linier (E tidak lagi konstan), daerah ini disebut daerah plastis. Jika benda telah mencapai daerah plastis karena stress yang besar maka elastisitas benda akan hilang dan benda tidak lagi mampu kembali ke bentuknya semula, sampai suatu saat karena stress terlampau besar, benda akan putus atau hancur di mana ikatan molekul pada benda tidak lagi mampu mengatasi besarnya tekanan yang diberikan.

Modulus elastisitas pada kenyataannya tidaklah sesederhana ini, sebab sebuah benda dapat memiliki modulus elastisitas yang berbeda ketika dikenai stress yang sama tapi

## HAND OUT FISIKA DASAR I/ELASTISITAS

pada arah yang sedikit berbeda. Modulus elastisitas (biasanya dikenal dengan stiffness) pada dasarnya berbentuk matriks dengan 36 komponen, sangat rumit untuk dijelaskan dalam fisika dasar. Akan tetapi, kita akan menyederhanakan untuk kasus di mana benda dianggap memiliki konstanta elastik yang sama jika dikenai arah stress yang berbeda. Benda seperti ini disebut bersifat isotropik.

Terdapat berbagai jenis konstanta atau modulus elastisitas seperti modulus Young, Modulus Bulk dan modulus Shear (atau modulus geser) dan poisson ratio yang dibedakan menurut perubahan akibat dari stress yang mengenainya.

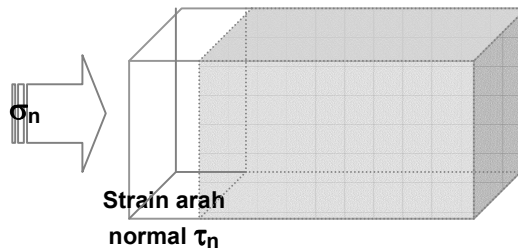
### MODULUS YOUNG (E)

Modulus Elastisitas Young atau modulus Young adalah perbandingan antara stress normal terhadap strain normalnya :

$$E = \frac{\bar{\sigma}_n}{\bar{\epsilon}_n} \quad (6)$$

Sehingga Y pada dasarnya mengukur perubahan benda dalam mempertahankan keadaannya semula dalam arah normal.

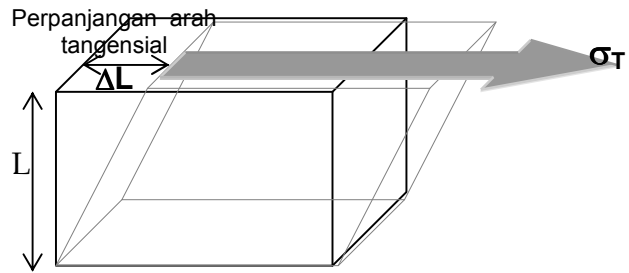
Perhatikan gambar berikut :



**Modulus Young mengukur perbandingan antara stress normal dengan strain arah normal**

**MODULUS GESER ( $\mu$ )**

Jika modulus young  $Y$  menggambarkan sifat elastisitas pada arah normal berupa perubahan volume bahan, maka Modulus Geser  $S$  menggambarkan sifat elastisitas



bahan pada arah tangensialnya yang biasanya menimbulkan perubahan bentuk benda saja, tetapi tidak menimbulkan perubahan volume. Jadi  $\mu$  mengukur ketahanan benda mempertahankan bentuknya. Definisi dari  $\mu$  secara sederhana adalah :

$$\mu = \frac{\bar{\sigma}_T}{\varepsilon_T} = \frac{\bar{\sigma}_T}{\Delta L / L} \quad (7)$$

**MODULUS BULK (K)**

Modulus Bulk (B) mengukur kekuatan benda melawan tekanan yang berhubungan dengan perubahan volume oleh sebuah strain yang bekerja pada seluruh permukaan bahan. Sehingga modulus bulk (sering juga dinamakan inkompresibilitas) :

$$K = -\frac{V}{\Delta V} \bar{\sigma} \quad (8)$$

stress pada persamaan 8 adalah gaya yang bekerja pada keseluruhan luas permukaan benda. Tanda minus pada persamaan 8 bermakna pada umumnya jika benda mendapatkan stres (atau stress bertambah) maka bahan cenderung mengecil.

**POISSON RATIO ( $\gamma$ )**

Konstanta elastik lain yang sering dipergunakan untuk menyatakan tingkat kekakuan sebuah zat adalah poisson ratio. Nilai poisson ratio berkisar 0 sampai 0,5. Air sebagai zat alir memiliki poisson ratio 0 sedangkan di sisi lain logam yang bersifat kaku dan keras, memiliki poisson ratio mendekati 0,5. Poisson ratio didefinisikan sebagai :

$$\gamma = \frac{E - 2\mu}{2\mu}$$

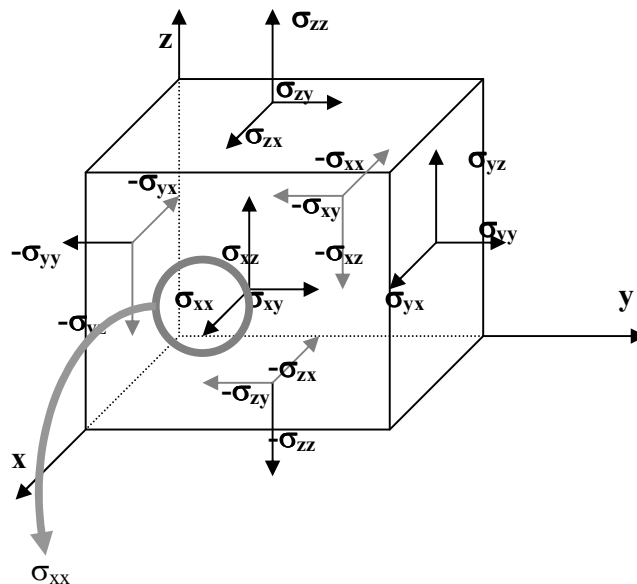
## HAND OUT FISIKA DASAR I/ELASTISITAS

Secara lengkap untuk medium sederhana kita, hukum Hooke dapat dituliskan dalam bentuk :

$$\begin{pmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} \\ \sigma_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E & -\frac{E}{\gamma} & -\frac{E}{\gamma} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{E}{\gamma} & E & -\frac{E}{\gamma} & 0 & 0 & 0 \\ \gamma & -\frac{E}{\gamma} & E & 0 & 0 & 0 \\ \gamma & \gamma & \gamma & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} \\ \varepsilon_{xy} \end{pmatrix}$$

Nampaknya persamaan matriks ini cukup "menakutkan", tapi sama sekali tidak. Untuk memudahkan anda ambilah salah satu arah stress, misalnya  $\sigma_{xx}$ , indeks xx menunjukkan bahwa stress bekerja pada bidang tegak lurus sumbu x dan arahnya searah sumbu x.

Berikut ilustrasinya :



## HAND OUT FISIKA DASAR I/ELASTISITAS

Jika stress menekan/menarik dalam arah tersebut maka dampak yang akan diakibatkan terhadap medium adalah baris 1 dari perkalian matriks di atas, yaitu :

$$\begin{pmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} \\ \sigma_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E & -\frac{E}{\gamma} & -\frac{E}{\gamma} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{E}{\gamma} & E & -\frac{E}{\gamma} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{E}{\gamma} & -\frac{E}{\gamma} & E & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} \\ \varepsilon_{xy} \end{pmatrix}$$

$$\sigma_{xx} = E\varepsilon_{xx} - \frac{E}{\gamma}\varepsilon_{yy} - \frac{E}{\gamma}\varepsilon_{zz} + 0 \cdot \varepsilon_{yz} + 0 \cdot \varepsilon_{zx} + 0 \cdot \varepsilon_{xy}$$

dari persamaan ini nampak bahwa stress arah xx akan menekan benda arah x, arah y dan arah z, namun tidak menggesernya sama sekali (perhatikan bahwa komponen yz, zx dan xy bernilai 0).

### BEBERAPA HAL PENTING

#### Rapat Massa ( $\rho$ )

Rapat massa atau biasa disebut massa jenis didefinisikan sebagai massa bahan tiap satuan volumenya, dalam hal ini kita anggap bahwa bahan hanya terdiri dari satu jenis zat dan bukan campuran dari jenis zat lain (homogen dan bukan heterogen) :

$$\rho = \frac{m}{V}$$

dalam Sistem Satuan Internasional, satuan dari massa jenis adalah kg/m<sup>3</sup>



## Tabel Modulus Elastisitas

Berikut perbandingan modulus elastisitas dari beberapa bahan dalam satuan SI :

BAHAN	Y ( $10^{11}$ )	S ( $10^{11}$ )	B ( $10^{11}$ )
ALUMUNIUM	0,70	0,24	0,70
KUNINGAN	0,91	0,36	0,61
TEMBAGA	1,1	0,42	1,4
GELAS	0,55	0,23	0,37
BESI	0,91	0,70	1,0
TIMAH	0,16	0,056	0,077
NIKEL	2,1	0,77	2,6
BAJA	2,0	0,84	1,6

**HAND OUT FISIKA DASAR I/ELASTISITAS**  
**SOAL-SOAL**

1. Bensin yang volumenya  $75 \text{ cm}^3$ , memiliki massa 51 gram. Hitunglah massa jenis bensin
2. Berapakah volume 300 gram Merkuri jika diketahui massa jenisnya  $13600 \text{ kg/m}^3$
3. Sebuah beban 8 kg digantungkan pada ujung kawat logam yang panjangnya 75 cm dan diameter penampangnya 0,130 cm. Akibatnya kawat memanjang 0,035 cm. Tentukanlah stress, strain dan modulus Young kawat tersebut
4. Sebuah batang silindris pejal terbuat dari baja panjangnya 4 m dengan diameter 9 cm. Batang itu dipasang vertikal dan di ujung atasnya diletakkan beban 80000 kg. Jika  $Y$  baja seperti pada tabel tentukan berapa besar baja memendek
5. Modulus Bulk Merkuri diketahui 2,1 Gpa. Berapakah penyusutan volume yang dialami 100 ml merkuri jika ditekan sebesar 1,5 Mpa
6. Sepotong kue berbentuk balok yang luas permukaan atasnya  $15 \text{ cm}^2$  dan tebalnya 3 cm berada di bawah pengaruh gaya geser 0,50 N pada permukaan atasnya. Permukaan ini bergeser 4 mm karena gaya tersebut. Tentukanlah strain, stress dan modulus Shear-nya
7. Sebuah kubus pejal dengan sisi 40 mm terbuat dari tembaga dengan  $B$  seperti pada tabel ditekan dengan 20 Mpa. Berapakah perubahannya ?
8. Sebuah beban 50 kg digantungkan pada ujung bawah sebuah batang baja yang panjangnya 80 cm dan diameternya 0,60 cm. Tentukan pemanjangan batang jika  $Y$  seperti pada tabel.
9. Sebuah massa 225 kg digantungkan pada ujung bawah sebuah batang sepanjang 4 m dan luas penampang  $0,5 \text{ cm}^2$ . Karena itu batang memanjang 1 mm. Hitung modulus Young-nya