PROGRAMA LINIER

Pendahuluan

FORMULASI MASALAH DAN PERMODELAN

Linear Programming (LP) merupakan suatu model umum yang dapat digunakan dalam pemecahan masalah *pengalokasian sumber-sumber yang terbatas* secara optimal.

Contoh :

Suatu keadaan dimana bagian produksi perusahaan dihadapkan pada masalah penentuan tingkat produksi masing-masing jenis produk dengan memperhatikan batasan faktor-faktor produksi seperti mesin, tenaga kerja, bahan mentah, dan lain sebagainya untuk memperoleh tingkat keuntungan maksimal atau biaya yang minimal.

Model Linear Programming :

1. *Fungsi tujuan (objective function).*

   Fungsi yang menggambarkan *tujuan/sasaran* di dalam permasalahan LP yang berkaitan dengan pengaturan secara optimal sumber daya – sumber daya, untuk memperoleh keuntungan maksimal atau biaya minimal.

2. *Fungsi-fungsi batasan (constraint functions).*

Merupakan bentuk penyajian secara matematis *batasan-batasan kapasitas* yang tersedia yang akan dialokasikan secara optimal ke berbagai kegiatan.

Aktifitas / Sumber	Penggunaan sumber /unit				Banyaknya sumber yang dapat digunakan
	1	2	…	n	
1	a_{11}	a_{12}	…	a_{1n}	b_1
2	a_{21}	a_{22}	…	a_{2n}	b_2
.			.		.
.			.		.
.			.		.
m	a_{m1}	a_{m2}	…	a_{mn}	b_m
ΔZ / Unit	c_1	c_2	…	c_n	
Tingkat	x_1	x_2	…	x_n	

Data untuk model Program Linier

Atas dasar tabel di atas, dapat disusun suatu model matematis yang digunakan untuk mengemukakan suatu permasalahan LP sebagai berikut :

Fungsi tujuan :

Maksimumkan $Z = c_1x_1 + cx_2 + \ldots + c_nx_n$

Berdasarkan batasan-batasan :

$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n \leq b_1$

$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n \leq b_2$

.

.

$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n \leq b_m$

dan

$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \ldots , x_n \geq 0$

Formulasi di atas dinamakan *bentuk standar atau baku* dari persoalan LP.

Terminologi umum untuk model LP di atas adalah sebagai berikut :

1. Fungsi yang akan *dimaksimumkan* yaitu : $c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots + c_nx_n$ yang disebut sebagai *fungsi tujuan.*
2. *Funsi-fungsi batasan* yang dapat dikelompokkan menjadi 2 macam yaitu :

   a. *Fungsi batasan fungsional* yaitu fungsi batasan sebanyak m ($a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \ldots + a_{im}x_n$).

   b. *Fungsi batasan non negatif* ($x_i \geq 0$).
3. Variabel x_j sebagai variabel keputusan.
4. Konstanta-konstanta a_{ij}, b_i dan c_j sebagai parameter-parameter model.

Tidak semua masalah LP dapat persis mengikuti model di atas. Model LP dengan bentuk yang agak lain adalah sebagai berikut :

1. Fungsi tujuan bukan memaksimumkan melainkan *meminimumkan.*

   contoh : minimumkan $z = c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots + c_nx_n$

2. Masalah dengan fungsi batasan fungsional yang memiliki *tanda matematis ≥ (lebih besar atau sama dengan).*

   Contoh : $a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \ldots + a_{in}x_n \geq b_i$

3. Masalah fungsi batasan fungsional yang memiliki *tanda matematis = (sama dengan).*

   Contoh : $a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \ldots + a_{in}x_n = b_i$.

4. Masalah tertentu, dimana fungsi batasan non negatif tidak diperlukan atau dengan kata lain x_j *tidak terbatas.*

Asumsi-asumsi dalam model LP :

1. *Proportionality (kesebandingan).*

   a. $z = c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots + c_nx_n$

      Setiap pertambahan 1 unit x_1 akan menaikkan z dengan c_1.

      Setiap pertambahan 1 unit x_2 akan menaikkan z dengan c_2, dst.

b. $a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \leq b_1$

Setiap pertambahan 1 unit x_1 akan menaikkan penggunaan sumber/fasilitas 1 dengan a_{11}.

Setiap pertambahan 1 unit x_2 akan menaikkan penggunaan umber/fasilitas 1 dengan a_{12}, dst.

Dengan kata lain, setiap ada kenaikan kapasitas ril, tidak perlu ada biaya persiapan atau set up cost.

2. *Additivity*

Nilai tujuan tiap kegiatan *tidak saling mempengaruhi* atau dalam LP dianggap bahwa kenaikan nilai tujuan (z) yang diakibatkan kenaikan suatu kegiatan dapat ditambahkan tanpa mempengaruhi bagian nilai z yang diperoleh dari kegiatan lain.

3. *Divisibility*

Keluaran (output) yang dihasilkan oleh setiap kegiatan dapat berupa bilangan *pecahan.*

4. *Deterministic (certainty).*

Semua parameter yang terdapat dalam model LP (a_{ij}, b_i, c_j) dapat diperkirakan dengan pasti meskipun jarang dengan tepat.

Contoh soal :

Sebuah perusahaan elektronik memproduksi tape recorder dan amplifier yang prosesnya dilakukan di 2 stasiun kerja, yaitu perakitan dan pengetes-an. Setiap unit tape recorder memerlukan 2 jam perakitan dan 2 jam penge tesan, sedangkan setiap unit amplifier memerlukan 4 jam perakitan dan 3 jam pengetesan. Waktu yang tersedia di departemen perakitan adalah 72 jam/minggu sedangkan di departemen pengetesan adalah 48 jam /minggu. Kontribusi profit dari tape recorder adalah Rp. 25.000,-/unit, dan dari setiap unit amplifier adalah Rp. 50.000,-. Bagaimanakah formulasi persoalan di atas agar dapat ditentukan strategi produksi terbaik yang memberikan kontribusi profit maksimum?

Penyelesaian :

Proses \ Produk	Waktu yang digunakan		Waktu yang tersedia
	Tape	Amplifier	
Perakitan	2	4	72
Pengetesan	2	3	48
Keuntungan	25.000	50.000	

Variabel keputusan :

x_1 = Jumlah tape recorder yang diproduksi

x_2 = Jumlah amplifier yang diproduksi

Fungsi tujuan :

Maksimumkan $z = 25.000x_1 + 50.000x_2$

Fungsi pembatas atau kendala :

1. $2x_1 + 4x_2 \leq 72$
2. $2x_1 + 3x_2 \leq 48$

Fungsi pembatas atau kendala non negatifity :

$x_1, x_2 \geq 0$

Jadi formulasi lengkap persoalan di atas adalah sebagai berikut :

Maksimumkan $z = 25.000x_1 + 50.000x_2$

Berdasarkan pembatas :

$2x_1 + 4x_2 \leq 72$

$2x_1 + 3x_2 \leq 48$

$x_1, x_2 \geq 0$