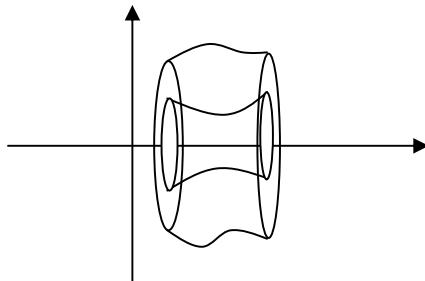
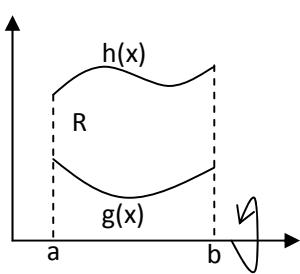


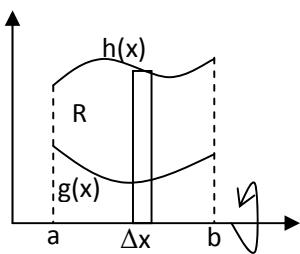
MENGHITUNG VOLUME BENDA PUTAR

METODE CINICIN

- A. Daerah $R = \{(x, y) | a \leq x \leq b, g(x) \leq y \leq h(x)\}$ diputar terhadap sumbu x. Berapa volume benda putar yang terjadi?



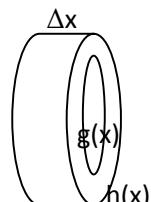
Untuk menghitung volume benda putar gunakan pendekatan iris, hampiri, jumlah dan ambil limitnya.



Jika irisan berbentuk persegi panjang dengan tinggi $h(x) - g(x)$ dan alas Δx diputar terhadap sumbu x akan diperoleh suatu cincin dengan tebal Δx dan jari-jari luar $h(x)$ dan jari-jari dalamnya $g(x)$. Sehingga

$$\Delta V \approx [h^2(x) - g^2(x)]\Delta x$$

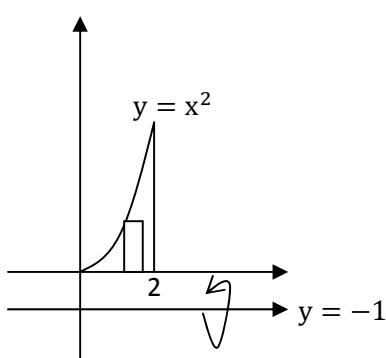
Volume benda putar dihampiri oleh jumlah volume cincin. Dengan mengambil limitnya diperoleh



$$V = \pi \int_a^b [h^2(x) - g^2(x)]dx$$

Contoh: Tentukan volume benda putar yang terjadi jika daerah R yang dibatasi oleh $y = x^2$, sumbu x, dan garis $x = 2$ diputar terhadap garis $y = -1$.

Jawab:



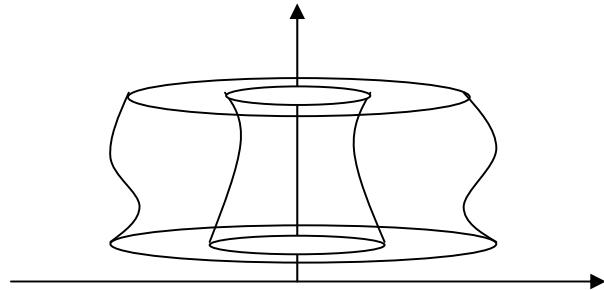
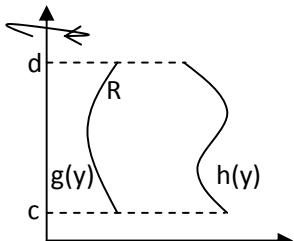
Jika irisan diputar terhadap garis $y = -1$ akan diperoleh suatu cincin dengan jari-jari dalam 1 dan jari-jari luar $1 + x^2$. Sehingga

$$\Delta V \approx \pi[(1 + x^2)^2 - 1^2]\Delta x = \pi(x^4 + 2x^2)\Delta x$$

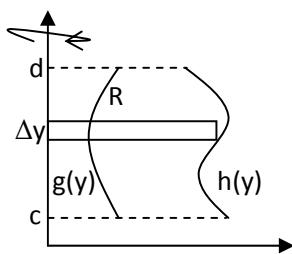
Volume benda putar:

$$V = \pi \int_0^2 (x^4 + 2x^2) dx = \pi \left(\frac{1}{5}x^5 + \frac{2}{3}x^3 \right) \Big|_0^2 = \frac{186}{15}\pi$$

- B. Daerah $R = \{(x, y) | c \leq y \leq d, g(y) \leq x \leq h(y)\}$ diputar terhadap sumbu y. Berapa volume benda putar yang terjadi?



Untuk menghitung volume benda putar gunakan pendekatan iris, hampiri, jumlah dan ambil limitnya.



Jika irisan berbentuk persegi panjang dengan tinggi $h(y) - g(y)$ dan alas Δy diputar terhadap sumbu y akan diperoleh suatu cincin dengan tebal Δy dan jari-jari luar $h(y)$ dan jari-jari dalamnya $g(y)$. Sehingga

$$\Delta V \approx [h^2(y) - g^2(y)]\Delta y$$

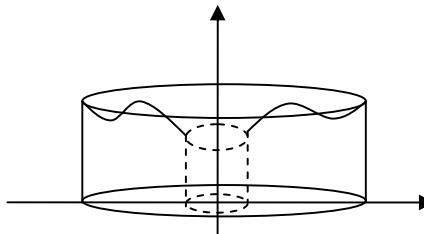
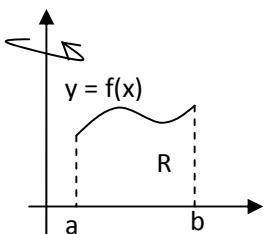
Volume benda putar dihampiri oleh jumlah volume cincin. Dengan mengambil limitnya diperoleh

$$V = \pi \int_a^b [h^2(y) - g^2(y)]dy$$

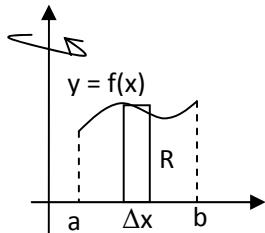
Catatan: Metode cincin irisan dibuat tegak lurus dengan sumbu putar

METODE KULIT TABUNG

- a. Misal daerah $R = \{(x, y) | a \leq x \leq b, 0 \leq y \leq f(x)\}$ diputar terhadap sumbu y. Berapa volume benda putar?

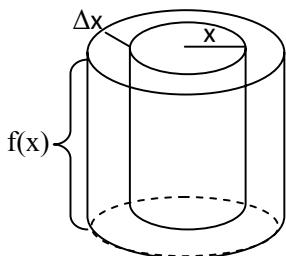


Untuk menghitung volume benda putar gunakan pendekatan iris, hampiri, jumlah, dan ambil limitnya.



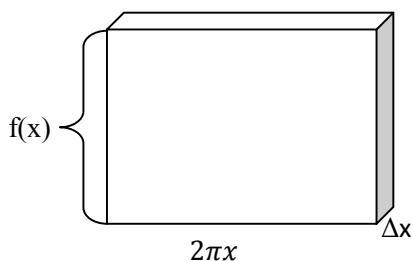
Jika irisan berbentuk persegi panjang dengan tinggi $f(x)$ dan alas Δx diputar terhadap sumbu y akan diperoleh suatu tabung kosong dengan tebal Δx dan jari-jari dalam x. Sehingga

$$\Delta V \approx 2\pi x f(x) \Delta x$$



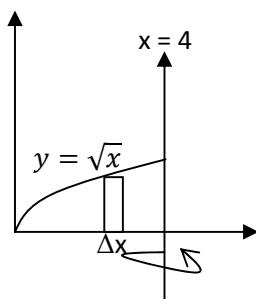
Volume benda putar dihampiri oleh jumlah volume kulit tabung. Dengan mengambil limitnya diperoleh

$$V = 2\pi \int_a^b xf(x) dx$$



Contoh: Tentukan volume benda putar yang terjadi jika daerah R yang dibatasi oleh $y = \sqrt{x}$, $x = 4$, $y = 0$; mengelilingi sumbu $x = 4$

Jawab:



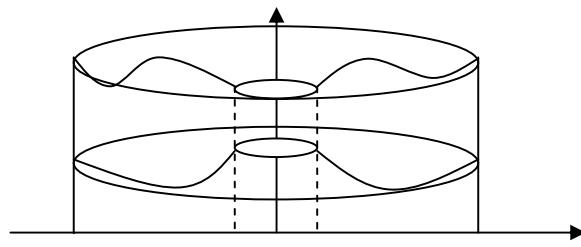
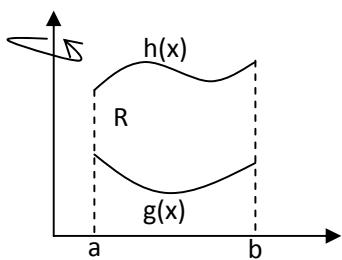
Jika irisan diputar terhadap garis $x = 4$ akan diperoleh suatu tabung kosong dengan jari-jari $4 - x$ dan tinggi tabung \sqrt{x}

$$\Delta V \approx 2\pi(4-x)\sqrt{x}\Delta x$$

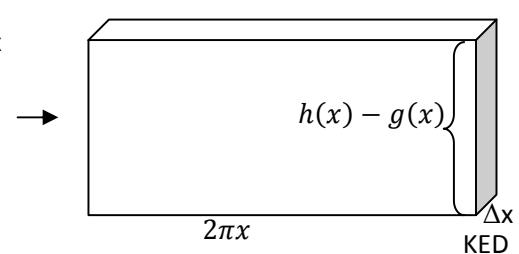
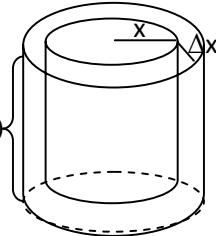
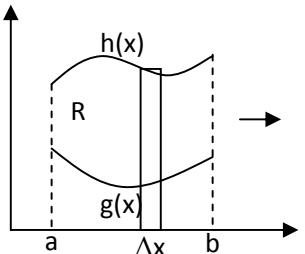
Volume benda putar:

$$V = 2\pi \int_0^4 (4\sqrt{x} - x^2) dx = 2\pi \left[\frac{8}{3}x^{3/2} - \frac{2}{5}x^{5/2} \right]_0^4 = 17\frac{1}{15}\pi$$

- b. Misal daerah $R = \{(x, y) | a \leq x \leq b, g(x) \leq y \leq h(x)\}$ diputar terhadap y . Berapa volume benda putar?



Untuk menghitung volume benda putar gunakan pendekatan iris, hampiri, jumlah, dan ambil limitnya.



Jika irisan berbentuk persegi panjang dengan tinggi $h(x) - g(x)$ dan alas Δx diputar terhadap sumbu y akan diperoleh suatu tabung kosong dengan tebal Δx dan jari-jari dalam tabung x. Sehingga

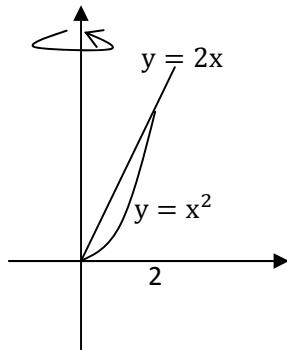
$$\Delta V \approx 2\pi x(h(x) - g(x))\Delta x$$

Volume benda putar dihampiri oleh jumlah volume kulit tabung. Dengan mengambil limitnya diperoleh

$$V = 2\pi \int_a^b x(h(x) - g(x)) dx$$

Contoh: Tentukan volume benda putar yang terjadi jika daerah R yang dibatasi oleh $y = x^2$, $y = 2x$ mengelilingi sumbu y.

Jawab:



Titik potong:

$$x^2 = 2x \Leftrightarrow x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow x(x - 2) = 0$$

Jadi titik potong adalah $x = 0$ dan $x = 2$

Jika irisan diputar terhadap sumbu y akan diperoleh suatu tabung kosong dengan jari-jari x dan tinggi tabung $2x - x^2$

$$\Delta V \approx 2\pi x(2x - x^2)\Delta x$$

Volume benda putar:

$$V = 2\pi \int_0^2 (2x^2 - x^3) dx = 2\pi \left[\frac{2}{3}x^3 - \frac{1}{4}x^4 \right]_0^2 = \frac{8}{3}\pi$$

Catatan: Metode kulit tabung irisan dibuat sejajar dengan sumbu putar

Daftar Pustaka

Purcell & Varberg. *Kalkulus dan Geometri Analitik*. Erlangga: 1992