

KALIMAT BERKUANTOR

A. EMPAT PERNYATAAN DALAM LOGIKA TRADISIONAL

Logika tradisional menekankan empat tipe pernyataan yang diilustrasikan dalam pernyataan berikut:

Semua ikan paus adalah hewan menyusui.

Tak ada ikan paus yang termasuk hewan menyusui.

Beberapa ikan paus adalah hewan menyusui.

Beberapa ikan paus tidak termasuk hewan menyusui.

(a). **Afirmatif Umum**

Perhatikan pernyataan:

Semua ikan paus adalah hewan menyusui.

Pernyataan diatas dapat dinyatakan sebagai:

Untuk setiap x , jika x adalah ikan paus, maka x adalah hewan menyusui.

Misal:

$h(x)$: x adalah ikan paus.

$m(x)$: x adalah hewan menyusui.

maka pernyataan diatas dapat ditulis dengan simbol:

$$(\forall x) (h(x) \Rightarrow m(x))$$

(b). **Negatif Umum**

Perhatikan pernyataan:

Tidak ada ikan paus yang termasuk hewan menyusui.

Pernyataan diatas sama artinya dengan:

Semua ikan paus tidak termasuk hewan menyusui.

atau dapat dinyatakan sebagai:

Untuk setiap x , jika x adalah ikan paus, maka x bukan hewan menyusui.

Jadi, pernyataan diatas dapat ditulis dalam simbol berikut:

$$(\forall x) (h(x) \Rightarrow \sim m(x))$$

(c). **Afirmatif khusus**

Perhatikan kalimat:

Beberapa ikan paus adalah hewan menyusui.

Pernyataan ini dapat dinyatakan dalam ungkapan lain, yaitu:

Terdapat x , sedemikian sehingga x adalah ikan paus dan x adalah hewan menyusui.
Atau dinyatakan dalam simbol berikut:

$$(\exists x) (h(x) \wedge m(x))$$

(d). Negatif khusus

Pernyataan:

Beberapa ikan paus bukan hewan menyusui
adalah contoh dari negatif umum.

Pernyataan diatas sama artinya dengan:

Terdapat x , sedemikian sehingga x adalah ikan paus dan x bukan hewan menyusui.
Atau dinyatakan dalam simbol berikut:

$$(\exists x) (h(x) \wedge \sim m(x))$$

B. PERNYATAAN YANG MENGANDUNG RELASI

Kalimat berkuantor yang telah dibahas dalam bagian sebelumnya dapat diperluas dengan menambah beberapa kuantor sekaligus pada kalimat yang sama. Perhatikan kalimat berikut:

(a). Semua pria mencintai wanita

Kalimat diatas sama artinya dengan

Untuk semua x, y , jika x adalah pria dan y adalah wanita, maka x mencintai y .

Misal: $p(x)$: x adalah pria

$w(y)$: y adalah wanita

$r(x,y)$: x mencintai y

maka simbol untuk pernyataan diatas adalah:

$$(\forall x) (\forall y) [(p(x) \wedge w(y)) \Rightarrow r(x,y)]$$

(b). Semua wanita mencintai semua pria.

$$(\forall x) (\forall y) [(p(x) \wedge w(y)) \Rightarrow r(y,x)]$$

(c). Beberapa pria mencintai beberapa wanita.

Kalimat diatas sama artinya dengan

Terdapatlah x dan y sedemikian sehingga x adalah pria dan y adalah wanita dan x mencintai y .

Simbol pernyataan diatas adalah:

$$(\exists x) (\exists y) [p(x) \wedge w(y) \wedge r(x,y)]$$

(d). Semua pria mencintai beberapa wanita

Kalimat diatas sama artinya dengan

Untuk setiap x , jika x adalah pria, maka terdapat y sedemikian sehingga y adalah wanita dan x mencintai y .

Simbol pernyataan diatas adalah

$$(\forall x) [p(x) \Rightarrow (\exists y) (w(y) \wedge r(x,y))]$$

(e). Beberapa pria mencintai semua wanita

Kalimat diatas sama artinya dengan

Terdapatlah x sedemikian sehingga x adalah pria dan untuk setiap y , jika y adalah wanita, maka x mencintai y .

Simbol pernyataan diatas adalah

$$(\exists x) [p(x) \wedge (\forall y) (w(y) \Rightarrow r(x,y))]$$

Kalimat diatas juga mempunyai arti yang sama dengan kalimat

Untuk semua x , jika x adalah wanita, maka terdapatlah y sedemikian sehingga y adalah pria dan y mencintai x .

yang mempunyai simbol

$$(\forall x) [w(x) \Rightarrow (\exists y) (p(y) \wedge r(y,x))]$$

LATIHAN

1. Misalkan $P(x)$: x adalah bilangan prima

$E(x)$: x adalah bilangan genap

$A(x)$: x adalah bilangan ganjil

$B(x,y)$: x faktor y

Terjemahkan tiap-tiap simbol berikut kedalam pernyataan:

a. $P(23)$

b. $E(2) \wedge P(2)$

c. $(\forall x) (B(2,x) \Rightarrow E(x))$

d. $(\exists x) (E(x) \wedge B(x,6))$

e. $(\forall x) (\sim E(x) \Rightarrow \sim B(2,x))$

f. $(\forall x) [P(x) \Rightarrow (\exists y) (E(y) \wedge B(x,y))]$

g. $(\forall x) [E(x) \Rightarrow (\forall y) (B(x,y) \Rightarrow E(y))]$

h. $(\exists x) [A(x) \wedge (\forall y) (P(y) \Rightarrow \sim B(x,y))]$

2. Nyatakan kalimat berikut dalam bentuk simbol-simbol.

- a. Semua burung hidup dalam air.
- b. Hanya direktur yang mempunyai sekretaris pribadi.
- c. Orang bali tidak semuanya bisa menari.
- d. Tidak ada sesuatu pun di dalam rumah itu yang lolos dari kebakaran.
- e. Beberapa obat berbahaya, kecuali jika digunakan dalam dosis yang tepat.
- f. Setiap manusia akan sehat jika ia makan makanan yang bergizi dan sering berolahraga.