FUNGSI TEGAK LURUS

Misal $\bar{A}, \bar{B} \in R^3$, maka $\bar{A} = A_1 i + A_2 j + A_3 k$ dan $\bar{B} = B_1 i + B_2 j + B_3 k$, $\bar{A}$ tegak lurus dengan $\bar{B}$ jika

$$\bar{A} \cdot \bar{B} = 0 \leftrightarrow A_1 B_1 + A_2 B_2 + A_3 B_3 = 0$$

Pandanglah suatu fungsi sebagai vektor diruang tak hingga. Misal ada dua fungsi $A(x)$ dan $B(x)$, dua buah fungsi dikatakan tegak lurus pada (a, b) jika

$$\int_a^b A(x) \cdot B(x) dx = 0$$

Suatu vektor $\bar{A}$ disebut *vektor satuan* atau *vektor yang dinormalisasi* jika besarnya adalah satu satuan, yaitu jika $\bar{A}.\bar{A} = \bar{A}^2 = 1$. Dengan memperluas konsep tersebut, kita menyatakan bahwa fungsi $A(x)$ adalah fungsi *normal* atau fungsi yang *dinormalisasi* dalam (a, b) jika

$$\int_a^b |A(x)|^2 \, dx = 1$$

Asumsikan suatu himpunan fungsi $\{\phi_k(x)\}$, $k = 1, 2, 3, \ldots$, dengan sifat-sifat

$$\int_a^b \phi_m(x)\phi_n(x) \, dx = 0 \qquad m \neq n \tag{*}$$

$$\int_a^b \left(\phi_m(x)\right)^2 dx = 1 \quad m = 1, 2, 3, \ldots \tag{**}$$

Dalam kasus semacam ini, setiap anggota himpunan adalah ortogonal terhadap setiap anggota lain dari himpunan tersebut dan setiap anggota himpunan adalah juga fungsi yang dinormalisasi. Kita menyebut himpunan fungsi semacam ini sebagai *himpunan ortonormal*.

Persamaan (*) dan (**) dapat disimpulkan dengan menulis

$$\int_a^b \phi_m(x)\, \phi_n(x) dx = \delta_{mn}$$

Dimana δ_{mn} yang disebut *simbol Kronecker*, didefinisikan sebagai 0 jika $m \neq n$ dan 1 jika $m = n$.

Contoh:

a. Perlihatkan bahwa himpunan fungsi

$$1, \sin\frac{\pi x}{L}, \cos\frac{\pi x}{L}, \sin\frac{2\pi x}{L}, \cos\frac{2\pi x}{L}, \sin\frac{3\pi x}{L}, \cos\frac{3\pi x}{L}, \ldots$$

Membentuk suatu himpunan ortogonal dalam interval $(-L, L)$

b. Tentukan konstanta normalisasi yang sama untuk himpunan dalam (a) sehingga himpunan tersebut ortonormal dalam $(-L, L)$