

METODE BIG-M

MATAKULIAH RISET OPERASIONAL

Pertemuan Ke-6

Riani Lubis

Jurusan Teknik Informatika

Universitas Komputer Indonesia

Pendahuluan (1)

- Pendekatan standar yang digunakan disebut teknik variabel artifisial (*artificial-variable technique*).
- Teknik ini menyajikan masalah artifisial dengan memperkenalkan variabel *dummy* (disebut variabel artifisial) ke dalam masing-masing kendala yang membutuhkannya.
- Variabel ini sengaja dimunculkan untuk dijadikan variabel basis awal persamaan tersebut.
- Fungsi tujuan dimodifikasi untuk memberikan pinalti yang tinggi karena nilai-nilai yang dimiliki lebih besar daripada nol.

Pendahuluan (2)

- Pada pendekatan ini, variabel artifisial dalam fungsi tujuan diberi suatu biaya sangat besar (dalam perhitungan komputer biasanya 3 atau 4 kali besarnya dibandingkan bilangan lain dalam model). Dalam praktik, huruf M digunakan sebagai biaya dalam masalah minimasi dan $-M$ sebagai keuntungan dalam masalah maksimasi dengan asumsi M adalah suatu angka positif yang besar.
- Iterasi pada metode simpleks kemudian secara otomatis memaksa variabel artifisial menghilang (menjadi nol), sampai seluruhnya habis.

Formulasi model matematik

F. Tujuan : Maks/Min $Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n$

F. Pembatas : $a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \leq b_1$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \geq b_2$$

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m$$

$$x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0$$

Bentuk standar

F. Tujuan : Maks $Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n - MR_n$

atau Min $Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n + MR_n$

F. Pembatas : $a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n + S_1 = b_1$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n - S_2 + R_1 = b_2$$

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n + R_n = b_m$$

$$x_1, x_2, \dots, x_n, S_1, S_2, R_1, \dots, R_n \geq 0$$

- Dimana :
R : variabel artificial
M : nilai pinalti
- Variabel artificial fungsinya sama dengan variabel slack, yaitu untuk mengubah variabel non-basis menjadi variabel basis
- Nilai pinalti (M) merupakan nilai yang sangat besar untuk mengurangi variabel artificial

Contoh 1

F. Tujuan : maks $Z = 3X_1 + 5X_2$

F. Pembatas :

$$X_1 \leq 4$$

$$2X_2 \leq 12$$

$$3X_1 + 2X_2 = 18$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

Bentuk standar :

F. Tujuan : maks $Z = 3X_1 + 5X_2 + 0S_1 + 0S_2 - MR_3$

F. Pembatas :

$$X_1 + S_1 = 4$$

$$2X_2 + S_2 = 12$$

$$3X_1 + 2X_2 + R_3 = 18$$

$$X_1, X_2, S_1, S_2, R_3 \geq 0$$

$$R_3 = 18 - 3X_1 - 2X_2$$

Maka diperoleh fungsi tujuan :

$$\text{maks } Z = 3X_1 + 5X_2 - MR_3$$

$$= 3X_1 + 5X_2 - M(18 - 3X_1 - 2X_2)$$

$$= 3X_1 + 5X_2 - 18M + 3MX_1 + 2MX_2$$

$$= (3+3M)X_1 + (5+2M)X_2 - 18M$$

$$\mathbf{Z - (3+3M)X_1 - (5+2M)X_2 = -18M}$$

ITERASI 0

EV

| BASIS | Z | X_1 | X_2 | S_1 | S_2 | R_3 | SOLUSI |
|-------|---|-----------|-----------|-------|-------|-------|--------|
| Z | 1 | $(-3-3M)$ | $(-5-2M)$ | 0 | 0 | 0 | -18M |
| S_1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 4 |
| S_2 | 0 | 0 | 2 | 0 | 1 | 0 | 12 |
| R_3 | 0 | 3 | 2 | 0 | 0 | 1 | 18 |

RASIO

4

∞

6

LV

ITERASI 1

| BASIS | Z | X_1 | X_2 | S_1 | S_2 | S_3 | SOLUSI |
|-------|---|-------|-----------|----------|-------|-------|----------|
| Z | 1 | 0 | $(-5-2M)$ | $(3+3M)$ | 0 | 0 | $-6M+12$ |
| X_1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 4 |
| S_2 | 0 | 0 | 2 | 0 | 1 | 0 | 12 |
| R_3 | 0 | 0 | 2 | -3 | 0 | 1 | 6 |

RASIO

∞

6

3

Contoh 2

F. Tujuan : $\min Z = 3X_1 + 5X_2$

F. Pembatas :

$$X_1 \leq 4$$

$$2X_2 = 12$$

$$3X_1 + 2X_2 \geq 18$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

Bentuk standar :

F. Tujuan : $\min Z = 3X_1 + 5X_2 + 0S_1 + 0S_3 + MR_2 + MR_3$

F. Pembatas :

$$X_1 + S_1 = 4$$

$$2X_2 + R_2 = 12$$

$$3X_1 + 2X_2 - S_3 + R_3 = 18$$

$$X_1, X_2, S_1, S_3, R_2, R_3 \geq 0$$

$$R_2 = 12 - 2X_2$$

$$R_3 = 18 - 3X_1 - 2X_2 + S_3$$

Maka diperoleh fungsi tujuan :

$$\text{Min } Z = 3X_1 + 5X_2 + MR_2 + MR_3$$

$$= 3X_1 + 5X_2 - M(12 - 2X_2) + M(18 - 3X_1 - 2X_2 + S_3)$$

$$= 3X_1 + 5X_2 - 12M + 2MX_2 + 18M - 3MX_1 - 2MX_2 + MS_3$$

$$= (3 - 3M)X_1 + (5 - 4M)X_2 + MS_3 + 30M$$

$$\mathbf{Z - (3 - 3M)X_1 - (5 - 4M)X_2 - MS_3 = 30M}$$

ITERASI 0

| BASIS | Z | X_1 | X_2 | S_1 | S_3 | R_2 | R_3 | SOLUSI | RASIO |
|-------|---|-----------|-----------|-------|-------|-------|-------|--------|----------|
| Z | 1 | $(-3+3M)$ | $(-5+4M)$ | 0 | -M | 0 | 0 | 30M | ∞ |
| S_1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 4 | ∞ |
| R_2 | 0 | 0 | 2 | 0 | 0 | 1 | 0 | 12 | 6 |
| R_3 | 0 | 3 | 2 | 0 | -1 | 0 | 1 | 18 | 9 |

ITERASI 1

| BASIS | Z | X_1 | X_2 | S_1 | S_3 | R_2 | R_3 | SOLUSI | RASIO |
|-------|---|-----------|-------|-------|-------|------------|-------|--------|----------|
| Z | 1 | $(-3+3M)$ | 0 | 0 | -M | $(5/2-2M)$ | 0 | 30+6M | ∞ |
| S_1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 4 | 9 |
| X_2 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1/2 | 0 | 6 | ∞ |
| R_3 | 0 | 3 | 0 | 0 | -1 | -1 | 1 | 6 | 2 |

ITERASI 2

| BASIS | Z | X_1 | X_2 | S_1 | S_3 | R_2 | R_3 | SOLUSI |
|-------|---|-------|-------|-------|--------|-----------|---------|--------|
| Z | 1 | 0 | 0 | 0 | -1 | $(3/2-M)$ | $(1-M)$ | 36 |
| S_1 | 0 | 0 | 0 | 1 | $1/3$ | $1/3$ | $-1/3$ | 2 |
| X_2 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | $1/2$ | 0 | 6 |
| X_1 | 0 | 1 | 0 | 0 | $-1/3$ | $-1/3$ | $1/3$ | 2 |

Solusi Optimal : $X_1 = 2$
 $X_2 = 6$
 $Z = 36$