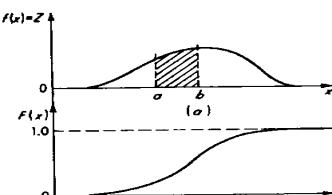
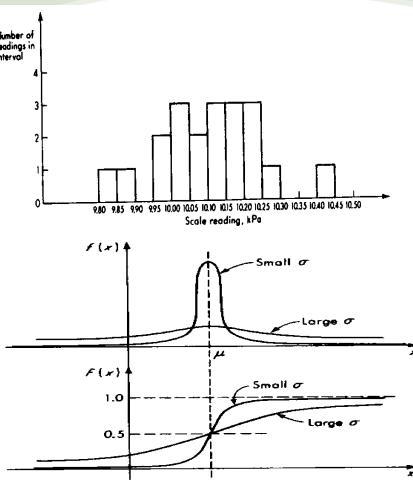


Normalisasi data dilakukan untuk mencari probabilitas harga data pengukuran

- Plotting data Sebelum dilakukan normalisasi



$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(x) dx$$

112

Setelah dilakukan Normalisasi

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}}$$

$$F(z) = \int_{-\infty}^z f(z) dz$$

- Pada  $x = \bar{x}$
- Maka  $z = 0$  dan skala z tidak berdimensi
- Sehingga kurva distribusi normal berlaku untuk semua data normal  $\rightarrow$  dibuat tabel distribusi normal  $f(z)$  dan  $F(z)$
- $F(z)$  menyatakan probabilitas bahwa data mempunyai harga  $-z \leq x \leq z$

113

- Dari Tabel Distribusi Normal dapat dicari bahwa jika data dinyatakan berada dalam suatu daerah harga tertentu, maka kepercayaan dalam menyatakan harga berubah

$$x = \bar{x} \pm 1\sigma \quad \text{kepercayaannya } 68\%$$

$$x = \bar{x} \pm 2\sigma \quad \text{kepercayaannya } 95\%$$

$$x = \bar{x} \pm 3\sigma \quad \text{kepercayaannya } 99,7\%$$

- Error  $3\sigma$  disebut juga **limit error**
- Error  $0,68\sigma$  disebut **probable error**, dengan kepercayaan 50%

114

- Data yang diberikan mempunyai
  - harga rata-rata = 10,11 kPa dan
  - variansi 0,14 kPa, sehingga jika dinyatakan bahwa harga tekanan yang diukur adalah:
    - 9,97 s/d 10,25 kPa kepercayaannya 67%
    - 9,83 s/d 10,39 kPa kepercayaannya 95%
    - 9,69 s/d 10,53 kPa kepercayaannya 99,7%
- Dengan menggunakan alat ukur tekanan tersebut jika diinginkan kepercayaan yang tinggi, maka harga tekanan terukur adalah dalam daerah
  - 9,69 kPa s/d 10,53 kPa

115

- Presisi:
- Bias:

$$\text{Presisi} = 100\% \left( 1 - \frac{3\sigma}{\bar{x}} \right)$$

$$\text{bias} = |x_{benar} - \bar{x}|$$

- Akurasi:

$$\text{akurasi} = 100\% \left( 1 - \frac{\text{bias} + 3\sigma}{x_{benar}} \right)$$

- Error dari input tertentu

$$\text{error} = 100\% \left( \frac{\text{bias} + 3\sigma}{x_{benar}} \right)$$

- Error yang dicantumkan pada manual alat dicari dari berbagai hasil kalibrasi yang memberikan harga terbesar.

116

## Akurasi, presisi, bias & kesalahan

- data pressure-gage, nilai rata-rata  $\bar{x} = 10,11$
- Dan standard deviasi,  $\sigma = 0,14$
- Harga benar,  $x_{true} = 10,00$

$$\text{Presisi} = 100\% \left( 1 - \frac{3(0,14)}{10,11} \right) = 95,9\%$$

$$\text{Bias} = 10,11 - 10 = 0,11$$

$$\text{akurasi} = 100\% \left( 1 - \frac{0,11 + 3 \cdot 0,14}{10} \right) = 94,7\%$$

117

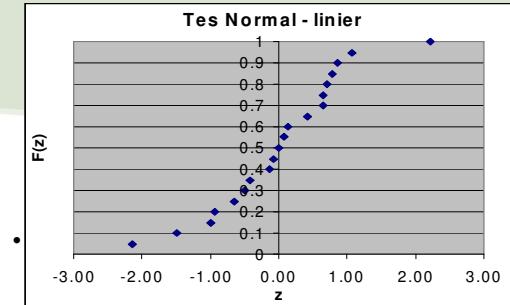
## Catatan

- Harga akurasi, presisi, dan error yang dibahas sebelumnya berdasarkan asumsi bahwa data pengukuran terdistribusi **normal**.
- Untuk menguji apakah benar bahwa data terdistribusi normal atau tidak, perlu dilakukan “tes normal”, yaitu dengan
  - Tes linier pada harga  $x = \bar{x}$  atau  $z = 0$
  - Tes Chi-Square ( $\chi^2$ )

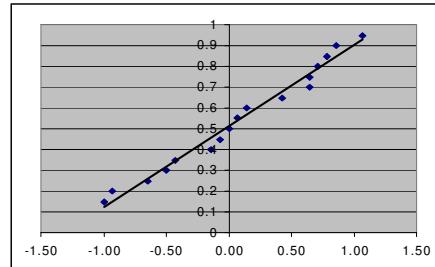


118

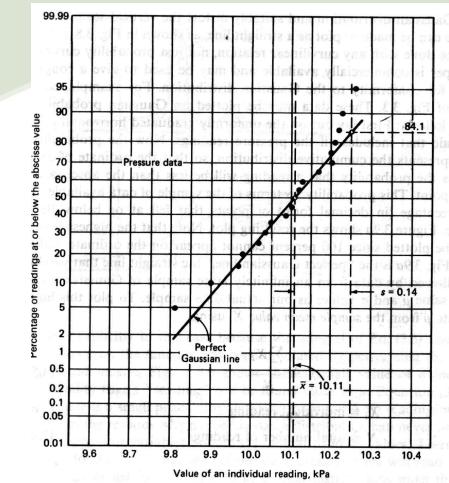
$x$	$z$	$F(z)$
9.81	-2.14	0.05
9.9	-1.50	0.1
9.97	-1.00	0.15
9.98	-0.93	0.2
10.02	-0.64	0.25
10.04	-0.50	0.3
10.05	-0.43	0.35
10.09	-0.14	0.4
10.1	-0.07	0.45
10.11	0.00	0.5
10.12	0.07	0.55
10.13	0.14	0.6
10.17	0.43	0.65
10.2	0.64	0.7
10.2	0.64	0.75
10.21	0.71	0.8
10.22	0.79	0.85
10.23	0.86	0.9
10.26	1.07	0.95
10.42	2.21	1



120



## 1. Tes linier pada sekitar $z = 0$ atau $x = \bar{x}$



Pertama data diurutkan dari harga paling kecil ke harga yang besar.

Kemudian  $F(z)$  atau  $F(x)$  diplot pada suatu  $x$  tertentu di sekitar  $z = 0$  atau  $x = \bar{x}$

Jika diperoleh plot yang mendekati garis lurus, dan perpotongan dengan  $F(x)$  pada sekitar harga 0,5, maka distribusi data adalah normal.

119

## 2. Tes Chi Square ( $\chi^2$ )

- Tes  $\chi^2$  dilakukan dengan mengumpulkan data menjadi beberapa kelompok, dan untuk masing kelompok dicari harga

$$\frac{(n_o - n_e)^2}{n_e}$$

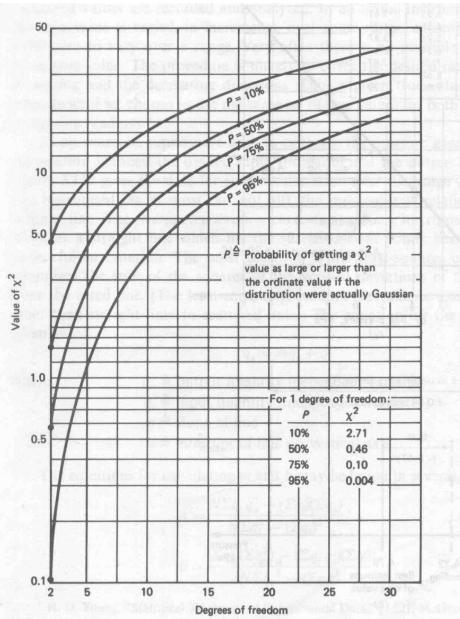
- $n_o$  = jumlah data yang diamati secara aktual
- $n_e$  = jumlah data yang akan diamati jika data terdistribusi normal
- $n$  = jumlah kelompok

- Chi-Square ( $\chi^2$ ) adalah:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(n_o - n_e)^2}{n_e}$$

121

- Harga  $\chi^2$  dibanding dg tabel  $\chi^2$  untuk derajat kebebasan (df) kelompok data. df = n-3
  - Jika harga  $\chi^2$  data berada pada daerah dg tingkat kepercayaan tinggi, maka distribusi data normal,
  - Jika harga  $\chi^2$  data berada pada daerah dg tingkat kepercayaan rendah, maka distribusi data tidak bisa dikatakan normal.
  - Jika harga  $\chi^2$  data berada diantara daerah dg tingkat kepercayaan rendah dan tinggi, maka distribusi data tidak bisa dikatakan normal, tetapi juga tidak bisa dikatakan tidak normal



122

## Penerapan tes $\chi^2$ pada data pressure gage

Range z		$F(z_1 < z < z_2)$	$n_e$	$n_o$	$(n_o - n_e)^2 / n_e$
$z_1$	$z_2$				
$-\infty$	-0.786	0.220	4.390	4	0.03
-0.785	-0.107	0.240	4.790	4	0.13
-0.107	0.286	0.154	3.072	4	0.28
0.286	0.750	0.161	3.216	4	0.19
0.750	$\infty$	0.225	4.505	4	0.06
				$\chi^2$	0.69

- Dari tabel  $\chi^2$  dan kurva  $\chi^2$ , maka data ini mempunyai kepercayaan bahwa data terdistribusi normal sebesar 80%
- Distribusi data dapat dikatakan mendekati distribusi normal

123

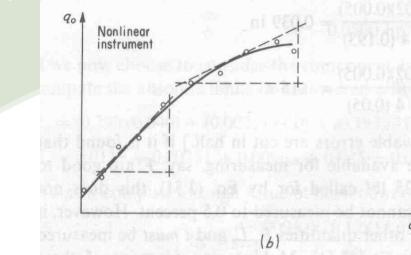
## Menghitung karakteristik statik sensor:

- Sensitivitas
- Histeresis

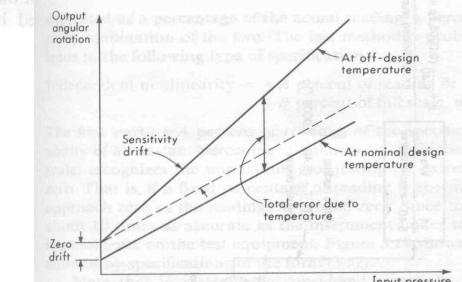
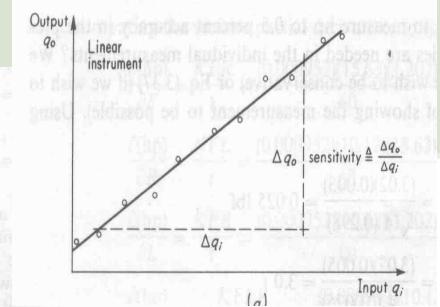


124

## Sensitifitas & linieritas

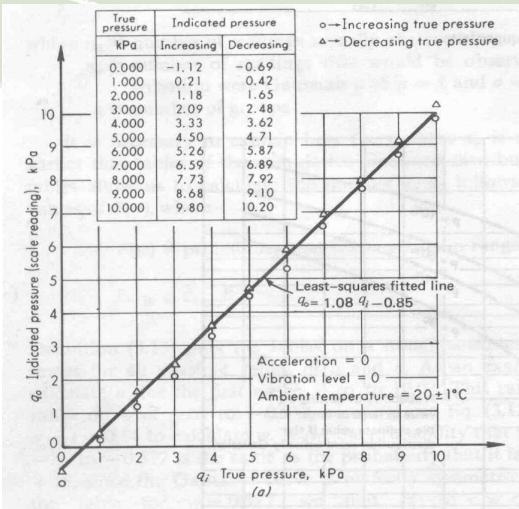


- Sensitivitas instrumen berlaku pada suatu daerah harga input tertentu, yaitu dinyatakan dalam daerah liniernya



125

Sensitivitas alat ukur dicari dari data kalibrasi alat, dengan regresi linier



jika hubungan output-input linier:

$$e_o = m e_i + b$$

$$m = \frac{N \sum e_o e_i - (\sum e_i)(\sum e_o)}{N \sum e_i^2 - (\sum e_i)^2}$$

$$b = \frac{N(\sum e_o)(\sum e_i)^2 - (\sum e_i e_o)(\sum e_i)}{N \sum e_i^2 - (\sum e_i)^2}$$

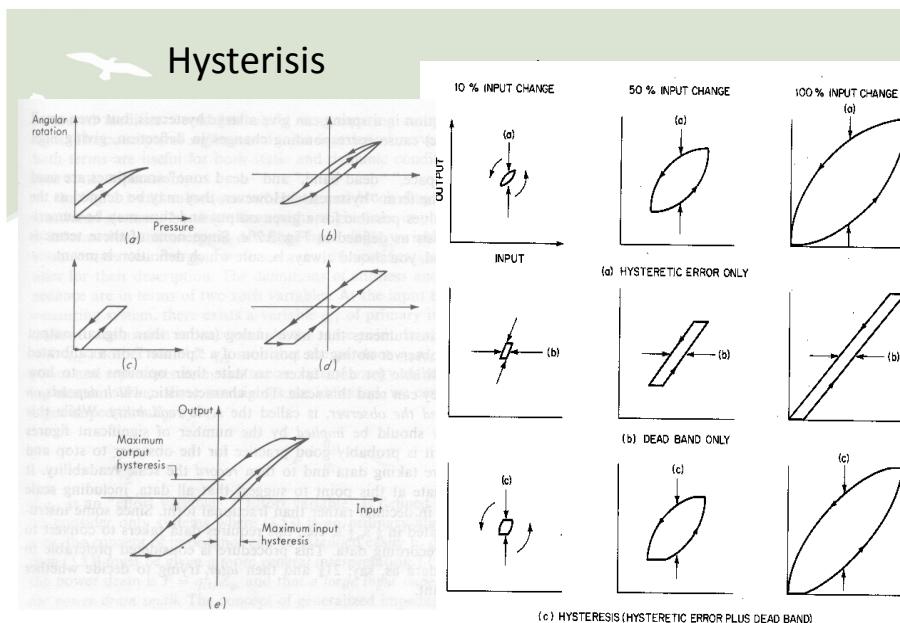
126

input ( $e_i$ )	$e_i^2$	output (eo)		$e_o e_i$	
		naik	turun	naik	turun
0	0	-1.12	-0.69	0	0
1	1	0.21	0.42	0.21	0.42
2	4	1.18	1.65	2.36	3.3
3	9	2.09	2.48	6.27	7.44
4	16	3.33	3.62	13.32	14.48
5	25	4.5	4.71	22.5	23.55
6	36	5.26	5.87	31.56	35.22
7	49	6.59	6.89	46.13	48.23
8	64	7.73	7.92	61.84	63.36
9	81	8.68	9.1	78.12	81.9
10	100	9.8	10.2	98	102
<b>Total</b>	<b>385</b>	<b>48.25</b>	<b>52.17</b>	<b>360.3</b>	<b>379.9</b>

- Persamaan naik:  $e_o = 1.08236 e_i - 1.025$
- Persamaan turun:  $e_o = 1.08227 e_i - 0.669$
- Persamaan sensitivitas: (Persamaan naik+persamaan turun)/2

$$e_o = 1.0823 e_i - 0.847$$

127



128

### Hysteresis

input ( $e_i$ )	output (eo)		$H$
	naik	turun	
0	-1.12	-0.69	0.43
1	0.21	0.42	0.21
2	1.18	1.65	0.47
3	2.09	2.48	0.39
4	3.33	3.62	0.29
5	4.5	4.71	0.21
6	5.26	5.87	0.61
7	6.59	6.89	0.30
8	7.73	7.92	0.19
9	8.68	9.1	0.42
10	9.8	10.2	0.40

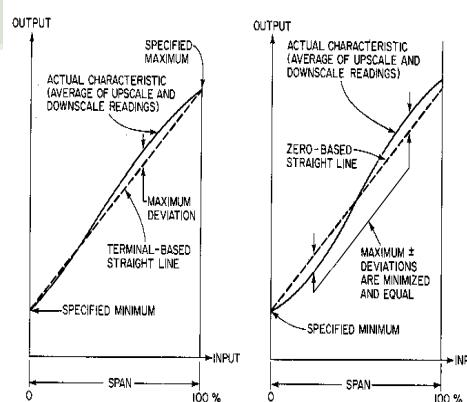
$$\text{Hysteresis} = \frac{0.61}{10 - 0} = 0.06$$

←  $H_{\text{maksimum}}$

129

**Non-linieritas:** pada umumnya alat ukur mempunyai sensitivitas yg tidak konstan, hubungan output-input tidak linier. Perlu linierisasi pada range tertentu.

Ketidaklinieran instrumen dinyatakan sbg harga *non-linieritas*, yang menyatakan selisih maksimum dari harga linier dibandingkan dengan harga nonlinier.



130

## Kombinasi komponen error pada perhitungan akurasi sistem

- Sistem pengukuran seringkali tersusun dari rantai komponen, yang masing-masing mempunyai ketidak akurasi. Jika akurasi setiap komponen diketahui, maka akurasi dari sistem dapat dihitung.
- Misalkan bahwa besaran sistem yang diukur N merupakan fungsi dari berbagai variabel  $u_1, u_2, u_3, \dots, u_n$ .

$$N = f(u_1, u_2, u_3, \dots, u_n)$$

Jika setiap variabel mempunyai kesalahan:

$$\Delta u_1, \Delta u_2, \Delta u_3, \dots, \Delta u_n$$

131

- Dimana  $\Delta u_i$  dianggap sebagai batas error absolut, seperti  $e_p$  atau batas  $3\sigma$ .

$$N \pm \Delta N = f(u_1 \pm \Delta u_1, u_2 \pm \Delta u_2, \dots, u_n \pm \Delta u_n)$$

$$E_a = \Delta N = \left| \Delta u_1 \frac{\partial f}{\partial u_1} \right| + \left| \Delta u_2 \frac{\partial f}{\partial u_2} \right| + \dots + \left| \Delta u_n \frac{\partial f}{\partial u_n} \right|$$

- Tetapi jika error  $\Delta u_i$  dianggap bukan error absolut, tetapi error statistik, seperti limit error  $\pm 3\sigma$ , maka digunakan error root mean square ( $E_{rss}$ )

$$E_a = \Delta N = \sqrt{\left| \Delta u_1 \frac{\partial f}{\partial u_1} \right|^2 + \left| \Delta u_2 \frac{\partial f}{\partial u_2} \right|^2 + \dots + \left| \Delta u_n \frac{\partial f}{\partial u_n} \right|^2}$$

132

- Jika akurasi total absolut diketahui dan diinginkan akurasi absolut dari setiap komponen yang diperlukan untuk mencapai harga akurasi total absolut, maka

$$\Delta u_i = \frac{\Delta N}{n \left( \frac{\partial f}{\partial u_i} \right)} \quad i = 1, 2, 3, \dots, n$$

- Jika error total adalah harga statistik

$$\Delta u_i = \frac{\Delta N}{\sqrt{n} \left( \frac{\partial f}{\partial u_i} \right)} \quad i = 1, 2, 3, \dots, n$$

133



## THANK YOU FOR YOUR ATTENTION

134

- Persamaan naik:  $e_o = 1,08236 e_i - 1,025$
- Persamaan turun:  $e_o = 1,08227 e_i - 0,669$
- Histerisis: 0,33 kPa
- Dead space: 0,37 kPa

- Mencari histerisis:
  - Kurva naik: pada  $e_o = 0 \rightarrow e_i = 0,9474$
  - Kurva turun: pada  $e_o = 0 \rightarrow e_i = 0,6178$
  - Histerisis =  $0,9474 - 0,6178 = 0,33 \text{ kPa}$
- Mencari dead space:
  - Kurva naik: pada  $e_i = 0 \rightarrow e_o = -1,025$
  - Kurva turun: pada  $e_i = 0 \rightarrow e_o = -0,669$
  - Dead space:  $-0,669 - (-1,025) = 0,37 \text{ kPa}$

135