

VARIABEL ACAK & FUNGSI DISTRIBUSI

Mata Kuliah Pemodelan & Simulasi

**Jurusan Teknik Informatika
Universitas Komputer Indonesia**

Variabel Acak (Random Variable)

- Definisi: suatu fungsi atau aturan yang menunjukkan sebuah bilangan riil untuk suatu titik sampel pada ruang sampel S .
- Variabel yang nilainya ditentukan oleh hasil sebuah eksperimen.
- Variabel acak merepresentasikan hasil yang tidak pasti.
- Variabel Acak terdiri dari :
 - Variabel Acak Diskrit
 - Variabel Acak Kontiniu

Variabel Acak Diskrit

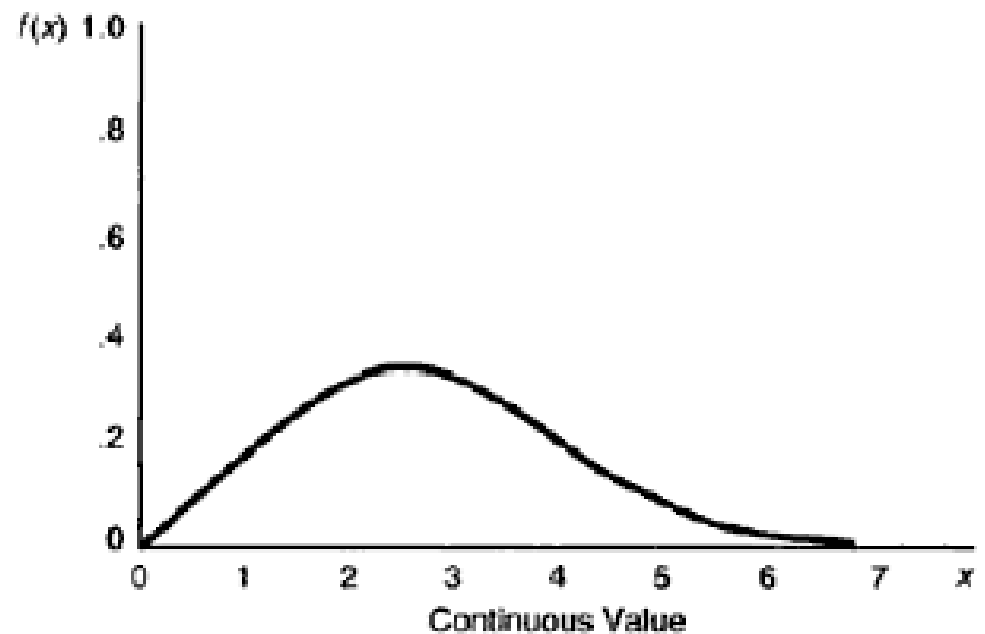
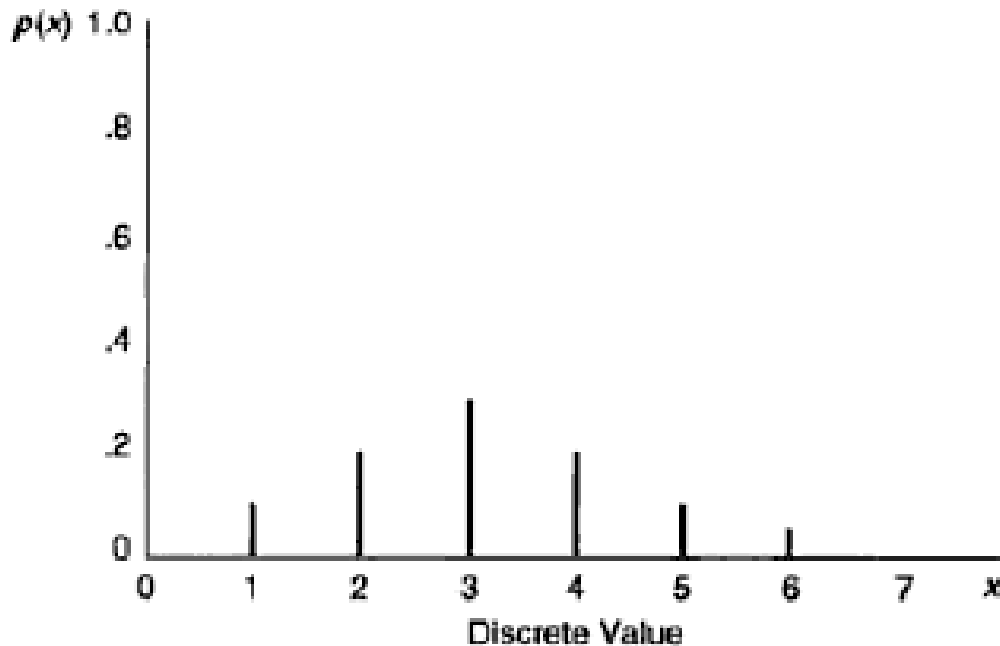
- Variabel acak yang nilainya berupa bilangan cacah, dapat dihitung dan terhingga.
- Contoh:
 - Jumlah pembeli yang memasuki sebuah toko = 2 orang
 - Banyaknya produk yang rusak = 12 buah
- Ruang sampel diskrit :
 - Ruang sampel diskrit mempunyai banyak elemen terhingga
 - Eksperimen : Pelemparan sebuah dadu
 - Hasil : Mata dadu yang tampak di atas
 - Ruang sampel : $S = \{1,2,3,4,5,6\}$
 - Peristiwa : $A = \text{Titik ganjil yang muncul} = \{1,3,5\}$
 $B = \text{Titik genap yang muncul} = \{2,4,6\}$

Variabel Acak Kontinu

- Variabel acak yang nilainya berupa selang bilangan, tidak dapat dihitung dan tidak terhingga (memungkinkan pernyataan dalam bilangan pecahan).
- Biasanya untuk hal-hal yang diukur (jarak, waktu, berat, volume)
- Contoh:
 - Jarak pabrik ke pasar = 35,57 km
 - Waktu produksi per unit = 15,07 menit
- Ruang sampel kontinu :
 - Ruang sampel kontinu mempunyai bilangan-bilangan dalam suatu interval.
 - Eksperimen : Pemilihan 1 mahasiswa secara random, dicatat IPK-nya
 - Hasil : Bilangan real antara 0 dan 4
 - Ruang sampel : $S = \{x \in \mathbb{R} : 0 \leq x \leq 4\}$
 - Peristiwa : $A = \text{IPK di atas } 3 = \{3 < x \leq 4\}$
 $B = \text{IPK di bawah } 2 = \{0 \leq x < 2\}$

Distribusi Probabilitas

- **Distribusi probabilitas** dari variabel acak adalah tabel, grafik, atau rumus yang menyatakan probabilitas setiap nilai yang mungkin dimiliki variabel acak.



Distribusi Diskrit vs Kontinu

- A countable number of possible values
- Contoh :
 - Jumlah item dalam satu lot
 - Jumlah individu dalam sekelompok orang
- Distribusi :
 - Distribusi Diskrit Uniform
 - Distribusi Binomial
 - Distribusi Binomial Negatif
 - Distribusi Geometric
 - Distribusi Poisson
- Sebuah kontinum dari nilai
- Contoh :Sebuah mesin dengan waktu siklus yang terdistribusi seragam antar 1,2 – 1,8 menit
- Distribusi :
 - Distribusi Uniform
 - Distribusi Exponential
 - Distribusi Gamma
 - Distribusi Weibull
 - Distribusi Normal

Distribusi Uniform Kontinyu – U(α, β)

- Distribusi :

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < \alpha \\ \frac{x - \alpha}{\beta - \alpha}, & \alpha \leq x \leq \beta \\ 1, & b < x \end{cases}$$

- Densitas :

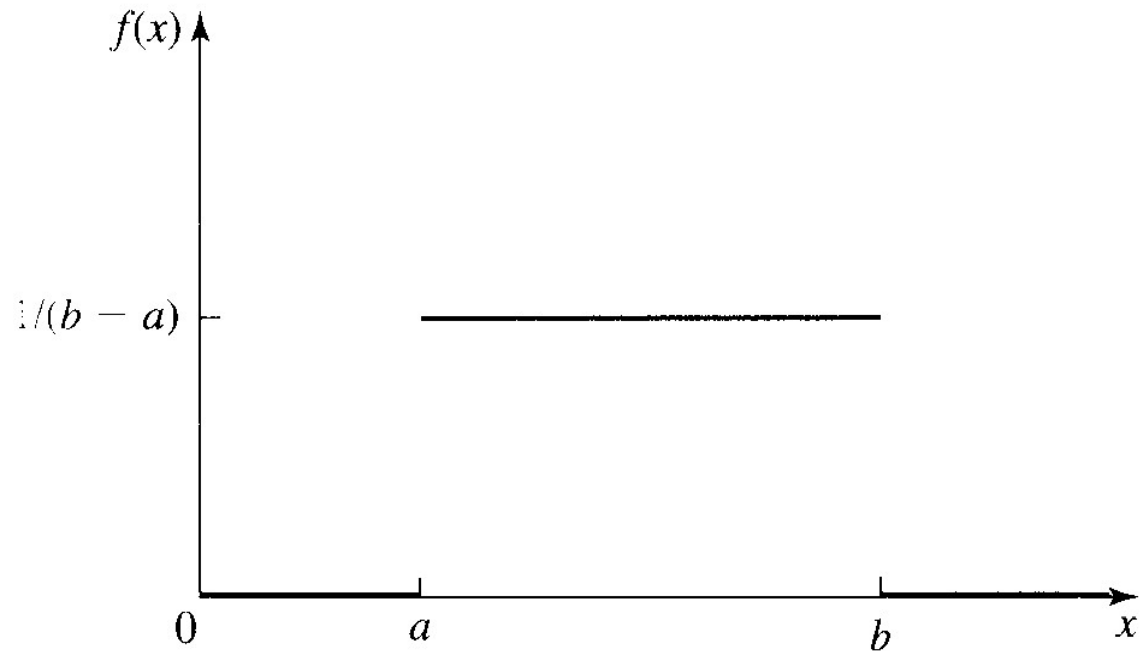
$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\beta - \alpha}, & \alpha \leq x \leq \beta \\ 0, & \text{untuk } x \text{ lainnya} \end{cases}$$

- Parameter :

α, β real ; $\alpha < \beta$

- Mean:

$$\mu_x = \frac{\alpha + \beta}{2}$$



- Variansi:

$$\sigma_x^2 = \frac{(\beta - \alpha)^2}{12}$$

Distribusi Normal– $N(\mu, \sigma^2)$

- Densitas :

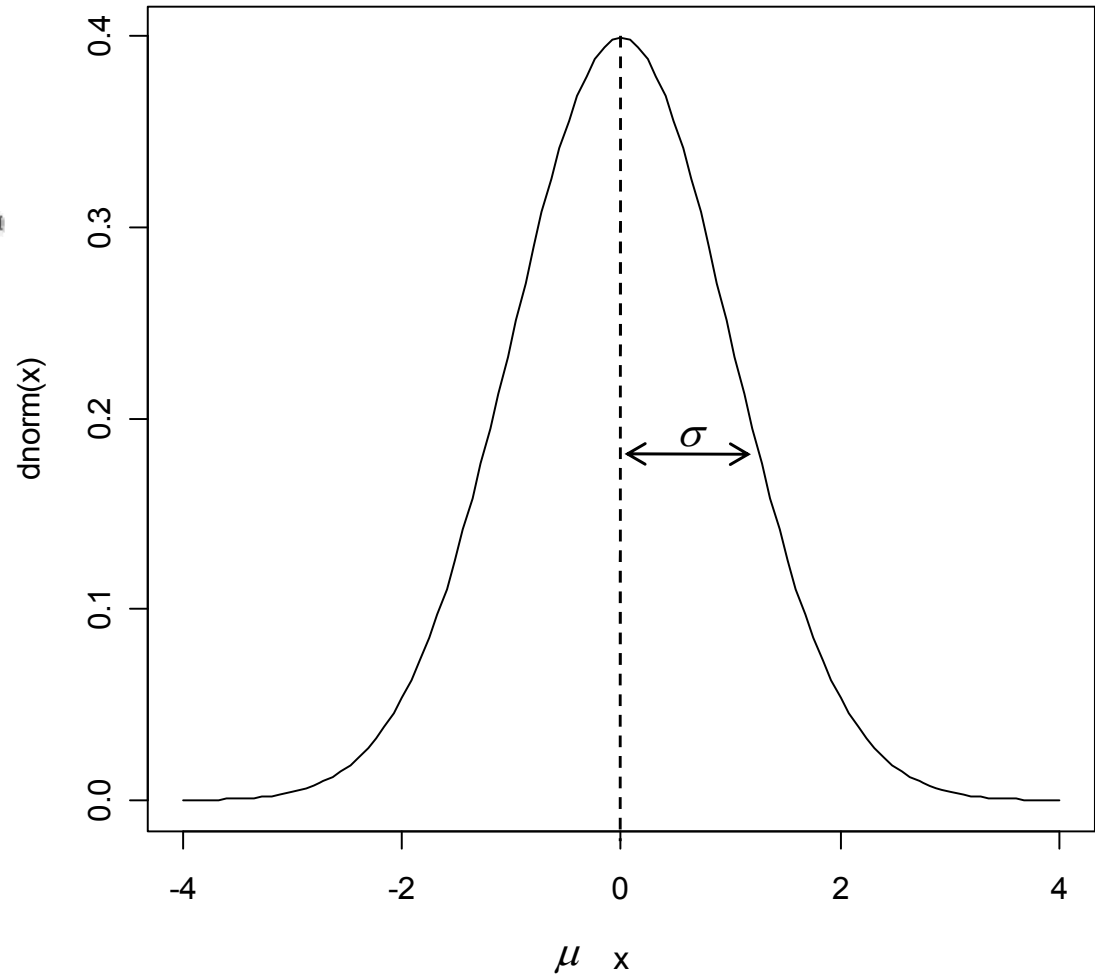
$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \quad -\infty < X < \infty$$

- Parameter :

$$\mu, \sigma ; \sigma > 0$$

- Distribusi normal standar $N(0,1)$:

$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$



Distribusi Exponential- expo(β)

- Distribusi :

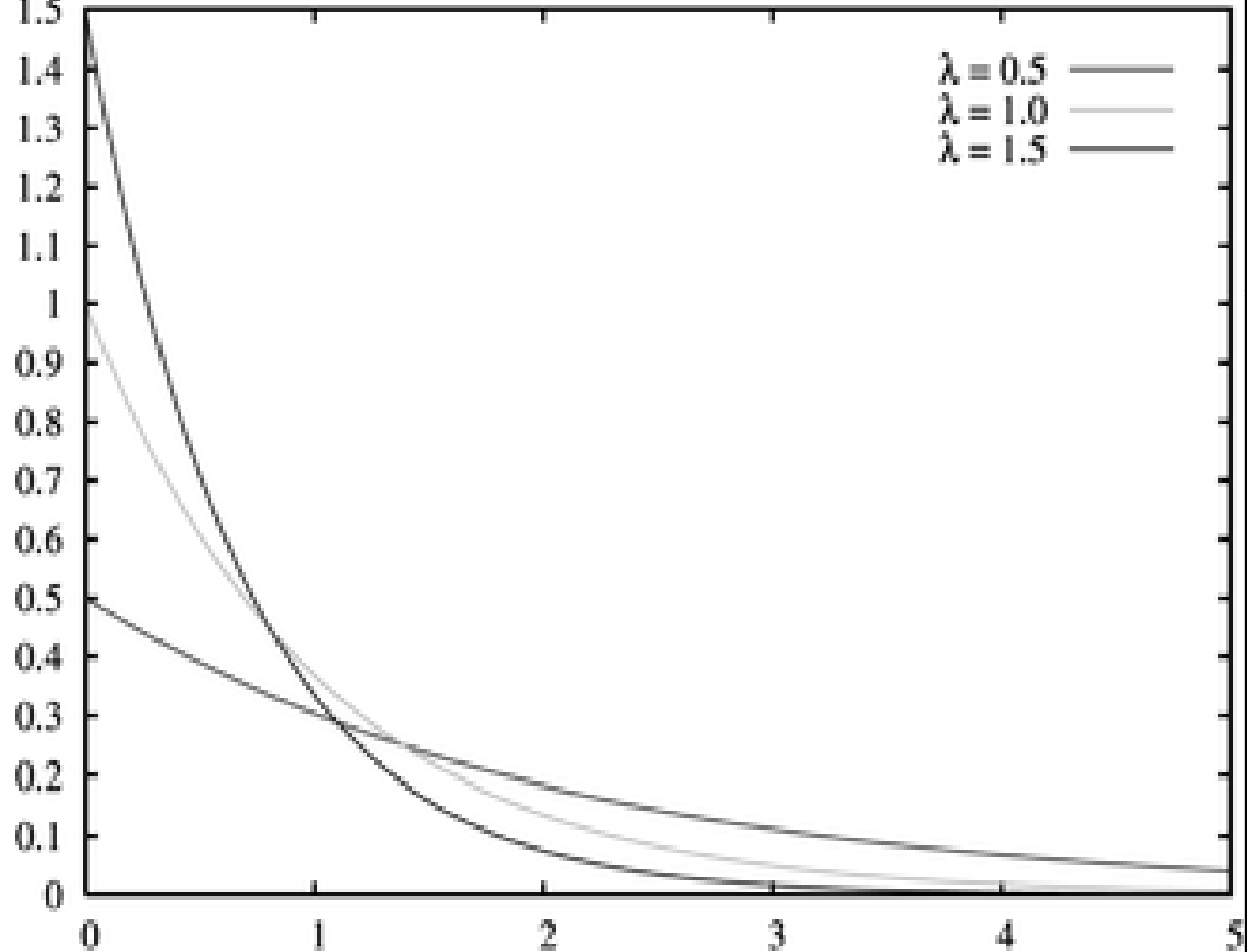
$$f(x) = \begin{cases} 1 - e^{-x/\beta}, & x \geq 0 \\ 0 & , x < 0 \end{cases}$$

- Densitas :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\beta} e^{-x/\beta}, & x \geq 0 \\ 0 & , x < 0 \end{cases}$$

- Parameter :

$$\beta > 0$$



Distribusi Diskrit Uniform- DU(i,j)

- Distribusi :

$$F(x) = \begin{cases} 0 & , x < i \\ \frac{[x] - i + 1}{j - i + 1} & , i \leq x \leq j \\ 1 & , j < x \end{cases}$$

- Massa :

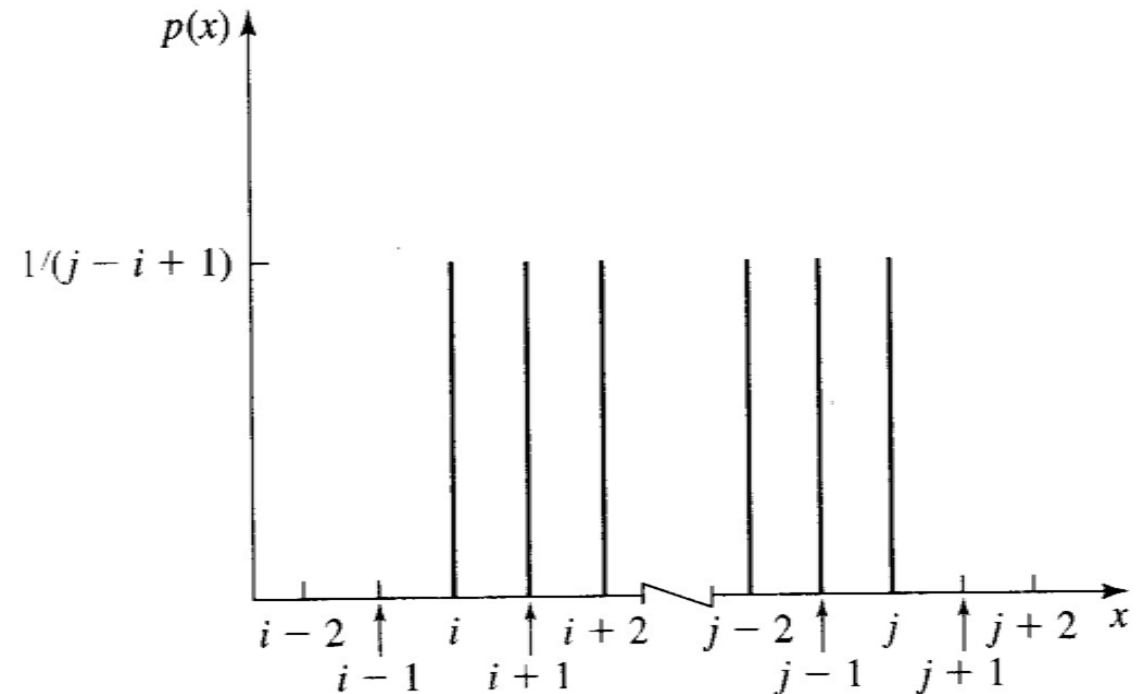
$$p(x) = \begin{cases} \frac{1}{j - i + 1} & , x = i, i + 1, \dots, j \\ 0 & , x \text{ lainnya} \end{cases}$$

- Parameter :

i, j integer ; $i \leq j$

- Mean:

$$\mu_x = \frac{i + j}{2}$$



- Variansi:

$$\sigma_x^2 = \frac{(j - i + 1)^2 - 1}{12}$$

Distribusi Poisson – Poisson(λ)

- Distribusi :

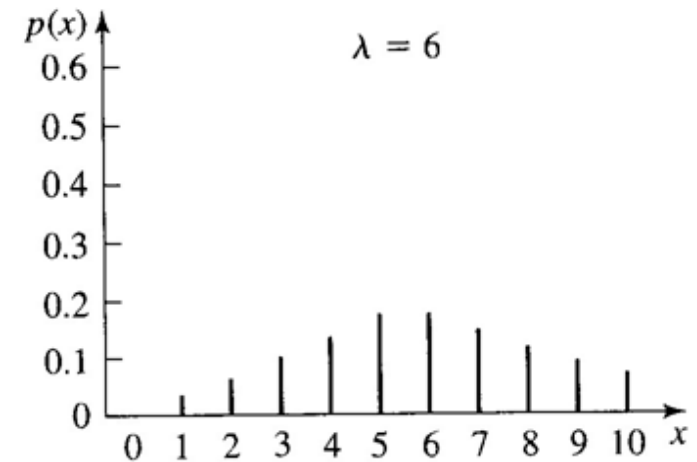
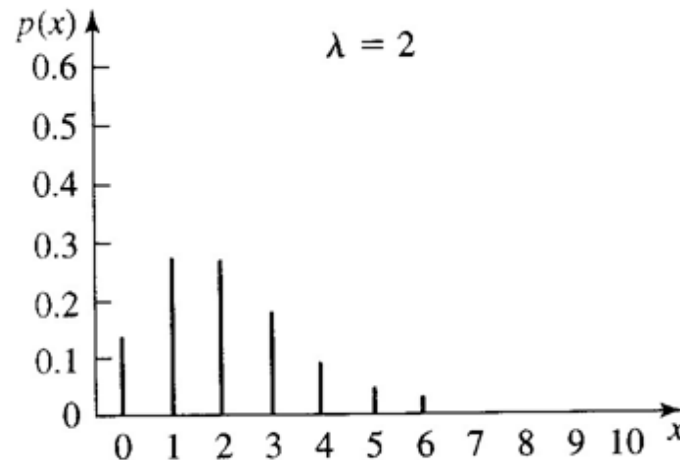
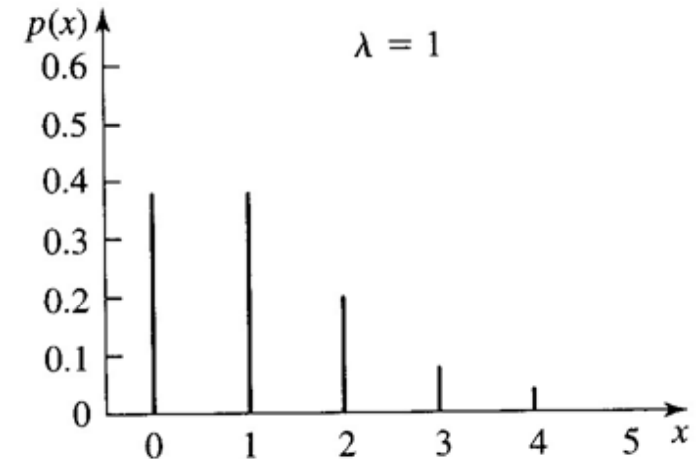
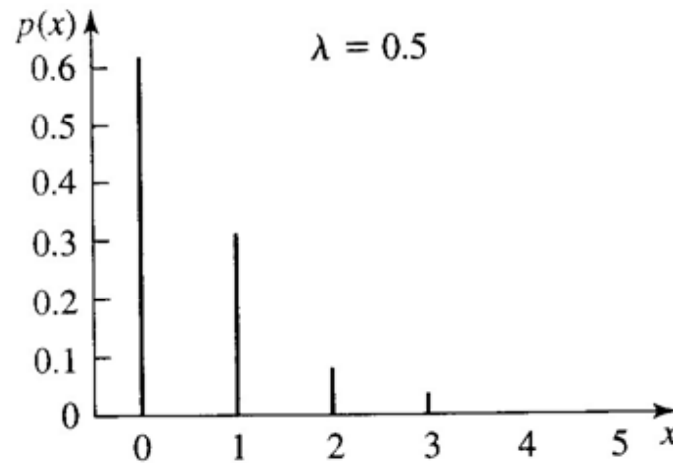
$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ e^{-\lambda} \sum_{i=0}^{\lfloor x \rfloor} \frac{\lambda^i}{i!}, & x \geq 0 \end{cases}$$

- Parameter :

$$\lambda > 0$$

- Massa :

$$p(x) = \begin{cases} \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}, & x = 0, 1, 2, \dots \\ 0, & x \text{ lainnya} \end{cases}$$



Distribusi Binomial- bin(t,p)

- Distribusi :

$$F(x) = \begin{cases} 0 & , x < 0 \\ \sum_{t=0}^{\lfloor x \rfloor} \binom{t}{t} p^t (1-p)^{t-t}, 0 \leq x \leq t \\ 1 & , t < x \end{cases}$$

- Densitas :

$$p(x) = \begin{cases} \binom{t}{x} p^x (1-p)^{t-x}, x = 0, 1, 2, \dots, t \\ 0 & , x \text{ lainnya} \end{cases}$$

dimana $\binom{t}{x} = \frac{t!}{x! (t-x)!}$

- Parameter :

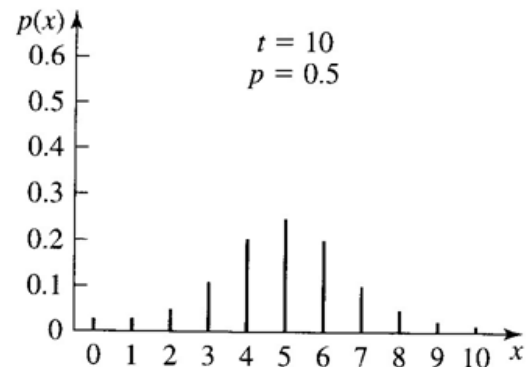
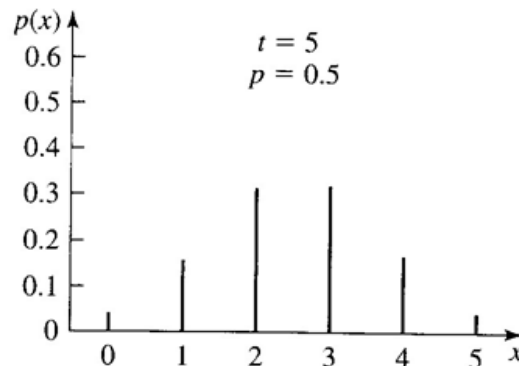
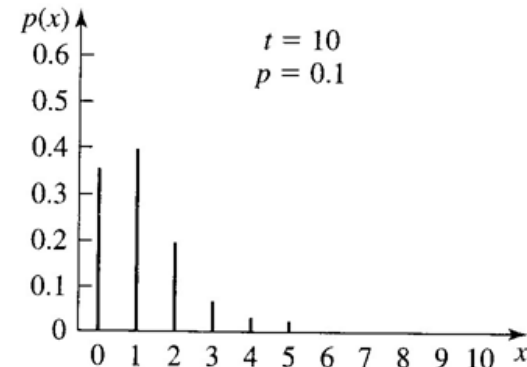
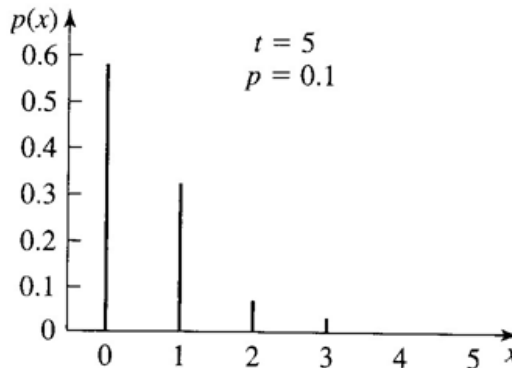
t integer ; t > 0, p ∈ (0,1)

- Mean:

tp

- Variansi:

tp (1-p)



Function	Sample estimate (summary statistic)	or discrete (D)	Comments
Minimum, maximum	$X_{(1)}, X_{(n)}$	C, D	$[X_{(1)}, X_{(n)}]$ is a rough estimate of the range
Mean μ	$\bar{X}(n)$	C, D	Measure of central tendency
Median $x_{0.5}$	$\hat{x}_{0.5}(n) = \begin{cases} X_{((n+1)/2)} & \text{if } n \text{ is odd} \\ [X_{(n/2)} + X_{(n/2+1)}]/2 & \text{if } n \text{ is even} \end{cases}$	C, D	Alternative measure of central tendency
Variance σ^2	$S^2(n)$	C, D	Measure of variability
Coefficient of variation, $cv = \frac{\sqrt{\sigma^2}}{\mu}$	$\hat{cv}(n) = \frac{\sqrt{S^2(n)}}{\bar{X}(n)}$	C	Alternative measure of variability
Lexis ratio, $\tau = \frac{\sigma^2}{\mu}$	$\hat{\tau}(n) = \frac{S^2(n)}{\bar{X}(n)}$	D	Alternative measure of variability
Skewness, $\nu = \frac{E[(X - \mu)^3]}{(\sigma^2)^{3/2}}$	$\hat{\nu}(n) = \frac{\sum_{i=1}^n [X_i - \bar{X}(n)]^3/n}{[S^2(n)]^{3/2}}$	C, D	Measure of symmetry