**MODUL PERKULIAHAN**

**EDISI 1**

**LOGIKA MATEMATIKA**



Penulis :

Nelly Indriani Widiastuti S.Si., M.T.

JURUSAN TEKNIK INFORMATIKA

UNIVERSITAS KOMPUTER INDONESIA

BANDUNG

2011

|  |
| --- |
|  PENGENALAN LOGIKA MATEMATIKA**1** |
| JUMLAH PERTEMUAN : 1 PERTEMUANTUJUAN INSTRUKSIONAL KHUSUS : |

**Materi :**

## **Pendahuluan**

Logika berasal dari kata “Logos”, dalam bahasa Inggris artinya “word” , “speech” atau “what is spoken”, lebih dekat dengan kata “reason” atau “thought”. Sehingga ilmu logika didefinisikan sebagai ilmu pengetahuan yang mempelajari atau berkaitan dengan prinsip-prinsip dari penalaran argumen yang valid.

Logika disebut juga logika simbol karena mempelajari simbolisasi logika secara formal. Karena itu disebut logika formal, logika dipelajari sebagai sistem formal yang menjelaskan rumus-rumus ataupun sekumpulan aturan untuk derivasi. Derivasi dipahami sebagai pembuktian validitas argumen yang kuat dengan didukung kenyataan bahwa kesimpulan yang benar harus diperolah dari premis-premis yang benar.

Logika secara umum berhubungan dengan penalaran deduktif (deductive reasoning) yang hanya secara umum mengambil kesimpulan dari premis-premisnya. Sedangkan penalaran induktif (inductive reasoning), yaitu studi tentang pengambilan kesimpulan umum yang diperoleh dari suatu penelitian atau observasi.

## **ARGUMEN**

Studi logika sebenarnya adalah suatu usaha untuk menentukan kondisi dimana sesuatu diambil dari pernyataan premis-premis untuk memperoleh suatu kesimpulan yang harus mengikuti atau sesuai dengan premis-premis tersebut. Jadi kesimpulan tidak mungkin diambil bukan dari premisnya.

Oleh karena itu, *argumen adalah suatu usaha untuk mencari kebenaran dari suatu pernyataan berupa kesimpulan dengan berdasarkan pada kebenaran dari kumpulan pernyataan yang disebut premis*. Bentuk argumen artinya sekumpulan pernyataan yang terdiri dari premis-premis dan diikuti satu kesimpulan.

*Contoh 1-1*

Semua manusia makan setiap hari -> premis

Beno manusia -> premis

Maka, beno makan setiap hari -> kesimpulan

*Contoh 1-2*

Semua manusia berkaki tiga

Beno adalah manusia

Maka beno berkaki tiga

* Perlu diperhatikan bahwa kebenaran suatu logika dinyatakan valid selama sesuai dengan premis-premisnya, walaupun menimbulkan perdebatan karena tidak sesuai dengan pengalaman pribadi atau kenyataan. Validitas logika dapat dibuktikan dengan cara yang telah diterima keabsahannya.

## **VALIDITAS ARGUMEN**

Validitas argumen adalah premis-premis yang diikuti oleh suatu kesimpulan yang berasal dari premis-premisnya dan bernilai benar. Validitas dapat dibedakan berdasarkan kebenaran dari kesimpulan.

Suatu argumen dinyatakan valid jika kesimpulan benar dan diambil dari premis-premis yang benar dan premis-premis yang benar menghasilkan kesimpulan yang benar.

*Contoh 1-3*

Semua mamalia adalah hewan berkaki empat. ……………premis 1 = salah.

Semua manusia adalah mamalia. ………………………… premis 2 = benar.

Dengan demikian, semua manusia adalah hewan berkaki empat. ……. Kesimpulan = salah, tetapi argumen ini valid, karena kesimpulan diambil dari premis-premis yang ada.

*Contoh 1-4*

Ada jenis makhluk hidup berkaki dua. ………………….. premis 1 = benar.

Semua manusia adalah makhluk hidup. ………………….premis 2 = benar.

Dengan demikian, semua manusia berkaki dua. …………kesimpulan = benar, tetapi argumen ini tidak valid, karena kesimpulan tidak didapat dari premis-premis yang ada. (antara premis dan kesimpulan tidak ada hubungannya ).

 Dapat disimpulkan bahwa logika hanya mempermasalahkan bentuk dari argumen, bukan isi argumen.

***Validitas yang logis*** *adalah hubungan antara premis-premis dengan kesimpulan yang memastikan bahwa jika premis-premis benar, maka harus diikuti dengan kesimpulan yang benar, yang diperoleh dengan menggunakan aturan-aturan logika. Kesimpulan juga harus berasal dari premis-premisnya.*

***Contoh 1-5***

**Semua mahasiswa rajin belajar**

**Beno seorang mahasiswa**

**Dengan demikian, dina rajin belajar.**

**Argumen pada contoh 1-5 bukan argumen yang kuat secara logis, karena kesimpulan tidak ada hubungannya dengan premis-premisnya. Hal ini tidak memperhatikan kebenaran premis-premisnya maupun kesimpulan.**

***Argumen logis disebut kuat secara logis****, jika dan hanya jika argumennya valid dan semua premis-premisnya bernilai benar.*

*Contoh 1-6*

Semua makhluk hidup dapat terbang

Gajah adalah makhluk hidup

Dengan demikian, gajah dapat terbang.

Argumen dikatakan valid, tetapi validitasnya **tidak kuat (*not sound*)**. Karena premis pertama salah, walaupun bisa disebut valid, tetapi validitasnya tidak kuat. Jadi suatu argumen logis dapat dikatakan argumen yang **kuat (sound argument**) jika dan hanya jika memenuhi dua syarat berikut :

1. Argumen valid
2. Semua premis-premisnya benar
	1. **JENIS LOGIKA**

Berdasarkan bentuknya logika dibagi menjadi logika klasik, logika modern dan logika banyak nilai.

1. Logika Klasik

Logika klasik pertama kali diperkenalkan oleh Aristoteles (384-322 SM), filsuf dan ahli sains dari Yunani, seorang murid dari Ajademi Plato, sehingga logika yang diperkenalkannya disebut Logika Aristoteles.

Aristoteles mengembangkan suatu aturan-aturan untuk penalaran silogistik yang benar. Menurutnya, suatu silogisme adalah suatu argumen yang terbentuk dari pernyataan-pernyataan dengan salah satu atau keempat bentuk berikut :

1. Semua A adalah B (Universal Affirmative).
2. Tidak A adalah B (Universal Negative).
3. Beberapa A adalah B (Particular Affirmative).
4. Beberapa A adalah tidak B (Particular Negative).

Suatu silogisme yang berbentuk sempurna disebut *well-formed syllogism* jika ia memiliki dua buah premis dan satu kesimpulan, di mana setiap premis memiliki satu pokok (term) bersama dengan kesimpulan dan satu lagi pokok bersama dengan premis lainnya.

1. Logika Modern

Logika Modern atau Logika Simbolik dikembangkan dari logika Aristoteles oleh Augustus De Morgan (1806-1971) dan George Boole (1815-1864).

Logika ini membahas argumen-argumen yang memungkinkan sesuatu dapat dimasukkan ke dalam bentuk yang lebih luas daripada hanya bentuk silogistik. Logika ini juga mengenalkan simbol-simbol untuk kalimat yang lengkap dan perangkai-perangkai yang akan merangkainya, misalnya “and”, “or”, “if…then….” dll.

Logika klasik dan logika modern termasuk dalam logika deduktif, di mana premis-premis dari suatu argumen yang valid harus memiliki kesimpulan, atau kebenaran suatu kesimpulan harus mengikuti premis-premisnya.

Dalam bentuk biasa, semua *well-formed sentences* di dalam logika modern memiliki satu nilai saja dari dua nilai berikut, yaitu benar (true=1) atau salah (false=0).

Logika modern dijadikan dasar pembuatan aljabar Boole yang dikembangkan oleh George Boole dan menjadi dasar teori tentang pengembangan komputer digital.

Suatu *well-formed sentences* akan diformulasikan dalam bentuk suatu rumus sehingga dinamakan ***well-formed formulae* (wff)**. WFF berbentuk suatu ekspresi logika atau bentuk logika yang menggunakan tanda kurung biasa yang tepat dan sempurna sehingga disebut ***fully parenthized expression* (fpe)** dan setiap pernyataan di dalamnya hanya memiliki satu nilai 0 atau 1.

Logika matematika yang menangani masalah WFF yang hanya memiliki nilai benar atau salah adalah :

1. **Logika Proposisional**. Fokus utama logika ini pada pernyataan-pernyataan yang dapat digolongkan dalam pengertian proposisi-proposisi.
2. **Logika Predikat**. Pernyataan-pernyataan yang tidak dapat digolongkan sebagai proposisi, dan tidak dapat diproses dengan logika proposisional akan ditangani logika predikat yang memfokuskan diri pada predikat yang selalu menyertai suatu pernyataan dalam bentuk kalimat.
3. Logika Banyak Nilai

Perkembangan logika saat ini telah mampu mengembangkan logika banyak nilai, ada nilai antara benar dan salah, antara 1 dan 0, disebut logika fuzzy ( logika kabur ).

* 1. **PROPOSISI**

Proposisi adalah pernyataan-pernyataan yang berada pada suatu argumen, pernyataan tersebut memiliki properti nilai, yaitu benar atau salah saja. Untuk mengenali proposisi dapat dilakukan dengan menjawab pertanyaan “Apakah pernyataan itu benar atau salah?

*Contoh 2-3*

Angka 13 adalah angka sial

Warna merah berarti bahagia

Beno, kerjakan tugas itu!

Dian, apa yang sedang kau lakukan?

Perlu diperhatikan bahwa suatu proposisi tidak dapat diganti dengan proposisi lain yang artinya sama.

*Contoh 2-4*

Bedu tidak lapar

Bedu kenyang

Kesimpulannya, proposisi tidak dapat ditafsirkan. Kata lapar pada contoh 2-4 tidak berarti kenyang. Tidak P tidak boleh diganti dengan Q walaupun artinya sama.

Nilai benar dan salah dalam proposisi dapat diganti dengan 1 untuk benar dan 0 untuk salah. Kombinasi 0 dan 1 menghasilkan dunia digital dengan aturan tertentu, misalnya ASCII (American Standard Code for Information Interchange) dan atau EBCDIC (Extended Binary Coded Decimal Interchange Code).

Nilai benar dan salah pada kenyataannya tidak dapat dinyatakan dengan 1 atau 0, hitam atau putih, benar atau salah secara mutlak. Ada klasifikasi benar, cukup benar, salah, atau sangat salah. Hal ini tidak dapat ditangani dengan logika proposisi, akan tetapi dengan logika Fuzzy.

Pemberian nilai pada suatu proposisi yang diwakili oleh huruf P,Q, atau R, adalah T untuk True dan F untuk False. P, Q, atau R disebut variabel proposisi. Sedangkan nilai T atau F adalah konstanta proposisi.

Variabel proposisi dan konstanta proposisi adalah proposisi atomik, atau proposisi yang tidak dapat dipecah-pecah.

* 1. **LATIHAN**

SOAL 1

Manakah kalimat-kalimat dibawah ini yang merupakan proposisi ? tentukan nilai kebenarannya T atau F.

1. Bandung adalah ibukota provinsi Jawa Barat
2. 2 + 5 = 8
3. X – 3 = 11
4. Jawablah pertanyaan berikut!
5. X +y = y + x untuk x dan y bilangan real
6. Jam berapakah sekarang ?
7. X + 4 = 6 jika x = 3
8. X + y = y + z untuk x = z
9. Biru adalah warna kesukaan orang Bandung

SOAL 2

Ubah proposisi dibawah ini menjadi negasinya.

1. Hari ini hari Minggu
2. Tidak ada musim salju di Indonesia
3. Musim hujan turun sepanjang tahun
4. 3 + 6 = 7
5. 7 – x = 10