**MODUL PERKULIAHAN**

**EDISI 1**

**LOGIKA MATEMATIKA**



Penulis :

Nelly Indriani Widiastuti S.Si., M.T.

JURUSAN TEKNIK INFORMATIKA

UNIVERSITAS KOMPUTER INDONESIA

BANDUNG

2011

|  |
| --- |
|  PROPOSISI MAJEMUK**2** |
| JUMLAH PERTEMUAN : 1 PERTEMUANTUJUAN INSTRUKSIONAL KHUSUS : |

**Materi :**

## **Pendahuluan**

Perangkai logika digunakan untuk mengkombinasikan proposisi atomik menjadi proposisi majemuk. Untuk menghindari ketidakjelasan, proposisi yang diberi tanda kurung akan dikerjakan terlebih dahulu. Proposisi yang diberi tanda kurung disebut fully parenthesized expression (fpe).

Selain penggabungan proposisi atomik menjadi proposisi majemuk, terdapat teknik pemecahan proposisi majemuk menjadi subekspresi-subekspresi. Teknik ini disebut Parsing. Yang harus diperhatikan adalah proposisi majemuk tidak selalu memiliki tanda kurung, sehingga harus ditentukan urutan pengerjaan dan diperlukan ketentuan yang mengatur pengurutan tersebut.

## **EKSPRESI LOGIKA**

Ekspresi logika adalah proposisi yang dibangun dengan variabel logika yang berasal dari pernyataan atau argumen.

Variabel logika berupa huruf tertentu yang dirangkai dengan perangkai logika, disebut ekspresi logika.

**Definisi** : proposisi atomik berisi satu variabel proposisi atau satu konstanta proposisi.

**Definisi** : proposisi majemuk berisi minimum satu perangkai, dengan lebih dari satu variabel proposisi.

Contoh 1

Jika Dewi rajin belajar, maka ia lulus ujian dan ia mendapat hadiah istimewa.

Variabel proposisinya :

P = Dewi rajin belajar

Q = Dewi lulus ujian

R = Dewi mendapat hadiah istimewa

Ekspresi logika :

$$(P\rightarrow Q)⋀R) atau (P\rightarrow (Q⋀R)) $$

Kedua kemungkinan tersebut akan menghasilkan nilai kebenaran yang berbeda.

Untuk contoh 4-1 yang benar adalah ekspresi logika yang kedua, karena “Dewi lulus ujian dan Dewi mendapat hadiah istimewa” merupakan akibat dari “Dewi rajin belajar”.

## **SKEMA**

Skema (schemas) merupakan suatu cara untuk mensederhanakan proposisi majemuk yang rumit dengan mengganti suatu subekspresi dengan huruf tertentu.

Definisi : semua ekspresi yang berisi identifikator-identifikator yang menunjukkan adanya suatu ekspresi logika disebut skema.

Contoh 2

A = ($P⋀Q$) dan B = ($P∨Q$), maka ($A\rightarrow B$) = $(\left(P⋀Q\right)\rightarrow \left(P⋁Q\right))$

Jadi perhatikan hal berikut :

1. Ekspresi apa saja berbentuk $(\~P)$ disebut negasi
2. Ekspresi apa saja berbentuk $(P⋀Q)$ disebut konjungsi.
3. Ekspresi apa saja berbentuk $(P⋁Q)$ disebut disjungsi
4. Ekspresi apa saja berbentuk $(P\rightarrow Q)$ disebut implikasi (conditional)
5. Ekspresi apa saja berbentuk $(P\leftrightarrow Q)$ disebut biimplikasi (biconditional)

Perhatikan aturan berikut :

1. Semua ekspresi atomik adalah fpe.
2. Jika A adalah fpe, maka $(\~A)$ juga
3. Jika A dan B adalah fpe, maka juga $(A⋀B)$, $(A⋁B)$, $(A\rightarrow B)$, dan $(A\leftrightarrow B)$
4. Tidak ada fpe lainnya.

Ekspresi logika tersebut adalah well formed formulae (wff). Wff adalah fpe, demikian juga sebaliknya. Jika suatu ekspresi logika $(\~A)$, maka disebut skop negasi dengan perangkai utama ~. Contoh 4-2 digambarkan dengan skema berikut :

$(P\rightarrow Q)$

Skop kiri

Skop kanan

Perangkai utama

$$(\left(P⋀Q\right) \rightarrow \left(P⋁Q\right))$$

* 1. **ANALISA PROPOSISI MAJEMUK**

Analisa proposisi majemuk adalah cara membuat suatu proposisi majemuk dari suatu pernyataan yang cukup panjang.

Contoh 3

1. Jika Dewi lulus sarjana teknik informatika, orangtuanya akan senang dan dia dapat segera bekerja, tetapi jika dia tidak lulus, semua udahanya akan sia-sia.

 Proposisi diatas berbentuk konjungsi. Dengan skop kri dan skop kanan sebagai berikut :

[1.1] Jika Dewi lulus sarjana teknik informatika, orangtuanya akan senang dan dia dapat segera bekerja.

[1.2] jika dia tidak lulus, semua udahanya akan sia-sia.

Kalimat [1.1] masih dapat dipecah menjadi seperti berikut.

[1.1.1] Jika Dewi lulus sarjana teknik informatika.

[1.1.2] Orangtuanya akan senang dan dia dapat segera bekerja.

Kalimat [1.1.2] dipecah menjadi skop kiri dan skop kanan sebagai berikut,

[1.1.2.1] Orangtuanya akan senang.

[1.1.2.2] dia dapat segera bekerja.

Kalimat [1.2] dipecah menjadi ,

[1.2.1] Dia tidak lulus.

[1.2.1] Semua usahanya akan sia-sia.

Teknik pemisahan kalimat menjadi proposisi-proposisi atomik disebut teknik Parsing, hasilnya dapat dilihat dalam bentuk Parse Tree.

Untuk mengubah parse tree menjadi ekspresi logika yang berbentuk proposisi majemuk adalah dengan menjadi fpe berikut :

P = Dewi lulus sarjana teknik informatika

Q = Orangtua Dewi senang

R = Dewi bekerja

S = Usaha Dewi sia-sia

Proposisi majemunya dalam fpe sebagai berikut :

$$(P\rightarrow \left(Q⋀R\right))⋀((\~P)\rightarrow S)$$

Jika ekspresi logika diatas adalah M, maka M sebenarnya dapat dianggap subekspresi dari M sehingga disebut improper subexpressions, sedangkan subekspresi lainnya disebut proper subexpressions dari M.

Salah satu bentuk yang paling banyak dibahas dari ekspresi logika adalah literal.

Definisi : Literal adalah proposisi yang dapat berbentuk A atau ~A, dengan A adalah variabel proposisional. Kedua ekspresi tersebut yaitu : A dan ~A disebut literal yang komplemen atau saling melengkapi (complementary literal).

* 1. **ATURAN PENGURUTAN**

Aturan Pengurutan (Precedence rules) digunakan untuk memastikan proses pengerjaan subekspresi.

Selain itu terdapat aturan tambahan yaitu “Jika menjumpai lebih satu perangkai pada kierarki yang sama, maka akan dikerjakan mulai dari yang kiri”.

Berikut ini adalah tabel hierarki perangkai.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Hierarki ke** | **Simbol perangkai** | **Nama perangkai** |
| 1 | ~ | Negasi  |
| 2 | $$⋀$$ | Konjungsi  |
| 3 | $$⋁$$ | Disjungsi |
| 4 | $$\rightarrow $$ | Implikasi  |
| 5 | $$\leftrightarrow $$ | Biimplikasi  |

Contoh 4

1. $(\~P∧Q)$,harus dibaca $((\~P)∧Q)$, bukan $(\~(P∧Q))$.
2. $P∧Q∨R$, harus dibaca $((P∧Q)∨R)$, bukan $(P∧(Q∨R))$
	1. **LATIHAN**

Soal 1

Dari pernyataan-pernyataan berikut, tentukan mana yang merupakan proposisi atomik dan yang berupa proposisi majemuk.

1. Setiap orang Indonesia mencintai bangsanya.
2. Bedu anak pandai, demikian juga Dian
3. Bedu dan Dian sama-sama anak pandai
4. Bedu anak pandai dan rajin menabung
5. Dian anak pandai atau rajin menabung

Soal 2

Ubah pernyataan-pernyataan berikut menjadi ekspresi logika berupa proposisi majemuk

1. Jika tikus itu waspada dan bergerak cepat, maka kucing atau anjing itu tidak mampu menangkapnya.
2. Jika saya keliru, Dewi sudah diwisuda dan pacarnya atau orangtuanya berada disampingnya.
3. Bowo membeli saham dan membeli properti untuk investasinya atau dia dapat menanamkan uang di deposito bank dan menerima bunga uang.

Soal 3

Masukan tanda kurung ke dalam ekspresi logika berikut agar tidak terjadi ambiguitas

1. $P∧Q∧R\rightarrow S$
2. $P∨Q∨R\leftrightarrow \~S$
3. $\~P∧Q\rightarrow \~R∨S$
4. $P\rightarrow Q\leftrightarrow \~R\rightarrow \~S$
5. $P∨Q∧R\rightarrow P∧Q∨R$

Soal 3

Jika nilai P dan Q adalah T, sedangkan R dan S adalah F, carilah nilai kebenaran dari ekspresi-ekspresi logika berikut :

1. $P∧(Q∨R)$
2. $(P∨Q)∧R$
3. $\left(\left(P∨Q\right)∧R\right)∨\~(\left(P∨Q\right)∧\left(Q∨S\right))$
4. $\left(\~\left(P∧Q\right)∨\~R\right)∨(\left(\left(\~P∧Q\right)∨\~S\right))∧R$
5. $(P\leftrightarrow R)∧(\~Q\rightarrow S)$