**MODUL PERKULIAHAN**

**EDISI 1**

**LOGIKA MATEMATIKA**



Penulis :

Nelly Indriani Widiastuti S.Si., M.T.

JURUSAN TEKNIK INFORMATIKA

UNIVERSITAS KOMPUTER INDONESIA

BANDUNG

2011

|  |
| --- |
|  PENYEDERHANAAN**7** |
| JUMLAH PERTEMUAN : 1 PERTEMUANTUJUAN INSTRUKSIONAL KHUSUS : |

**Materi :**

## **PENDAHULUAN**

Penyederhanaan adalah proses mengubah bentuk ekspresi-ekspresi logika menjadi lebih sederhana, dengan menggunakan hukum-hukum ekivalensi dalam logika. Tujuan dari penyederhanaan ini adalah kemudahan dalam mengoperasikan atau menentukan ekivalensinya dengan ekspresi logika yang lain.

## **OPERASI PENYEDERHANAAN**

Operasi penyederhanaan adalah langkah mengubah persamaan logika dengan menggunakan hukum-hukum logika pada operasi logika. Penyederhanaan logika menggunakan tabel pada bagian Ekuivalen Logis.

Contoh 1.

$\left(A∨0\right)∧\left(A∨\~A\right)$ Zero of V

$=A∧\left(A∨\~A\right)$ Tautologi

$=A∧1$ Identity of $∧$

$$=A$$

Contoh 2.

$\left(A∧\~B\right)∨\left(A∧B∧C\right)$

$≡\left(A∧\~B\right)∨\left(A∧\left(B∧C\right)\right)$ Tambah Kurung

$≡A∧\left(\~B∨\left(B∧C\right)\right)$ Distributif

$≡A∧\left(\left(\~B∨B\right)∧\left(\~B∨C\right)\right)$ Distributif

$≡A∧\left(1∧\left(\~B∨B\right)∧\left(\~B∨C\right)\right)$ Tautologi

$≡A∧(\~B∨C)$ Identity of $∧$

Penyederhanaan juga dapat digunakan untuk membuktikan ekuivalen atau kesamaan secara logis.

Contoh 3.

Buktikan : $\left(A\rightarrow B\right)∧\left(B\rightarrow A\right)≡\left(A∧B\right)∨(\~A∧\~B)$

$$\left(A\rightarrow B\right)∧\left(B\rightarrow A\right)$$

$$≡\left(\~A∨B\right)∧\left(\~B∨A\right)$$

$$≡\left(B∨\~A\right)∧\left(A∨\~B\right)$$

$$≡\left(A∨\~B\right)∧\left(B∨\~A\right)$$

$$≡\left(\left(A∨\~B\right)∧B\right)∨\left(\left(A∨\~B\right)∧\~A\right)$$

$$≡\left(\left(A∧B\right)∨\left(\~B∧B\right)\right)∨\left(\left(A∧\~A\right)∨\left(\~B∧\~A\right)\right)$$

$$≡\left(\left(A∧B\right)∨0\right)∨\left(0∨\left(\~B∧\~A\right)\right)$$

$$≡\left(A∧B\right)∨\left(\~B∧\~A\right)$$

$$≡ \left(A∧B\right)∨\left(\~A∧\~B\right)$$

Untuk membuat penyederhanaan, pertama kali harus dihilangkan adalah $\rightarrow dan\leftrightarrow $ dan menjadikan kombinasi dari $∧$ , $∨$, dan ~. Beberapa contoh kesamaan logis.

$$A\rightarrow B≡\left(\~A∧B\right)$$

$A\leftrightarrow B≡$ $\left(\~A∨B\right)∧\left(\~B∨A\right)$

 $≡\left(A∧B\right)∨(\~A∧\~B)$

Operasi penyederhanaan dengan menggunakan hukum-hukum logika dapat digunakan untuk membuktikan ekspresi logika tautologi jika hasil akhirnya 1, kontradiksi jika hasilnya 0, dan jika tidak 0 ataupun 1 maka contigent.

##  **MENGHILANGKAN PERANGKAI** $\rightarrow DAN\leftrightarrow $

Pada operasi penyederhanaan, implikasi dan biimplikasi dapat digantikan oleh perangkai dasar ~, $∨$, $∧$.

Contoh 4.

 $A\leftrightarrow B≡\left(A\rightarrow B\right)∧\left(B\rightarrow A\right)$

$$≡\left(\~A∨B\right)∧\left(\~B∨A\right)$$

$$≡\left(\~A∨B\right)∧\left(A\~B\right)$$

##  **PERANGKAI DASAR**

Perangkai dasar disebut juga dengan perangkai cukup. Ketiga perangkai tersebut membentuk gates yang menjadi dasar sistem digital. Perangkai cukup menunjukkan bahwa perangkai $∧$ dapat diganti dengan ~ dan $∨$, sedangkan perangkai $∨$ dapat digantikan oleh ~ dan $∧$.

Contoh 5.

~(A$∧\~A) $

$$≡\~A∨\~\~A)$$

$$≡\~A∨A$$

## **LATIHAN**

Soal 1

Sederhanakan bentuk-bentuk logika berikut menjadi bentuk paling sederhana

1. A$∧\left(\~A\rightarrow A\right)$
2. ~(~A$∧(B∨\~B))$
3. $\~A\rightarrow \~\left(A\rightarrow \~B\right)$

Soal 2

Hilangkan tanda $\rightarrow $ dan $\leftrightarrow $ dari ekspresi logika berikut dan sederhanakan lagi jika memungkinkan

1. $\left( \~A\rightarrow \~B\right)$
2. $\left(A\rightarrow B\right)∧\left(B\rightarrow C\right)$
3. $\left(A\rightarrow B\right)\leftrightarrow ((A∧B)\leftrightarrow B)$

Soal 3

Buktikan bahwa hukum-hukum logika berikut ini adalah tautologi

1. Silogisme hipotesis
2. Silogisme disjungtif
3. Modus ponens
4. Modus tollens