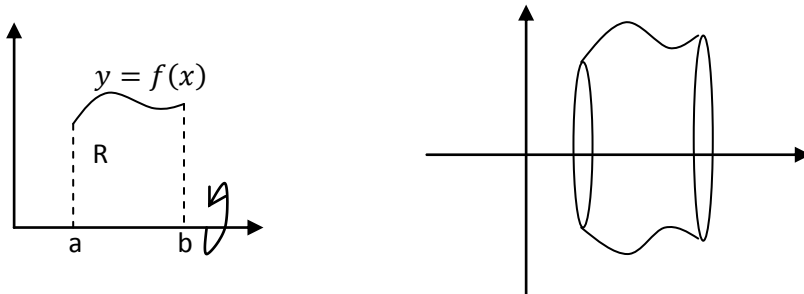


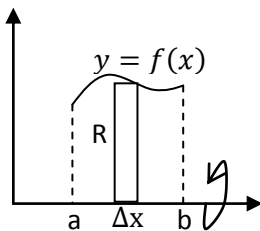
A. Menghitung Benda Putar

Metode Cakram

1. Daerah $R = \{(x, y) | a \leq x \leq b, 0 \leq y \leq f(x)\}$ diputar terhadap sumbu x. Berapa volume benda tersebut?



Untuk menghitung volume benda putar gunakan pendekatan iris, hampiri, jumlahkan, dan ambil limitnya.

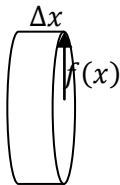


Jika irisan berbentuk persegi panjang dengan tinggi $f(x)$ dan alas Δx diputar terhadap sumbu x akan diperoleh suatu cakram lingkaran dengan tebal Δx dan jari-jari $f(x)$. sehingga

$$\Delta V \approx \pi f^2(x) \Delta x$$

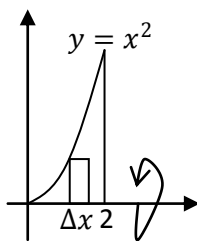
Volume benda putar dihamiri oleh jumlah volume cakram. Dengan mengambil limitnya diperoleh

$$V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$$



Contoh: Tentukan volume benda putar yang terjadi jika daerah R yang dibatasi oleh $y = x^2$, sumbu x, dan garis $x = 2$ diputar terhadap sumbu x.

Jawab:



Jika irisan diputar terhadap sumbu x akan diperoleh cakram dengan jari-jari x^2 dan tebal Δx .

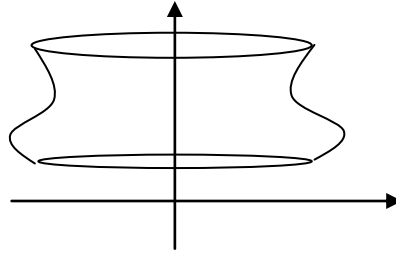
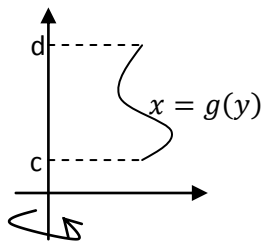
Sehingga

$$\Delta V \approx \pi(x^2)^2 \Delta x = \pi x^4 \Delta x$$

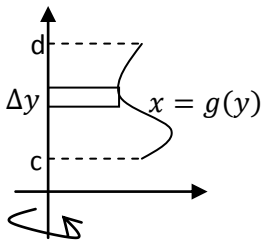
Volume benda putar

$$V = \pi \int_0^2 x^4 dx = \frac{\pi}{5} x^5 \Big|_0^2 = \frac{32\pi}{5}$$

2. Daerah $R = \{(x, y) | c \leq y \leq d, 0 \leq x \leq g(x)\}$ diputar terhadap sumbu y?



Untuk menghitung volume benda putar gunakan pendekatan iris, hampiri, jumlahkan, dan ambil limitnya.



Jika irisan berbentuk persegi panjang dengan tinggi $g(y)$ dan alas Δy diputar terhadap sumbu y akan diperoleh suatu cakram lingkaran dengan tebal Δy dan jari-jari $g(y)$. Sehingga

$$\Delta V \approx \pi g^2(y) \Delta y$$

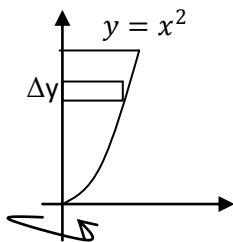
Volume benda putar dihampiri oleh jumlah volume cakram. Dengan mengambil limitnya diperoleh

$$V = \pi \int_c^d g^2(y) dy$$



Contoh: Tentukan volume benda putar yang terjadi jika daerah yang dibatasi oleh $y = x^2$ dan garis $y = 4$, sumbu y diputar terhadap sumbu y .

Jawab:



Jika irisan dengan tinggi \sqrt{y} dan tebal Δy diputar terhadap sumbu y akan diperoleh cakram dengan jari-jari \sqrt{y} dan tebal Δy . Sehingga

$$\Delta V \approx \pi (\sqrt{y})^2 \Delta y = \pi y \Delta y$$

Volume benda putar

$$V = \pi \int_0^4 y dy = \frac{\pi}{2} y^2 \Big|_0^4 = 8\pi$$