|  |
| --- |
| **2** |
|  **PERSAMAAN DAN PERTIDAKSAMAAN**JUMLAH PERTEMUAN : 1 PERTEMUANTUJUAN INSTRUKSIONAL KHUSUS :Mendeskripsikan konsep dasar persamaan dan pertidaksamaan  |

**Materi :**

* 1. **Pendahuluan**

Kalimat matematika ada 2, yaitu:

1. Kalimat matematika terbuka, adalah kalimat yang belum pasti kebenarannya

Contoh: $2x+5=8$

1. Kalimat matematika tertutup, adalah kalimat yang sudah pasti kebenarannya

Contoh: $4=2+2$

Persamaan adalah kalimat matematika terbuka yang memiliki relasi “sama dengan” atau “=”. Sedangkan Pertidaksamaan adalah kalimat matematika terbuka yang memiliki relasi , “$<, >, \leq , \geq $”.

* 1. **Selang**

Himpunan bilangan real dapat digambarkan suatu garis yang disebut **garis bilangan**. **Selang** merupakan himpunan bagian dari garis bilangan.

Selang dibagi menjadi dua:

1. **Selang terbuka**, $a<x<b$, himpunan titik yang terdiri dari semua bilangan antara a dan b, tidak termasuk titik ujung a dan b. Lambang penulisan $\left(a,b\right)$
2. **Selang tertutup**, $a\leq x\leq b$, himpunan titik yang terdiri dari semua bilangan antara a dan b yang mencakup titik-titik ujungnya. Lambang penulisan $\left[a,b\right]$.

Beberapa cara penulisan selang

Tabel 2.1 Cara Penulisan Selang

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Penulisan Himpunan** | **Penulisan Selang** | **Grafik** |
| $$\left\{a<x<b\right\}$$ | $$\left(a,b\right)$$ | ab |
| $$\left\{a\leq x\leq b\right\}$$ | $$\left[a,b\right]$$ | ab |
| $$\left\{a\leq x<b\right\}$$ | $$\left[a,b)\right.$$ | ab |
| $$\left\{a<x\leq b\right\}$$ | $$\left(a,b]\right.$$ | ab |
| $$\left\{x\leq b\right\}$$ | $$\left(-\infty ,b]\right.$$ | b |
| $$\left\{x<b\right\}$$ | $$\left(-\infty ,b\right)$$ | b |
| $$\left\{x\geq a\right\}$$ | $$\left[a,\infty )\right.$$ | a |
| $$\left\{x>a\right\}$$ | $$\left(a,\infty \right)$$ | a |
| $$R$$ | $$\left(-\infty ,\infty \right)$$ |  |

* 1. **Pertidaksamaan**

Bentuk umum pertidaksamaan:

$$\frac{f\left(x\right)}{g\left(x\right)}<\frac{h\left(x\right)}{k\left(x\right)}$$

Dengan $g\left(x\right)$ dan $h\left(x\right)$ tidak sama dengan nol dan $f\left(x\right), g\left(x\right), h\left(x\right), dan k\left(x\right)$.

Tanda < dapat diganti menjadi $>, \leq , \geq $

**Himpunan penyelesaian (HP)** adalah semua himpunan bilangan real $x$ yang memenuhi pertidaksamaan.

Cara menentukan himpunan penyelesaian:

1. Buat ruas kanan pertidaksamaan menjadi nol, $\frac{f\left(x\right)}{g\left(x\right)}-\frac{h\left(x\right)}{k\left(x\right)}<0 $
2. Samakan penyebutnya, $\frac{A\left(x\right)}{B\left(x\right)}<0$
3. Tentukan faktor linier dari pembilang dan penyebut
4. Cari pembuat nolnya dari masing-masing faktor linier, lalu gambarkan dalam garis bilangan
5. Pilih titik-titik uji untuk menentukan tanda (+ atau -) dalam garis bilangan.

**Contoh:**

Tentukan himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan: $\frac{1}{3x-2}\leq 4$

**Jawab:**

$$\frac{1}{3x-2}-4\leq 0$$

$$\frac{1}{3x-2}-\frac{4\left(3x-2\right)}{3x-2}\leq 0$$

$$\frac{1-12x+8}{3x-2}\leq 0$$

$$\frac{9-12x}{3x-2}\leq 0$$

Pembuat nol: $9-12x=0\leftrightarrow x=\frac{9}{12}$ dan $3x-2=0\leftrightarrow x=\frac{2}{3}$

$$\frac{9}{12}$$

$$\frac{2}{3}$$

--

--

++

Maka HP = $\left(-\infty ,\frac{2}{3}\right)∪\left[\frac{9}{12},\infty )\right.$ atau $\left\{x<\frac{2}{3} atau x\geq \frac{9}{12}\right\}$

* 1. **Nilai Mutlak, Akar Kuadrat, dan Kuadrat**
		1. **Nilai mutlak**

Nilai mutlak adalah suatu bilangan real x dinyatakan oleh $\left|x\right|$, didefinisikan sebagai

$$\left|x\right|=\left\{\begin{array}{c}x,x\geq 0\\-x,x<0\end{array}\right.$$

**Contoh:**

$\left|10\right|=10$

$\left|-3\right|=-\left(-3\right)=3$

Sifat-sifat harga mutlak:

1. $\left|a.b\right|=\left|a\right|\left|b\right|$
2. $\left|\frac{a}{b}\right|=\frac{\left|a\right|}{\left|b\right|}$
3. $\left|a+b\right|\leq \left|a\right|+\left|b\right|$ (ketaksamaan segitiga)
4. $\left|a-b\right|\geq \left|\left|a\right|-\left|b\right|\right|$

**Ketaksamaan yang menyangkut nilai mutlak Jika** $a\geq 0$ **maka**

$$\left|x\right|<a\leftrightarrow -a<x<a$$

$$\left|x\right|>a\leftrightarrow x<-a atau x>a$$

**Contoh:**

Tentukan himpunan penyelesaian dari ketaksamaan: $\left|\frac{x}{2}+7\right|\geq 2$

**Jawab:**

karena pada soal tanda pertidaksamaan $\geq $ maka ketaksamaan di atas menjadi

$\frac{x}{2}+7\leq -2$ atau $\frac{x}{2}+7\geq 2$

Maka untuk menentukan himpunan penyelesaiannya adalah dengan menyelesaikan kedua pertidaksamaan tersebut.

1. $\frac{x}{2}+7+2\leq 0\leftrightarrow \frac{x+18}{2}\leq 0\leftrightarrow x+18\leq 0\leftrightarrow x\leq -18$
2. $\frac{x}{2}+7-2\geq 0\leftrightarrow \frac{x+10}{2}\geq 0\leftrightarrow x+10\geq 0\leftrightarrow x\geq -10$

Maka HP = $\left(-\infty ,-18\right]∪[-10,\infty )$ atau $\left\{x\leq -18 atau x\geq -10\right\}$

* + 1. **Akar Kuadrat**

Setiap bilangan positif mempunyai dua akar kuadrat.

$$\sqrt{x^{2}}=\left|x\right|$$

Contoh:

$$\sqrt{16}=4$$

Tetapi Solusi dari persamaan $x^{2}-4=0$

$$x^{2}-4=0\leftrightarrow x^{2}=4\leftrightarrow \sqrt{x^{2}}=\sqrt{4}\leftrightarrow x=\pm 2$$

* + 1. **Kuadrat**

$$x^{2}=\left|x\right|^{2}$$

Untuk ketaksamaan yang menyangkut nilai mutlak

$$\left|x\right|<a\leftrightarrow x^{2}<a^{2}$$

$$\left|x\right|>a\leftrightarrow x^{2}>a^{2}$$

Contoh: Tentukan solusi dari pertidaksamaan $\left|x-2\right|<3\left|x+7\right|$!

Jawab:

$\left|x-2\right|<3\left|x+7\right|\leftrightarrow \left(x-2\right)^{2}<9\left(x+7\right)^{2}$

 $\leftrightarrow x^{2}-4x+4<9x^{2}+126x+441$

 $\leftrightarrow 8x^{2}+130x+437>0$

Misal

$$8x^{2}+130x+437=0\leftrightarrow x\_{1,2}=\frac{-130\pm \sqrt{130^{2}-4\left(8\right)\left(437\right)}}{2\left(8\right)}=\frac{-130\pm 54}{16}$$

Maka $x\_{1}=-4,75$ dan $x\_{2}=-11,5$

-11,5

-4,75

++

++

--

Maka himpunan penyelesaiannya adalah: HP = $\left(-\infty ,-11,5\right)$ atau $\left(-4,75 , \infty \right)$

**2.5 Latihan**

1. Nyatakan himpunan penyelesaian dari ketaksamaan yang diberikan dalam cara penulisan selang dan sketsakan grafiknya
2. $3x+5>7x+17$
3. $-3<4x-9<11$
4. $x^{2}-5x+6>0$
5. $\frac{7}{2x}<3$
6. Carilah himpunan penyelesaian dari ketaksamaan yang diberikan
7. $\left|2x+4\right|<8$
8. $\left|\frac{x}{2}+7\right|\geq 2$
9. Selesaikan ketaksamaan berikut
10. $\left|2x-5\right|<\left|x+4\right|$
11. $\left|3x-1\right|<2\left|x+6\right|$