|  |
| --- |
| **7**  **INTEGRAL** |
| JUMLAH PERTEMUAN : 2 PERTEMUAN  TUJUAN INSTRUKSIONAL KHUSUS:  Memahami konsep dasar integral, teorema-teorema, sifat-sifat, notasi jumlah |

**Materi :**

* 1. **Anti Turunan**

**Definisi**

F adalah suatu anti turunan dari *f* pada selang jika pada , jika untuk semua dalam

Contoh:

Carilah suatu anti turunan dari fungsi pada

Penyelesaian:

untuk semua rill maka

Tetapi seharusnya .

**Anti turunan dari suatu fungsi tidak tunggal**, tapi perbedaannya berupa suatu bilangan konstan.

Anti turunan disebut juga **Integral Tak Tentu**.

Notasi:

* 1. **Sifat-sifat Integral Tak Tentu**

1. Sifat yang diperoleh langsung dari turunan
2. Sifat kelinieran
3. , k adalah suatu konstanta

**Contoh:**

Hitung

Jawab:

1. Integral dengan substitusi

Misal , , dan suatu anti turunan dari , maka

**Contoh:**

Hitung

Jawab:

Misal

**Contoh:**

Hitung

Jawab:

* 1. **Notasi Sigma**

Notasi sigma (jumlah):

Sifat dan rumus sigma

**Contoh:** Hitung

Jawab:

* 1. **Fungsi Transenden**

1. Fungsi Logaritma Asli

Fungsi logaritma asli (ln) didefinisikan sebagai:

Maka turunan

Secara umum, jika maka

Contoh:

Diberikan maka f’(x)?

Jawab:

Jika

Untuk maka

Untuk maka

Maka

Dari sini diperoleh

Sifat-sifat Ln:

**Contoh:** Hitung

Jawab:

Misal maka

* 1. **Fungsi Eksponen Asli**

Invers dari fungsi logaritma natural disebut eksponen asli, notasi exp. Ditulis

Definisi: Bilangan e adalah bilangan Real positif yang bersifat

Jadi

Sehingga

* 1. **Fungsi Eksponen Umum**

Fungsi disebut juga fungsi eksponen umum

Jika , maka

Contoh:

Hitung turunan dari

Jawab:

* 1. **Fungsi Invers Trigonometri**

Invers dari fungsi sinus dan arcsinus atau ditulis

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

* 1. **Teknik Pengintegralan**
     1. Pengintegralan dengan substitusi

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  | |

* + 1. Beberapa integral trigonometri

1. dan

**Jika (n ganjil)**

Contoh:

Tentukan

Jawab:

Misal: maka

Substitusi

**Jika (n genap)**

Contoh:

Tentukan

Jawab:

1. , ,

Ingat kesamaan:

Contoh:

Tentukan

Jawab:

* + 1. Substitusi yang Merasionalkan

**Integran yang memuat**

Apabila di dalam integran ada bentuk substitusi , dapat merasionalkan integran.

**Contoh:**

Tentukan

Jawab:

Misal dan

**Integran yang mengandung , , dan , untuk merasionalkan bentuk akar-akar tersebut kita gunakan masing-masing subsitusi berikut:**

Untuk melihat akibat subtitusi tersebut, perhatikanlah bahwa:

Apabila daerah asal dibatasi sedemikian rupa sehingga substitusi (1), (2), dan (3) memiliki invers, maka

1. (sebab )
2. (sebab )
3. (sebab )

**Contoh** Tentukan

**Jawab:** Kita gunakan substitusi ,

Maka dan . Sehingga

Oleh karena ekivalen dengan dan oleh karena selang dibatasi sehingga sinus memiliki invers, maka

Juga dengan sebuah kesamaan yaitu

Maka

* + 1. Pengintegralan Parsial (**teknik ini digunakan jika integran merupakan perkalian dua fungsi yang berbeda jenis)**

Formula:

Contoh:

Jawab:

Misal maka dan maka , maka

Misal maka dan maka

* + 1. Pengintegralan Fungsi Rasional

Contoh:

Tentukan

Jawab:

Gunakan substitusi . Maka

**Penjabaran menjadi pecahan parsial**

Contoh 1.

Tentukan

Jawab:

Dengan menyamakan ruas kiri dan ruas kanan maka diperoleh

dan maka diperoleh dan , maka

Contoh 2.

Tentukan

Jawab:

Dengan menyamakan ruas kiri dan ruas kanan maka diperoleh

dan maka diperoleh , maka

Contoh 3.

Tentukan

Jawab:

Dengan menyamakan ruas kiri dan ruas kanan maka diperoleh

….(1)

….(2)

…(3)

Dari persamaan (1) diperoleh ..(4), substitusi (4) ke (3) diperoleh …(5).

Eliminasi C dari persamaan (2) dan (3) diperoleh substitusi ke persamaan (2) diperoleh dan substitusi ke persamaan (1) maka diperoleh , maka

* 1. **Latihan**

1. Tentukan anti turunan dari fungsi-fungsi berikut ini
2. Tentukan untuk fungsi berikut ini:
3. Tentukan integral dari fungsi trigonometri berikut: