INTEGRAL TAK TENTU

1. **Anti Turunan**

**Definisi**

F adalah suatu anti turunan dari *f* pada selang jika pada , jika untuk semua dalam

**Anti turunan dari suatu fungsi tidak tunggal**, tapi perbedaannya berupa suatu bilangan konstan.

Anti turunan disebut juga **Integral Tak Tentu**.

Notasi:

1. **Sifat-sifat integral tak tentu**
2. Sifat yang diperoleh langsung dari turunan
3. Sifat kelinieran
4. , k adalah suatu konstanta
5. Integral dengan substitusi

Misal , , dan suatu anti turunan dari , maka

1. **Fungsi transenden**
2. Fungsi Logaritma Asli
* Fungsi logaritma asli (ln) didefinisikan sebagai:
* Maka turunan
* Secara umum, jika maka
* Jika

Untuk maka

Untuk maka

Maka

Dari sini diperoleh

* Sifat-sifat Ln:
1. **FUNGSI EKSPONEN ASLI**

Invers dari fungsi logaritma natural disebut eksponen asli, notasi exp. Ditulis

Definisi: Bilangan e adalah bilangan Real positif yang bersifat

Jadi

Sehingga

1. **Fungsi eksponen umum**

Fungsi disebut juga fungsi eksponen umum

Jika , maka

Contoh:

Hitung turunan dari

Jawab:

1. **Fungsi Invers Trigonometri**

Invers dari fungsi sinus dan arcsinus atau ditulis

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

1. Pengintegralan dengan substitusi
2. Beberapa integral trigonometri
3. dan

**Jika (n ganjil)**

Contoh:

Tentukan

Jawab:

Misal: maka

Substitusi

**Jika (n genap)**

Contoh:

Tentukan

Jawab:

1. , ,

Ingat kesamaan:

Contoh:

Tentukan

Jawab:

1. Substitusi yang Merasionalkan

**Integran yang memuat**

Apabila di dalam integran ada bentuk substitusi , dapat merasionalkan integran.

**Contoh:**

Tentukan

Jawab:

Misal dan

**Integran yang mengandung , , dan , untuk merasionalkan bentuk akar-akar tersebut kita gunakan masing-masing subsitusi berikut:**

Untuk melihat akibat subtitusi tersebut, perhatikanlah bahwa:

Apabila daerah asal dibatasi sedemikian rupa sehingga substitusi (1), (2), dan (3) memiliki invers, maka

1. (sebab )
2. (sebab )
3. (sebab )

**Contoh** Tentukan

**Jawab:** Kita gunakan substitusi ,

Maka dan . Sehingga

Oleh karena ekivalen dengan dan oleh karena selang dibatasi sehingga sinus memiliki invers, maka

Juga dengan sebuah kesamaan yaitu

Maka

1. Pengintegralan Parsial(**teknik ini digunakan jika integran merupakan perkalian dua fungsi yang berbeda jenis)**

Formula:

Contoh:

Jawab:

Misal maka dan maka , maka

Misal maka dan maka

1. Pengintegralan Fungsi Rasional

Contoh:

Tentukan

Jawab:

Gunakan substitusi . Maka

**Penjabaran menjadi pecahan parsial**

Contoh 1.

Tentukan

Jawab:

Dengan menyamakan ruas kiri dan ruas kanan maka diperoleh

 dan maka diperoleh dan , maka

Contoh 2.

Tentukan

Jawab:

Dengan menyamakan ruas kiri dan ruas kanan maka diperoleh

 dan maka diperoleh , maka

Contoh 3.

Tentukan

Jawab:

Dengan menyamakan ruas kiri dan ruas kanan maka diperoleh

 ….(1)

 ….(2)

…(3)

Dari persamaan (1) diperoleh ..(4), substitusi (4) ke (3) diperoleh …(5).

Eliminasi C dari persamaan (2) dan (3) diperoleh substitusi ke persamaan (2) diperoleh dan substitusi ke persamaan (1) maka diperoleh , maka