

PERHITUNGAN-PERHITUNGAN ENGINEERING

Paul Wright

Matematika

- Dari semua perangkat yang tersedia bagi insinyur untuk memecahkan masalah-masalah engineering, **tidak ada perangkat yang lebih berharga daripada matematika.**
- Penguasaan **matematika adalah dasar** dari semua pekerjaan engineering.
- Insinyur yang sukses harus mengasah dan mengembangkan kompetensinya dalam matematika serta **belajar bagaimana menerapkannya dengan mantap dan efektif.**

7.1 PENULISAN PERHITUNGAN- PERHITUNGAN ENGINEERING

- Perhitungan engineering bisa sangat rumit, dengan banyak tahapan dan prosedur
- Dalam perhitungan engineering, sangat mungkin terjadi kesalahan, periksa hasil perhitungan secara teliti.
- Kerja engineering harus dicatat secara cermat dan jelas sehingga dapat diperiksa dan divalidasi

ESM 2261	10/23/01	6	Tiernan, Kathleen	1/4
----------	----------	---	-------------------	-----

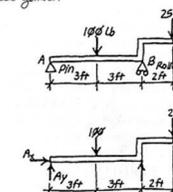
Soal no. 6-1

Diketahui: struktur dibebani seperti pada gambar.

Ditanyakan: Etap-gaya reaksi di A dan B

Solusi: Diagram benda bebas untuk keseimbangan,

$$\begin{aligned}\sum F_x &= 0 \\ \sum F_y &= 0 \\ \sum M_A &= 0\end{aligned}$$



$$\rightarrow \sum F_x = 0 = A_x$$

$$\uparrow \sum F_y = 0 = A_y + B_y - 25 - 100$$

$$\curvearrowright \sum M_A = 0 = -100(3) + B_y(6) - 25(9)$$

$$A_x = 0$$

$$B_y = \frac{1}{6} (300 + 225) = 83.3 \text{ LB}$$

$$A_y = 100 + 25 - B_y = 41.7 \text{ LB}$$

7.2 SISTEM-SISTEM BILANGAN

- Simbol-simbol yang berlaku umum untuk menghitung objek.
- Bilangan digunakan untuk menyatakan panjang, massa, waktu, dan sifat-sifat fisis lainnya
- Paling banyak dipakai angka arab dan sistem bilangan desimal (bilangan basis 10).

Nama letak	Eksponen	Arti
Satuan	0	$10^0 = 1$
Puluhan	1	$10^1 = 10$
Ratusan	2	$10^2 = 100$
Ribuan	3	$10^3 = 1000$, dan seterusnya

SISTEM-SISTEM BILANGAN

- Sistem binari menjadi basis untuk operasi komputer. Sistem binari berdasarkan hanya pada dua angka, 0 dan 1 berkaitan dengan posisi saklar elektronik: on atau off.

Bilangan Binari	Arti	Bilangan Desimal Ekuivalennya
1	$1 \times 2^0 =$	1
10	$(1 \times 2^1) + (0 \times 2^0) =$	2
11	$(1 \times 2^1) + (1 \times 2^0) =$	3
100	$(1 \times 2^2) + (0 \times 2^1) + (0 \times 2^0) =$	4
101	$(1 \times 2^2) + (0 \times 2^1) + (1 \times 2^0) =$	5
110	$(1 \times 2^2) + (1 \times 2^1) + (0 \times 2^0) =$	6

7.3 DIMENSI-DIMENSI

- Dimensi dasar seperti panjang, waktu, dan massa
- Dimensi turunan adalah kombinasi dari dimensi-dimensi dasar.
 - kecepatan (rasio dari panjang dan waktu)
- Beberapa kuantitas yang digunakan dalam perhitungan-perhitungan engineering tidak memiliki dimensi.
 - rasio dari kuantitas-kuantitas berdimensi yang sama, misalnya π , rasio dari keliling lingkaran terhadap diameternya.

DIMENSI-DIMENSI

Dimensi Dasar	Dimensi Turunan
Panjang, L	Luas, L^2
Waktu, T	Volume, L^3
Massa, M	Kecepatan, L/T
Arus listrik, I	Percepatan, L/T^2
Temperatur	Densitas massa, M/L^3
Banyaknya zat, (mol)	Gaya, ML/T^2
Intensitas cahaya	Energi, ML^2/T^2

7.4 SATUAN

- Satuan didefinisikan sebagai kuantitas yang dinyatakan secara tepat dalam bentuk di mana kuantitas-kuantitas lain yang sejenis dapat dinyatakan.
- Setiap dimensi membutuhkan satu atau lebih besaran referensi untuk secara kuantitatif mendeskripsikan sifat-sifat fisik suatu objek atau bahan.
 - dimensi panjang (satuan mil, meter, kaki, dll)
 - waktu (detik, menit, jam, bulan, dll)

SATUAN

- Systeme Internationale d'Unites (SI, sistem satuan internasional)
 - mampu mengukur setiap kuantitas-kuantitas fisik dengan satuan yang terdefinisi dengan jelas dan presisi serta satuan-satuannya memiliki hubungan yang logis sehingga dapat mempermudah proses perhitungan.

TABEL 7.3 *Tujuh Satuan Dasar SI*

Kuantitas	Satuan	Simbol
Panjang	meter	m
Massa	kilogram	kg
Waktu	detik	s
Arus listrik	ampere	A
Temperatur	kelvin	K
Banyaknya zat	mol	mol
Intensitas cahaya	kandela	cd

Tabel 7.4 *Satuan-satuan Suplemen*

Kuantitas	Satuan	Simbol
Sudut bidang	radian	rad
Sudut ruang	steradian	sr

TABEL 7.5 *Satuan-satuan Turunan*

Kuantitas	Satuan	Simbol	Rumus
Frekuensi	hertz	Hz	s^{-1}
Gaya	newton	N	$kg \cdot m/s^2$
Tekanan, tegangan	pascal	Pa	N/m^2
Energi, usaha	joule	J	$N \cdot m$
Daya	watt	W	J/s
Muatan listrik	coulomb	C	$A \cdot s$
Potensial listrik	volt	V	W/A
Kapasitansi	farad	F	C/V
Resistansi listrik	ohm	Ω	V/A
Konduktansi	siemens	S	A/V
Fluks magnetik	weber	Wb	$V \cdot s$
Densitas fluks magnetik	tesla	T	Wb/m^2
Induktansi	henry	H	Wb/A
Fluks cahaya	lumen	lm	$cd \cdot sr$
Iluminansi	luks	lx	lm/m^2

TABEL 7.6 Satuan turunan lainnya

Kuantitas	satuan	Simbol dan Rumus
Luas	meter persegi	m ²
Volume	meter kubik	m ³
Kecepatan	meter per detik	m/s
Percepatan	meter per detik kuadrat	m/s ²
Densitas	kilogram per meter kubik	kg/m ³
Volume spesifik	meter kubik per kilogram	m ³ /kg
Entropi	joule per kelvin	J/K
Intensitas radian	watt per steradian	W/Sr
Momen tekuk, torsi	newton-meter	N·m
Kapasitas panas	joule per kilogram-kelvin	J/kg·K

TABEL 7.7 Prefiks-prefiks SI

Faktor Pengali	Prefiks	Simbol
10 ¹²	tera	T
10 ⁹	giga	G
10 ⁶	mega	M
10 ³	kilo	k
10 ²	hekto	h
10 ¹	deka	da
10 ⁻¹	desi	d
10 ⁻²	centi	c
10 ⁻³	mili	m
10 ⁻⁶	mikro	μ
10 ⁻⁹	nano	n
10 ⁻¹²	piko	p
10 ⁻¹⁵	femto	f
10 ⁻¹⁸	ato	a

Koherensi SI

- Koherensi SI adalah salah satu dari karakteristiknya yang paling penting:

Sebuah gaya sebesar satu newton yang bekerja di sepanjang jarak satu meter menghasilkan energi sebesar satu joule. Jika energi ini dihasilkan dalam satu detik, dayanya adalah sebesar satu watt

Sistem Absolut

- Sistem gravitasional, satuan-satuan mekanikanya diturunkan dari tiga satuan dasar (panjang, gaya, dan waktu) dan satuan massa adalah termasuk satuan turunan.
- Sistem absolut, semua satuan-satuan mekanikanya diturunkan dari tiga satuan dasar (panjang, massa, dan waktu) dan satuan gaya adalah termasuk satuan turunan.
- Di dalam kedua sistem di atas, satuan massa dan satuan gaya selalu berhubungan melalui hukum Newton, $F = m \cdot a$.

Satuan Non SI

- Waktu-
 - kehidupan kita tergantung dari matahari, telah disetujui secara luas bahwa satuan jam dan penanggalan akan terus digunakan dalam SI, terutama dalam kuantitas-kuantitas seperti kecepatan
- Sudut
 - karena penggunaannya yang jauh lebih mudah, satuan deraiat sudut bidang telah diterima untuk digunakan bersama satuan SI, radian. Satuan menit dan satuan detik tidak diperlukan, dan pembagian dari derajat harus dihitung dalam desimal.
- Temperatur-
 - Derajat Celcius (sebelumnya disebut centigrade) telah diterima secara luas bersama satuan SI, kelvin, terutama pada penggunaan sehari-hari. Interval temperatur dari kedua satuan tersebut sama. Kelvin digunakan dalam termodinamika.
- Volume
 - Liter telah dikenal sebagai nama lain untuk desimeter kubik, dan akan sering digunakan sebagai satuan dari volume zat cair. Sangat dianjurkan bahwa liter hanya digunakan untuk tujuan ini, dan hindari penggunaan prefiks. (Mililiter adalah centimeter kubik, dan yang terakhir disebutkan ini, sebagai bagian dari SI, harus digunakan untuk volume yang kecil.)

TABEL 7.8 Sistem Pengukuran Dunia

	Sistem Inggris	Sistem Metrik
Sistem gravitasional		
massa	slug (lbs.s ² /ft)	hyl (kgf.s ² /m)
gaya	pound-force	kilogram-force
Sistem absolut		
massa	pound	kilogram
gaya	poundal (lb-ft/s ²)	newton (kg.m/s ²)

7.5 DIGIT SIGNIFIKAN

- Digit signifikan dalam sebuah bilangan didefinisikan sebagai digit yang dianggap dapat dipercaya sebagai hasil pengukuran atau perhitungan.
- Kesalahan yang sering dilakukan adalah menggunakan terlalu banyak digit dalam jawaban yang mengakibatkan pembaca berkesimpulan bahwa jawaban tersebut lebih akurat daripada yang sebenarnya.
 - Contoh $3,51 + 2,205 + 0,0142 = 5,7292$, tetapi jawaban ini seharusnya ditulis dalam tiga digit signifikan sebagai 5,72,

TABEL 7.9 Daftar Satuan-satuan Non-SI

Kuantitas	Satuan	Simbol	Arti
Waktu	jam	h	3,6 ks
	menit	min	60 s
	hari	d	Kalender
	minggu	...	Kalender
	tahun	...	Kalender
Sudut	derajat	°	($\pi/180$) rad
Volume	liter	l	1 dm ³
Temperatur	derajat Celsius	°C	$t_C = t_K - 273,15$

7.6 NOTASI ILMIAH

- Digunakan untuk perhitungan yang sangat besar atau sangat kecil.

$$2.340.000.000 \times 0,000.000.000.041 = 0,096$$

- Akan lebih mudah apabila kita menggunakan notasi ilmiah:

$$(2,34 \times 10^9) \times (4,1 \times 10^{-11}) = 9,6 \times 10^{-2}$$

$$100 = 1 \times 10^2$$

$$0,01 = 1 \times 10^{-2}$$

$$1\ 000 = 1 \times 10^3$$

$$0,001 = 1 \times 10^{-3}$$

$$10\ 000 = 1 \times 10^4$$

$$0,0001 = 1 \times 10^{-4}$$

TABEL 7.10 Huruf-huruf Yunani

Alpha	A	α	Nu	N	ν
Beta	B	β	Xi	Ξ	ξ
Gamma	Γ	γ	Omicron	O	o
Delta	Δ	δ	Pi	Π	π
Epsilon	E	ϵ	Rho	P	ρ
Zeta	Z	ζ	Sigma	Σ	σ
Eta	H	η	Tau	T	τ
Theta	Θ	θ	Upsilon	Y	υ
Iota	I	ι	Phi	Φ	ϕ
Kappa	K	κ	Chi	X	χ
Lambda	Λ	λ	Psi	Ψ	ψ
Mu	M	μ	Omega	Ω	ω

7.7 ALJABAR

- Aljabar adalah perluasan dari aritmetika di mana simbol-simbol digunakan untuk menyatakan bilangan-bilangan atau himpunan bilangan yang tidak diketahui yang disebut **variabel**.
- Hubungan di antara variabel-variabel dinyatakan dalam bentuk kalimat matematika terbuka sebagai persamaan atau pertidaksamaan.
- Variabel-variabel biasanya disimbolkan dengan huruf-huruf abjad, namun huruf Yunani kadang-kadang juga digunakan.

TABEL 7.11 Simbol Matematika Umum

Simbol	Arti
\pm	Plus atau minus
$=$	Sama dengan
\neq	Tidak sama dengan
$>$	Lebih besar dari
$<$	Lebih kecil dari
\geq	Lebih besar atau sama dengan
\leq	Lebih kecil atau sama dengan
$ $	Nilai absolut
∞	Tak hingga
$n!$	Faktorial, $n(n-1)(n-2) \dots 1$
Σ	Penjumlahan sederet bilangan
\therefore	Oleh karena itu

7.8 GEOMETRI

- Geometri mempelajari sifat-sifat, pengukuran-pengukuran, dan hubungan-hubungan titik, garis, bidang, dan bangun ruang.
- Geometri terdiri dari;
 - Geometri bidang, mempelajari garis, kurva, sudut, dan poligon dalam bidang.
 - Geometri bangun ruang, mempelajari kerucut, bola, silinder, dan kurva polihedra dalam ruang tiga-dimensi.
 - Geometri diferensial, aplikasi kalkulus dalam geometri untuk mempelajari sifat-sifat lokal dari kurva.
 - Geometri deskriptif, teknik matematika yang digunakan untuk mendeskripsikan hubungan geometris dari permukaan tiga-dimensi pada suatu permukaan bidang.
 - Geometri analitis, aplikasi metode aljabar pada geometri di mana garis-garis dan kurva-kurva dinyatakan dalam persamaan aljabar.

7.9 TRIGONOMETRI

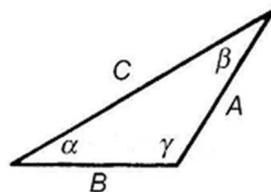
- Trigonometri adalah perluasan dari geometri yang digunakan untuk menghitung sisi-sisi dan sudut-sudut sebuah segitiga.
- Trigonometri juga dapat digunakan untuk segitiga-segitiga dalam sebuah bidang atau pada permukaan bola.
- Teorema-teorema dan hukum-hukum dasar trigonometri sering digunakan oleh para engineer.
- Tiga hubungan yang paling sering digunakan adalah teorema Pythagoras, Hukum Sinus, dan Hukum Cosinus.

Teorema Pythagoras

$$A^2 + B^2 = C^2$$

$$\frac{\sin \alpha}{A} = \frac{\sin \beta}{B} = \frac{\sin \gamma}{C}$$

$$C^2 = A^2 + B^2 - 2AB \cos \gamma, \text{ untuk } 0^\circ < \gamma < 180^\circ$$



TABEL 7.12 fungsi-fungsi Trigonometri

$$\text{Sinus } \alpha = \frac{A}{C}$$

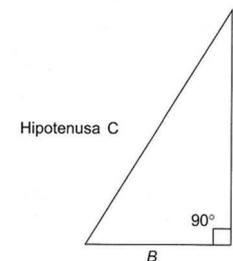
$$\text{Cosinus } \alpha = \frac{B}{C}$$

$$\text{Tangen } \alpha = \frac{A}{B}$$

$$\text{Secan } \alpha = \frac{1}{\text{cosinus } \alpha} = \frac{C}{B}$$

$$\text{Cosecan } \alpha = \frac{1}{\text{sinus } \alpha} = \frac{C}{A}$$

$$\text{Cotangen } \alpha = \frac{1}{\text{tan } \alpha} = \frac{B}{A}$$

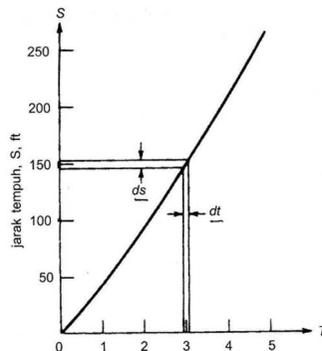


7.10 KALKULUS

- Kalkulus berkaitan dengan laju perubahan dari fungsi-fungsi.
- Kalkulus diferensial menyediakan suatu cara untuk menghitung maksimum dan minimum dari fungsi dan laju perubahan sesaat sebagai pembanding untuk laju rata-rata.
- Kalkulus integral dapat menghitung luas dan volume dari daerah yang dibatasi oleh kurva-kurva dan permukaan-permukaan dengan tepat, untuk mencari panjang kurva, dan untuk menentukan divergensi atau konvergensi dari suatu deret integral tak berhingga.

Turunan tersebut, ds/dt , menyatakan gradien kurva dan oleh karena itu kita dapat menentukan gradien kurva di semua titik. Lihat gambar. Untuk kasus ini, gradien adalah kecepatan sesaat. Jadi, kecepatan pada $t = 3$ s,

$$\frac{ds}{dt} = 44 + 4(3) = 56 \text{ ft/s} \quad \text{Jawaban}$$



Contoh 7.2

Diketahui: Mobil, bergerak dengan kecepatan 44 ft/s, dipercepat dengan laju rata-rata 4 ft/s². Hubungan antara jarak tempuh dan waktu dinyatakan dalam persamaan:

$$S = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

di mana S = jarak tempuh, ft
 v_0 = kecepatan awal, ft/s
 t = waktu, s
 a = percepatan, ft/s²

Ditanyakan Kecepatan sesaat mobil tersebut pada saat $t = 3$ s.

Penyelesaian Kalkulus diferensial memungkinkan kita menurunkan fungsi jarak terhadap waktu:

$$\frac{ds}{dt} = v_0 + at = 44 + 4t$$

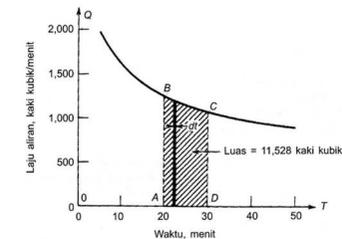
Contoh 7.3

Diketahui: Air dialirkan dari sebuah ladang dengan laju q , yang berubah-ubah terhadap waktu, t , sesuai dengan persamaan:

$$q = 3,78t^{-0,37}$$

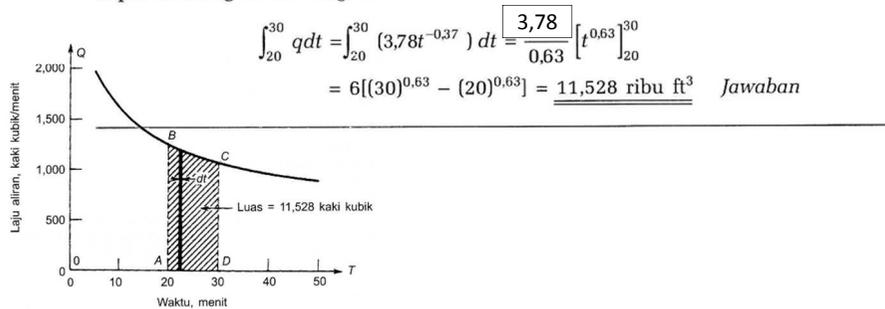
di mana q = laju aliran air, ribuan kaki kubik per menit
 t = waktu, menit

Persamaan di atas diperlihatkan oleh grafik berikut ini.



Ditanyakan dengan menggunakan kalkulus integral, jumlah air yang dialirkan dari ladang antara waktu $t_1 = 20$ menit dan $t_2 = 30$ menit.

Penyelesaian Dalam contoh ini, jumlah air yang dialirkan dari ladang diwakili oleh luas daerah di bawah kurva, $ABCD$. Daerah di bawah kurva dapat dibagi-bagi menjadi strip-strip oleh pasangan-pasangan garis berjarak sama dan paralel dengan OQ , qdt . Luas daerah yang ditanyakan sama dengan jumlah semua strip antara t_1 dan t_2 dan dapat dihitung lewat integrasi.



7.11 STATISTIK ENGINEERING

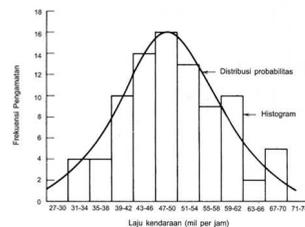
- Statistik adalah ilmu yang mempelajari pengumpulan, pengaturan, dan analisis data-data numerik.
- Insinyur menggunakan statistik untuk banyak hal, seperti:
 1. Memahami, mengontrol, dan menjelaskan kesalahan-kesalahan dalam pengukuran.
 2. Mempermudah pengumpulan data yang memadai dan andal sehingga perencanaan proyek engineering dapat dilakukan.
 3. Memahami lebih baik serta memperhitungkan ketidakpastian dalam kebutuhan-kebutuhan yang berhubungan dengan struktur dan produk engineering.
 4. Mengontrol kualitas produk dan bahan-bahan dalam pekerjaan engineering seperti manufaktur dan konstruksi.

Distribusi Frekuensi

- Data ini dapat dikelompokkan dalam interval-interval kelas sehingga menghasilkan suatu distribusi frekuensi, yang menunjukkan banyaknya hasil pengamatan yang muncul dalam interval tertentu.
- Histogram ini merepresentasikan frekuensi hasil-hasil pengamatan dari suatu sampel data.
- Distribusi probabilitasnya menunjukkan frekuensi-frekuensi relatif munculnya semua nilai variabel yang mungkin.

Tabel 7.13 Contoh Lembar Penghitungan

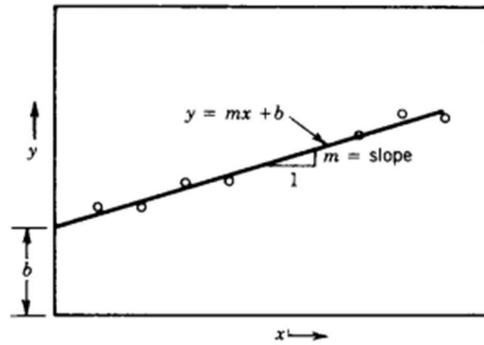
Laju Kendaraan	Jumlah
27-30	
31-34	
35-38	
39-42	
43-46	
47-50	
51-54	
55-58	
59-62	
63-66	
67-70	
71-74	



7.12 ANALISIS DENGAN MENGGUNAKAN GRAFIK

- Sering kali hubungan antara dua buah variabel bisa dipahami lebih mudah dengan cara menggambarkan data dalam sebuah grafik.
- Insinyur biasanya menyebut variabel yang diletakkan pada absis atau sumbu horizontal sebagai x dan variabel yang ditempatkan pada ordinat atau sumbu vertikal sebagai y .
- Pola yang umum muncul adalah
 1. Garis lurus.
 2. Kurva parabolik.
 3. Kurva hiperbolik.
 4. Kurva eksponensial.

Garis Lurus



Kurva Parabolik

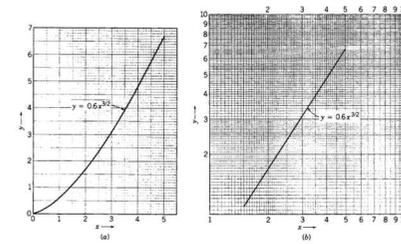


Figure 7.8 A parabolic curve plotted (a) on rectangular coordinate graph paper and (b) on logarithmic graph paper.

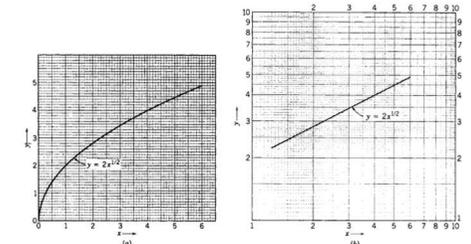


Figure 7.9 A parabolic curve plotted on (a) rectangular coordinate graph paper and (b) on logarithmic graph paper.

Kurva Hiperbolik

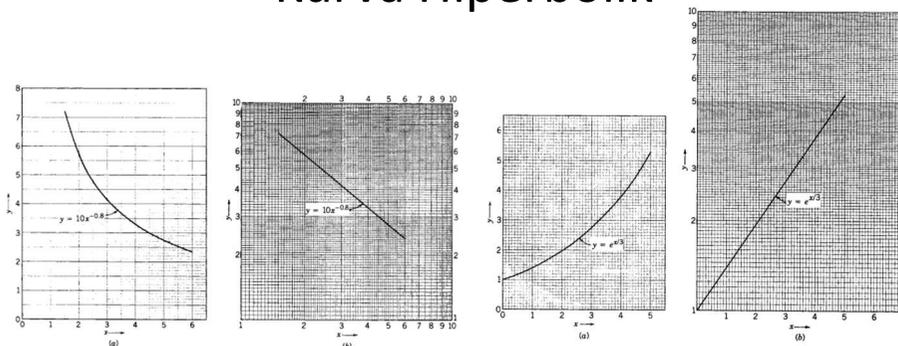


Figure 7.10 A hyperbolic curve plotted (a) on rectangular coordinate graph paper and (b) on logarithmic graph paper.

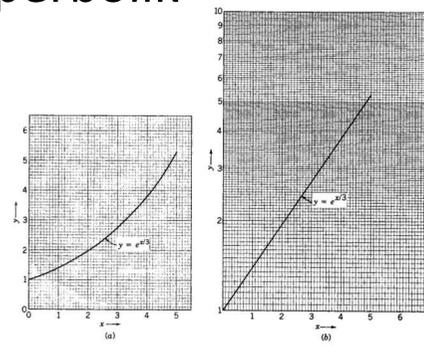


Figure 7.11 An exponential curve plotted (a) on rectangular coordinate graph paper and (b) on semilogarithmic graph paper.

Kurva Eksponensial

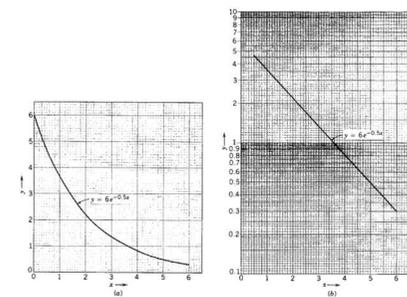


Figure 7.12 An exponential curve plotted (a) on rectangular coordinate graph paper and (b) on semilogarithmic graph paper.

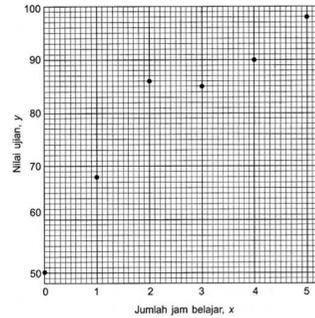
Contoh 7.5

Misalkan dari sebuah penelitian diketahui bahwa nilai ujian seorang mahasiswa merupakan suatu fungsi dari lamanya waktu belajar (jam). Data hasil penelitian ini dimuat pada Tabel 7.15 dan grafiknya diperlihatkan pada Gambar 7.13.

Tentukan persamaan garis-lurus untuk data ini dengan metode seleksi-titik.

TABEL 7.15 Contoh Data Hasil Pengamatan

x, Jumlah Jam Belajar	y, Nilai Ujian
0	50
1	70
2	86
3	85
4	90
5	98



Penyelesaian Dengan menggunakan perkiraan sebaik mungkin, dibuat sebuah garis "best fit" (pemasangan terbaik) pada gambar. Kemudian dari garis "best-fit" tersebut dipilih dua titik yang terpisah cukup jauh:

$$(x_1 = 1,5; y_1 = 69) \text{ dan } (x_2 = 4,5; y_2 = 97)$$

Bentuk persamaan untuk garis lurus adalah $y = mx + b$. Jika nilai-nilai di atas dimasukkan ke dalam persamaan, kita akan memperoleh

$$69 = m(1,5) + b$$

$$97 = m(4,5) + b$$

$$28 = m(3,0)$$

$$m = 9,33$$

$$b = 69 - 9,33(1,5) = 55.$$

Persamaannya adalah

$$\underline{y = 9,33x + 55} \quad \text{Jawaban}$$