MODEL TRANSPORTASI - I

MATAKULIAH RISET OPERASIONAL

Pertemuan Ke-7

Riani Lubis

Program Studi Teknik Informatika

Universitas Komputer Indonesia

PENGANTAR

- Terdapat bermacam-macam *network* model.
- *Network* :
  - Suatu sistem saluran-saluran yang menghubungkan titik-titik yang berlainan.
  - Susunan titik (node) dan garis yang menghubungkan node-node.
- Contoh *network* : jaringan rel kereta api, sistem saluran pipa, jaringan jalan raya, jaringan penerbangan dll.
- Banyak masalah jaringan dapat dirumuskan sebagai masalah PL & solusinya diperoleh dengan menggunakan metode simpleks.
- Salah satu teknik lain yang lebih efisien daripada metode simpleks adalah metode transportasi, karena masalah transportasi adalah salah satu contoh dari model jaringan yang memiliki ciri-ciri yang sama.

Persoalan Transpotasi (1)

- Persoalan transportasi terpusat pada pemilihan rute dalam jaringan distribusi produk antara pusat industri dan distribusi gudang atau antara distribusi gudang regional dan distribusi pengeluaran lokal.

- Pada umumnya, masalah transportasi berhubungan dengan distribusi suatu **produk tunggal** dari beberapa sumber, dengan penawaran terbatas, menuju beberapa tujuan, dengan permintaan tertentu, pada biaya transpor minimum. Karena ada satu macam barang, suatu tempat tujuan dapat memenuhi permintaannya dari satu atau lebih sumber.

Persoalan Transpotasi (2)

- Persoalan transportasi merupakan persoalan linier khusus yang disebut persoalan aliran network.
- Asumsi dasar model transportasi adalah bahwa **biaya transpor** pada suatu rute tertentu **proporsional** dengan **banyaknya unit** yang dikirimkan.
- Tujuan dari model transportasi adalah merencanakan pengiriman dari sumber-sumber ke tujuan sedemikian rupa untuk **meminimumkan total biaya transportasi**, dengan kendala-kendala :
  - Setiap **permintaan** tujuan **terpenuhi**
  - Sumber **tidak** mungkin **mengirim** komoditas **lebih besar** dari **kapasitasnya**.

Contoh

CANNERY 1
Bellingham
CANNERY 2
Eugene
WAREHOUSE 1
Sacramento
WAREHOUSE 2
Salt Lake City
WAREHOUSE 3
Rapid City
CANNERY 3
Albert Lea
WAREHOUSE 4
Albuquerque

Misal sebuah perusahaan pengalengan mempunyai 3 pabrik pengalengan (sumber) yang harus melakukan distribusi ke 4 gudang (tujuan). Setiap pabrik memiliki kapasitas produksi tertentu dan setiap gudang memiliki jumlah permintaan tertentu terhadap produk tersebut. Biaya transpor per unit dari masing-masing pabrik ke masing-masing gudang berbeda-beda. Masalah yang timbul adalah menentukan jumlah barang yang harus dikirim dari masing-masing pabrik ke masing-masing gudang dengan tujuan meminimumkan biaya transpor.

- Suatu model transportasi dikatakan seimbang (*balanced* progam), jika total jumlah antara penawaran (*supply*) dan permintaan (demand) sama :

$$\sum_{i=1}^{m} S_i = \sum_{j=1}^{n} D_j$$

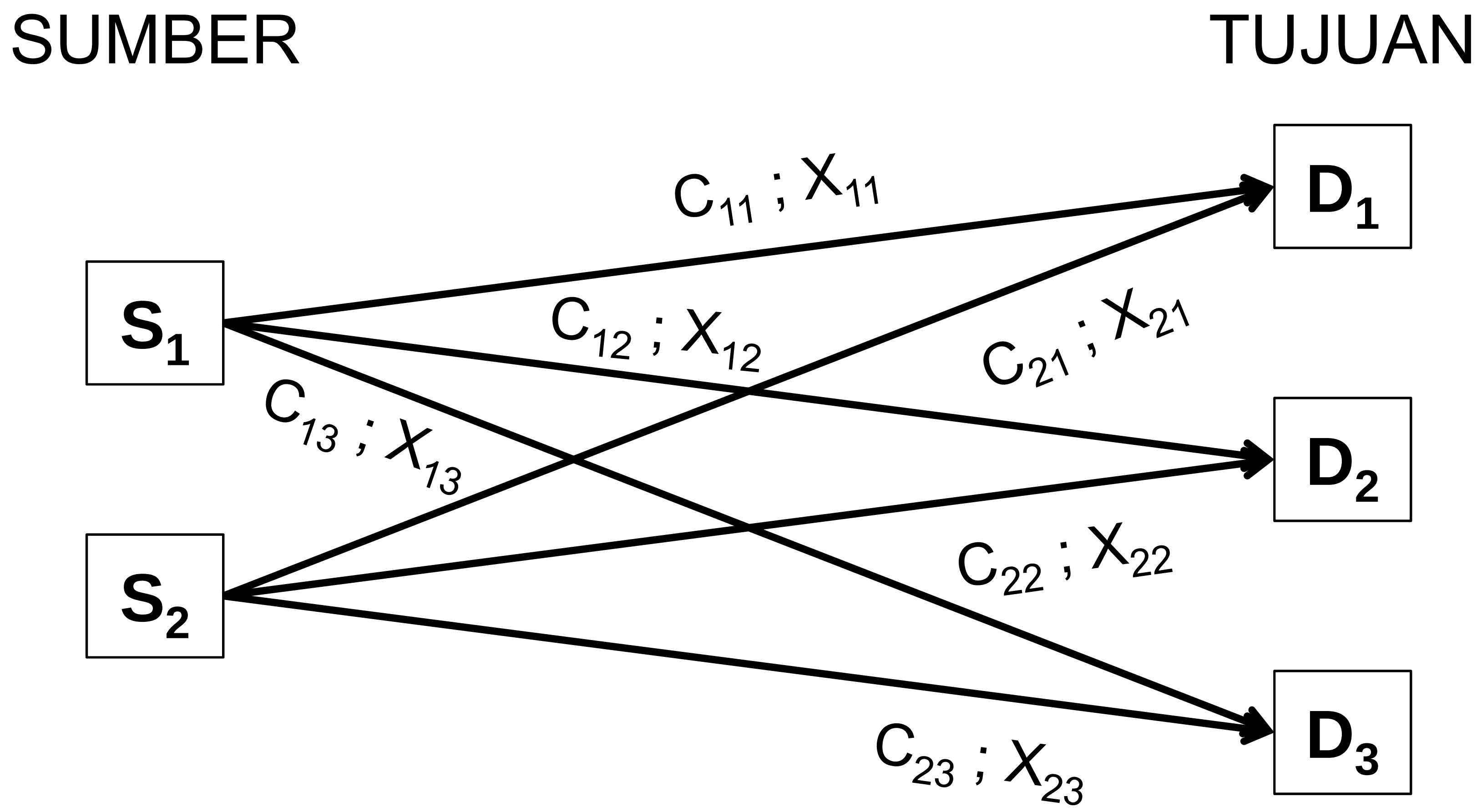
- Dan dikatakan tidak seimbang (*unbalanced* program), jika kapasitas sumber lebih besar dari kapasitas tujuan atau sebaliknya :

$$\sum_{i=1}^{m} S_i < \sum_{j=1}^{n} D_j \quad atau \quad \sum_{i=1}^{m} S_i > \sum_{j=1}^{n} D_j$$

Perumusan Model Transportasi

Fungsi Tujuan	Minimumkan : $Z = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} C_{ij} X_{ij}$		
Fungsi Pembatas	Balanced program	Unbalanced program	
	$\sum_{i=1}^{m} S_i = \sum_{j=1}^{n} D_j$	$\sum_{i=1}^{m} S_i < \sum_{j=1}^{n} D_j$	$\sum_{i=1}^{m} S_i > \sum_{j=1}^{n} D_j$
	$\sum_{j=1}^{n} X_{ij} = S_i$	$\sum_{j=1}^{n} X_{ij} = S_i$	$\sum_{j=1}^{n} X_{ij} \le S_i$
	$\sum_{i=1}^{m} X_{ij} = D_j$	$\sum_{i=1}^{m} X_{ij} \le D_j$	$\sum_{i=1}^{m} X_{ij} = D_j$
	Xij ≥ 0 untuk semua i dan j i = 1, 2, ..., m j = 1, 2, ..., n		

Jika ada 2 buah sumber & 3 tujuan (m = 2, n = 3), maka :



$$\sum S = S_1 + S_2$$

$$\sum D = D_1 + D_2 + D_3$$

F. Tujuan :

Minimumkan

$$Z = C_{11}X_{11} + C_{12}X_{12} + C_{13}X_{13} + C_{21}X_{21} + C_{22}X_{22} + C_{23}X_{23}$$

F. Pembatas :

$$\left.\begin{array}{r} \left.\begin{array}{r} X_{11} + X_{12} + X_{13} = S_1 \\ X_{21} + X_{22} + X_{23} = S_2 \end{array}\right\} \text{Persamaan pembatas "Sumber"} \\ \left.\begin{array}{r} X_{11} + X_{21} = D_1 \\ X_{12} + X_{22} = D_2 \\ X_{13} + X_{23} = D_3 \end{array}\right\} \text{Persamaan pembatas "Tujuan"} \end{array}\right\} \sum_{i=1}^{m} S_i = \sum_{j=1}^{n} D_j$$

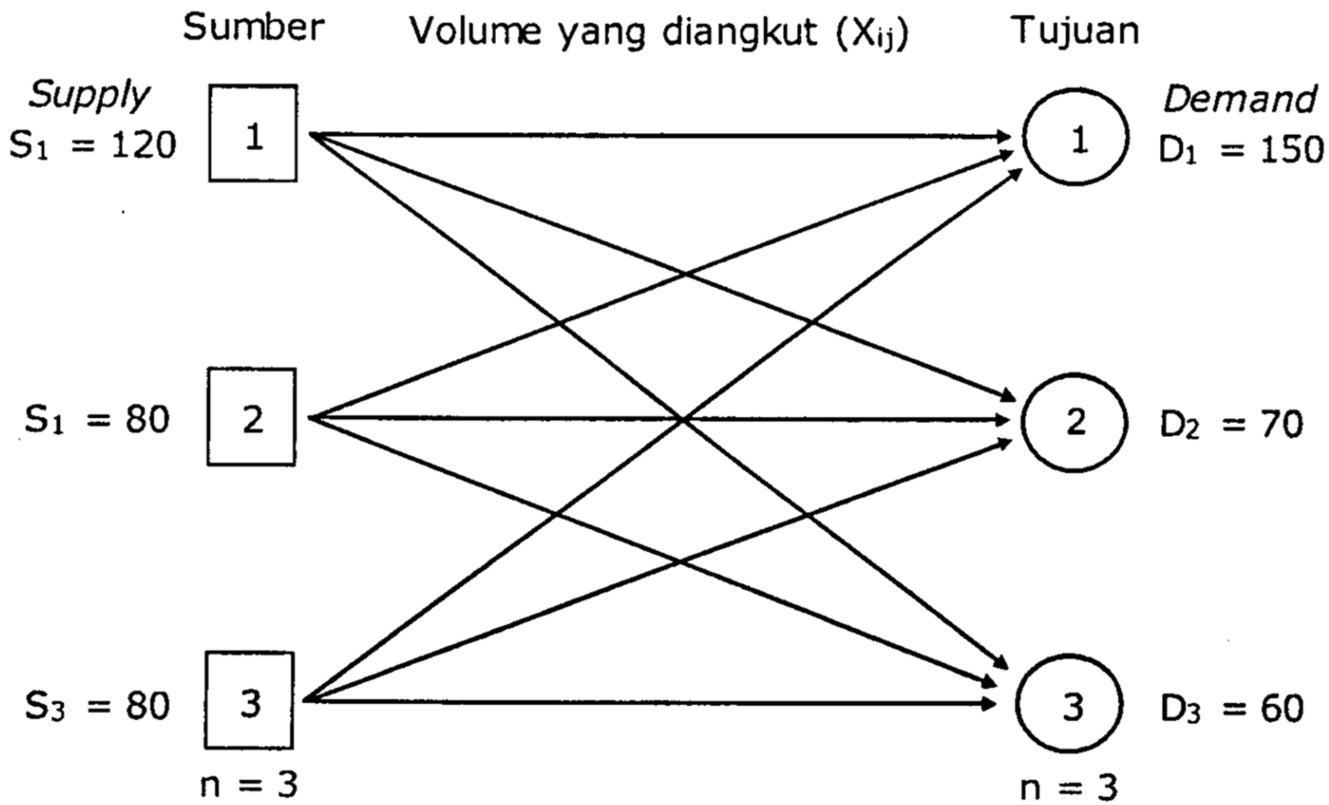
$$X_{ij} \geq 0$$

	Ke	Tujuan						*Supply*
		1	2	. . .	j	. . .	n	
Sumber	1	X_{11} c_{11}	c_{12}	. . .	c_{11}	. . .	X_{1n} c_{1n}	S_1
	2	X_{21} c_{21}	X_{22} c_{22}	. . .	X_{21} c_{21}	. . .	X_{2n} c_{2n}	S_2
	⋮	⋮	⋮		⋮		⋮	⋮
	i	c_{i1}	c_{i2}	. . .	c_{ij}	. . .	c_{in}	S_1
	⋮	⋮	⋮		⋮		⋮	⋮
	m	X_{m1} c_{m1}	X_{m2} c_{m2}	. . .	X_{m1} c_{m1}	. . .	X_{mn} c_{mn}	S_m
Demand		D_1	D_2	. . .	D_j	. . .	Dn	$\Sigma S_i = \Sigma D_j$

Contoh :

Sebuah perusahaan Negara berkepentingan mengangkut pupuk dari tiga pabrik ke tiga pasar. Kapasitas supply ketiga pabrik, permintaan pada ketiga pasar dan biaya transpor per unit adalah sebagai berikut :

		PASAR			**PENAWARAN**
		1	**2**	**3**	
PABRIK	**1**	8	5	6	120
	2	15	10	12	80
	3	3	9	10	80
PERMINTAAN		150	70	60	280



Minimumkan $Z = 8X_{11} + 5X_{12} + 6X_{13} + 15X_{21} + 10X_{22} + 12X_{23} + 3X_{31} + 9X_{32} + 10X_{33}$

dengan syarat

$X_{11} + X_{12} + X_{13} = 120$ (*supply* pabrik 1)

$X_{21} + X_{22} + X_{23} = 80$ (*supply* pabrik 2)

$X_{31} + X_{32} + X_{33} = 80$ (*supply* pabrik 3)

$X_{11} + X_{21} + X_{31} = 150$ (permintaan pasar 1)

$X_{12} + X_{22} + X_{32} = 70$ (permintaan pasar 2)

$X_{13} + X_{23} + X_{33} = 60$ (permintaan pasar 3)

semua $X_{ij} \geq 0$

Dari \ Ke	1	2	3	*Supply*
1	8	5	6	120
2	15	10	12	80
3	3	9	10	80
Demand	150	70	60	280

Langkah Pemecahan Masalah Transportasi :

1. Menentukan solusi fisibel awal dengan menggunakan ketiga metoda berikut :
   a. *North West Corner Rule* (NWCR) / Pokia-Pokaba
   b. *Least Cost Value* (LCV) / Ongkos Terkecil
   c. *Vogel Approximation Method* (VAM)

2. Pilih salah satu hasil solusi fisibel awal yang mempunyai nilai solusi fisibel terkecil.

3. Menentukan apakah metoda yang terpilih pada langkah 1 sudah optimum atau belum, dengan cara menentukan *entering* variabel. Jika ada perubahan, maka lanjutkan ke langkah 4. Tapi jika tidak ada, maka STOP (berhenti).

4. Menentukan *leaving* variabel dari langkah 3 dan menghitung kembali nilai solusi fisibel yang baru, kemudian kembali ke langkah 3.

Untuk langkah 3 dan langkah 4, dapat menggunakan salah satu metode di bawah ini :

a. *Stepping Stone Method*

b. *Multiplier Method*

Metode North West Corner Rule

- Menentukan distribusi dari pojok kiri atas ke pojok kanan bawah tanpa memperhatikan besarnya biaya.

- Prosedurnya :
  1. Mulai pada pojok kiri atas tabel dan alokasikan sebanyak mungkin pada X_{11} tanpa menyimpang dari kendala penawaran atau permintaan (artinya X_{11} ditetapkan sama dengan yang terkecil diantara nilai S_1 dan D_1 atau $\min(S_i,D_j)$)

2. Ini akan menghabiskan penawaran pada sumber 1 dan atau permintaan pada tujuan 1. Akibatnya, tidak ada lagi barang yang dapat dialokasikan ke kolom atau baris yang telah dihabiskan dan kemudian baris atau kolom itu dihilangkan. Kemudian alokasikan sebanyak mungkin ke kotak di dekatnya pada baris atau pindahlah secara diagonal ke kotak berikutnya.

3. Lanjutkan dengan cara yang sama sampai semua penawaran telah dihabiskan dan keperluan permintaan telah dipenuhi.

Sbr \ Tuj	1	2	3	supply
1	120 [8]	[5]	[6]	120
2	30 [15]	50 [10]	[12]	80
3	[3]	20 [9]	60 [10]	80
Demand	150	70	60	280

Caranya :

- Sebanyak mungkin dialokasikan ke X_{11} sesuai dengan aturan bahwa X_{11} adalah yang minimum diantara [120,150], berarti X_{11} = 120. Ini menghabiskan penawaran pabrik 1 dan akibatnya, pada langkah selanjutnya baris 1 dihilangkan.
- Karena X_{11} = 120, maka permintaan pada tujuan 1 belum terpenuhi sebanyak 30. Kotak di dekatnya, X_{21} dialikasikan sebanyak mngkin sesuai dengan X_{21} = min [30,80] = 30. Ini menghilangkan kolom 1 pada langkah selanjutnya.
- Kemudian X_{22} = min [50,70] = 50, yang menghilangkan baris 2.
- X_{32} = min [20,80] = 20
- X_{33} = min [60,60] = 60

Solusi fisibel awal dengan 5 variabel basis & 4 variabel non-basis sbb :

Variabel Basis :

$X_{11} = 120$

$X_{21} = 30$

$X_{22} = 50$

$X_{32} = 20$

$X_{33} = 60$

Variabel Nonbasis :

$X_{12} = 0$

$X_{13} = 0$

$X_{23} = 0$

$X_{31} = 0$

Maka total biaya transpor adalah :

$$Z = 8X_{11} + 5X_{12} + 6X_{13} + 15X_{21} + 10X_{22} + 12X_{23} + 3X_{31} + 9X_{32} + 10X_{33}$$

$$= (8x120) + (15x30) + (10x50) + (9x20) + (10x60)$$

$$= 2690$$

Metode Least Cost Value

- Mencapai tujuan minimasi biaya dengan alokasi sistematik pada kotak-kotak sesuai dengan besarnya biaya transpor per unit.
- Prosedurnya :
  1. Pilih variabel X_{ij} (kotak) dengan biaya transpor (C_{ij}) terkecil dan alokasikan sebanyak mungkin. Untuk C_{ij} terkecil, X_{ij} = minimum [S_i, D_j]. Ini akan menghabiskan baris i atau kolom j.
  2. Dari kotak-kotak sisanya yang layak (yaitu yang tidak terisi atau tidak dihilangkan), pilih nilai C_{ij} terkecil dan alokasikan sebanyak mungkin.
  3. Lanjutkan proses ini sampai semua penawaran dan permintaan terpenuhi.

Tuj / Sbr	1	2	3	supply
1	8	5 **70**	6 **50**	120
2	15 **70**	10	12 **10**	80
3	3 **80**	9	10	80
Demand	150	70	60	280

Caranya :

- Langkah pertama dalam metode LCV adalah menyarankan alokasi X_{31} karena C_{31} = 3 adalah kotak dengan biaya minimum. Jumlah yang dialokasikan adalah X_{31} = min [150,80] = 80. Karena alokasi ini menghabiskan penawaran sumber 3 sehingga baris 3 dihapus, dan X_{32} maupun X_{33} tak layak lagi. Juga, permintaan sebanyak 150 pada tujuan 1 dikurangi 80 sehingga sekarang permintaannya tinggal 70.

- Alokasi kotak selanjutnya dipilih dari 6 kotak sisanya, Cij terkecil adalah C_{12} = 5 dan X_{12} = min [70,120] = 70.

- Alokasi kotak sisanya dibuat dengan cara yang sama.

- Jika terdapat nilai C_{ij} terkecil yang sama (kembar), pilih diantara kotak itu secara sembarang. Karena ini hanya merupakan solusi awal yang tidak berpengaruh terhadap solusi optimum, kecuali mungkin memerlukan iterasi yang lebih banyak untuk mencapainya.

Solusi fisibel awal dengan 5 variabel basis & 4 variabel non-basis sbb :

Variabel Basis :

$X_{12} = 70$

$X_{13} = 50$

$X_{21} = 70$

$X_{23} = 10$

$X_{31} = 80$

Variabel Nonbasis :

$X_{11} = 0$

$X_{22} = 0$

$X_{32} = 0$

$X_{33} = 0$

Maka total biaya transpor adalah :

$$Z = 8X_{11} + 5X_{12} + 6X_{13} + 15X_{21} + 10X_{22} + 12X_{23} + 3X_{31} + 9X_{32} + 10X_{33}$$

$$= (5x70) + (6x50) + (15x70) + (12x10) + (3x80)$$

$$= 2060$$

Metode Aproksimasi Vogel

- VAM hampir selalu memberikan suatu solusi awal yang lebih baik dibanding metode NWCR dan seringkali lebih baik daripada metode LCV.

- Pada beberapa kasus, solusi awal yang diperoleh memalui VAM akan menjadi optimum.

- VAM melakukan alokasi dalam suatu cara yang akan meminimumkan *penalty* (*opportunity cost*) dalam memilih kotak yang salah untuk suatu alokasi.

Prosedurnya

1. Hitung *opportunity cost* untuk setiap baris dan kolom. *Opportunity cost* untuk setiap baris i dihitung dengan mengurangkan nilai C_{ij} terkecil pada baris itu dari nilai C_{ij} satu tingkat lebih besar pada baris yang sama. *Opportunity cost* kolom diperoleh dengan cara yang serupa. Biaya-biaya ini adalah *penalty* karena tidak memilih kotak dengan biaya minimum.

2. Pilih baris atau kolom dengan *opportunity cost* terbesar (jika terdapat nilai kembar, pilih secara sembarang). Alokasikan sebanyak mungkin ke kotak dengan nilai C_{ij} minimum pada baris atau kolom yang dipilih. Untuk C_{ij} terkecil. X_{ij} = minimum [S_i , D_j]. Artinya *penalty* terbesar dihindari.

3. Sesuaikan penawaran dan permintaan untuk menunjukkan alokasi yang sudah dilakukan. Hilangkan semua baris dan kolom dimana penawaran dan permintaan telah dihabiskan.

4. Jika semua penawaran dan permintaan belum dipenuhi, kembali ke langkah 1 dan hitung lahi *opportunity cost* yang baru. Jika semua penawaran dan permintaan, solusi awal telah diperoleh.

Sbr \ Tuj	1	2	3	supply	Penalty Cost (Baris)
1	8	5	6	120	6 – 5 = 1
2	15	10	12	80	12 – 10 = 2
3	3 **80**	9	10	80	9 – 3 = 6
Demand	150	70	60	280	
Penalty Cost (Kolom)	8 – 3 = 5	9 – 5 = 4	10 – 6 = 4		

Dipilih Penalty terbesar

Sbr \ Tuj	1	2	3	supply
1	8 **70**	5	6 **50**	120
2	15	10 **70**	12 **10**	80
3	3 **80**	9	10	80
Demand	150	70	60	280

Penalty Cost (Baris)

I	II	III
1	1	1
2	2	2
6	–	–

Penalty Cost (Kolom)				
	I	5	4	4
	II	7	5	6
	III	–	5	6

Caranya :

- Langkah pertama dalam metode VAM adalah menghitung *opportunity cost (penalty cost)* untuk iterasi ke-1 yang dilakukan pada setiap baris dan kolom. Setelah itu dipilih *opportunity cost* yang terbesar.

- Karena sumber 3 memiliki nilai *opportunity cost* terbesar maka disarankan alokasi X_{31} karena $C_{31} = 3$ adalah kotak dengan biaya minimum jika dibandingkan dengan C_{32} dan C_{33}. Jumlah yang dialokasikan adalah $X_{31} = \min[150,80] = 80$. Karena alokasi ini menghabiskan penawaran sumber 3 sehingga baris 3 dihapus, dan X_{32} maupun X_{33} tak diperhitungkan lagi pada iterasi berikutnya. Juga, permintaan sebanyak 150 pada tujuan 1 dikurangi 80 sehingga sekarang permintaannya tinggal 70.

- Pada iterasi ke-2, lakukan perhitungan *opportunity cost* dengan mengabaikan kotak yang telah terisi (X_{31}) ataupun yang tidak akan diperhitungkan lagi (X_{32}, X_{33}). Karena pada iterasi ke-2, kolom tujuan 1 yang memiliki *opportunity cost* terbesar maka disarankan mengalokasikan ke kotak X_{11} karena $C_{31} = 8$ dengan alokasi sebesar X_{31} = min [70,120] = 70.

- Lakukan iterasi tersebut berulang-ulang sampai permintaan terpenuhi semua.

Solusi fisible awal dengan 5 variabel basis & 4 variabel non-basis sbb :

Variabel Basis :

$X_{11} = 70$

$X_{13} = 50$

$X_{22} = 70$

$X_{23} = 10$

$X_{31} = 80$

Variabel Nonbasis :

$X_{12} = 0$

$X_{21} = 0$

$X_{32} = 0$

$X_{33} = 0$

Maka total biaya transpor adalah :

$$Z = 8X_{11} + 5X_{12} + 6X_{13} + 15X_{21} + 10X_{22} + 12X_{23} + 3X_{31} + 9X_{32} + 10X_{33}$$

$$= (8x70) + (6x50) + (10x70) + (12x10) + (3x80)$$

$$= 1920$$

- Beedasarkan hasil pencarian solusi awal dengan ketiga metoda di atas, diperoleh kesimpulan bahwa biaya awal terkecil adalah 1920 yang diperoleh dari hasil pencarian dengan metoda VAM.
- Tetapi apakah solusi ini merupakan solusi optimum atau bukan, belum diketahui. Karena harus dilanjutkan ke langkah 2 untuk mencari solusi optimum.
- Setelah solusi layak dasar awal diperoleh, kemudian dilakukan perbaikan untuk mencapai solusi optimum.
- Pencarian solusi optimum dapat dilakukan dengan menggunakan metoda ***stepping stone*** atau metoda ***multiplier***.

Contoh 1 Kasus Transportasi Unbalance

Fungsi Tujuan :

Minimalkan $Z = 8X_{11} + 5X_{12} + 6X_{13} + 15X_{21} + 10X_{22} + 12X_{23} + 3X_{31} + 9X_{32} + 10X_{33}$

Fungsi Pembatas :

$$X_{11} + X_{12} + X_{13} = 120$$

$$X_{21} + X_{22} + X_{23} = 80$$

$$X_{31} + X_{32} + X_{33} = 80$$

$$\left.\begin{array}{l} X_{11} + X_{21} + X_{31} \leq 150 \\ X_{12} + X_{22} + X_{32} \leq 70 \\ X_{13} + X_{23} + X_{33} \leq 90 \end{array}\right\}$$

Menunjukkan bahwa semua unit yang tersedia akan dikirimkan, namun satu/lebih kendala permintaan tidak akan terpenuhi

$$X_{ij} \geq 0$$

Pencarian Solusi

- Dalam pencarian solusinya dapat menggunakan tabel transportasi seperti biasa, atau dapat ditambahkan sumber hayal (dummy) yang memiliki biaya transportasi nol per unit untuk setiap tujuan karena sesungguhnya kotak dummy analog dengan variabel slack yang nilai kontribusinya dalam fungsi tujuan sama dengan nol.

- Dalam pencarian solusi dengan metode Least-Cost, kotak-kotak dummy dapat diabaikan dan alokasi dibuat sesuai dengan biaya minimum, setelah alokasi dilakukan. Kelebihannya dialokasikan ke variabel dummy yang sesuai.

- Dalam pencarian solusi dengan metode VAM, nilai C_{ij} dummy digunakan sebagai biaya kolom terkecil ketika dilakukan perhitungan opportunity cost.

- Dalam metode stepping stone dan multifier, kotak-kotak dummy diperlakukan seperti kotak-kotak yang lain.

Tabel Transportasi Tanpa Dummy :

Dari \ Ke	1	2	3	supply
1	8	5	6	120
2	15	10	12	80
3	3	9	10	80
Demand	150	70	90	280 / 310

$$\sum_{i=1}^{m} S_i < \sum_{j=1}^{n} D_j$$

Tabel Transportasi dengan Dummy :

Dari \ Ke	1	2	3	supply
1	8	5	6	120
2	15	10	12	80
3	3	9	10	80
Dummy	0	0	0	30
Demand	150	70	90	310

Pencarian Solusi Awal dengan Metode NWCR :

Dari \ Ke	1	2	3	supply
1	8	5	6	120
2	15	10	12	80
3	3	9	10	80
Demand	150	70	90	280 / 310

Z =

Pencarian Solusi Awal dengan Metode NWCR :

Dari \ Ke	1	2	3	supply
1	8	5	6	120
2	15	10	12	80
3	3	9	10	80
Dummy	0	0	0	30
Demand	150	70	90	310

Z =

Pencarian Solusi Awal dengan Metode Least Cost :

Dari \ Ke	1	2	3	supply
1	8	5	6	120
2	15	10	12	80
3	3	9	10	80
Demand	150	70	90	280 / 310

Z =

Pencarian Solusi Awal dengan Metode Least Cost :

Dari \ Ke	1	2	3	supply
1	8	5	6	120
2	15	10	12	80
3	3	9	10	80
Dummy	0	0	0	30
Demand	150	70	90	310

Z =

Pencarian Solusi Awal dengan Metode VAM :

Dari \ Ke	1	2	3	supply
1	8	5	6	120
2	15	10	12	80
3	3	9	10	80
Demand	150	70	90	280 / 310

Z =

Pencarian Solusi Awal dengan Metode VAM :

Dari \ Ke	1	2	3	supply
1	8	5	6	120
2	15	10	12	80
3	3	9	10	80
Dummy	0	0	0	30
Demand	150	70	90	310

Z =

Contoh 2 Kasus Transportasi Unbalance

Fungsi Tujuan :

Minimalkan $Z = 8X_{11} + 5X_{12} + 6X_{13} + 15X_{21} + 10X_{22} + 12X_{23} + 3X_{31} + 9X_{32} + 10X_{33}$

Fungsi Pembatas :

$$X_{11} + X_{12} + X_{13} \leq 120$$
$$X_{21} + X_{22} + X_{23} \leq 80$$
$$X_{31} + X_{32} + X_{33} \leq 80$$
$$X_{11} + X_{21} + X_{31} = 100$$
$$X_{12} + X_{22} + X_{32} = 70$$
$$X_{13} + X_{23} + X_{33} = 90$$
$$X_{ij} \geq 0$$

Tabel Transportasi Tanpa Dummy :

Dari \ Ke	1	2	3	supply
1	8	5	6	120
2	15	10	12	80
3	3	9	10	80
Demand	100	70	90	280 / 260

$$\sum_{i=1}^{m} S_i > \sum_{j=1}^{n} D_j$$

Tabel Transportasi dengan Dummy :

Dari \ Ke	1	2	3	Dummy	supply
1	8	5	6	0	120
2	15	10	12	0	80
3	3	9	10	0	80
Demand	100	70	90	20	280

Pencarian Solusi Awal dengan Metode NWCR :

Dari \ Ke	1	2	3	supply
1	8	5	6	120
2	15	10	12	80
3	3	9	10	80
Demand	100	70	90	280 / 260

Z =

Pencarian Solusi Awal dengan Metode NWCR :

Dari \ Ke	1	2	3	Dummy	supply
1	8	5	6	0	120
2	15	10	12	0	80
3	3	9	10	0	80
Demand	100	70	90	20	280

Z =

Pencarian Solusi Awal dengan Metode Least Cost :

Dari \ Ke	1	2	3	supply
1	8	5	6	120
2	15	10	12	80
3	3	9	10	80
Demand	100	70	90	280 / 260

Z =

Pencarian Solusi Awal dengan Metode Least Cost :

Dari \ Ke	1	2	3	Dummy	supply
1	8	5	6	0	120
2	15	10	12	0	80
3	3	9	10	0	80
Demand	100	70	90	20	280

Z =

Pencarian Solusi Awal dengan Metode VAM:

Ke / Dari	1	2	3	supply
1	8	5	6	120
2	15	10	12	80
3	3	9	10	80
Demand	100	70	90	280 / 260

Z =

Pencarian Solusi Awal dengan Metode VAM:

Dari \ Ke	1	2	3	Dummy	supply
1	8	5	6	0	120
2	15	10	12	0	80
3	3	9	10	0	80
Demand	100	70	90	20	280

Z =