1. **Pertemuan 2**

Pemrograman Linier

1. Arti dan kegunaan Pemrograman Linier

Setiap perusahaan atau organisasi memiliki keterbatasan atas sumber dayanya, baik keterbatasan dalam jumlah bahan baku, mesin dan peralatan, ruang tenaga kerja, jam kerja, maupun modal. Dengan keterbatasan ini, perusahaan perlu merencanakan strategi yang dapat mengoptimalkan hasil yang ingin dicapai, baik itu berupa keuntungan maksimal atau biaya minimal. Berbagai cara lain telah ditemukan untuk tujuan itu, salah satu diantaranya pemrograman linear (Eddy, 2008).

Pemrograman Linear merupakan metode  matematik dalam mengalokasikan sumber daya yang terbatas untuk mencapai suatu tujuan seperti memaksimumkan keuntungan dan meminimumkan biaya. Pemrograman Linear banyak diterapkan dalam masalah ekonomi, industri, militer, sosial dan lain-lain. Pemrograman Linear berkaitan dengan penjelasan suatu kasus dalam dunia nyata sebagai suatu model matematik yang terdiri dari sebuah fungsi tujuan linear dengan beberapa kendala linear (Siringoringo, 2005)

**Sifat Dasar Pemrograman Linear**

Sifat-sifat dasar atau Karakteristik Pemrograman Linear adalah sebagai berikut:

* Sifat linearitas suatu kasus dapat ditentukan dengan menggunakan beberapa cara. Secara statistik, cara ini dapat diperiksa kelinearan menggunakan grafik (diagram pencar).
* Sifat proporsional dipenuhi jika kontribusi setiap variabel pada fungsi tujuan atau penggunaan sumber daya yang membatasi proporsional terhadap level nilai variabel. Jika harga per unit produk misalnya adalah sama berapapun jumlah yang dibeli, maka sifat proporsional dipenuhi. Atau dengan kata lain, jika pembelian dalam jumlah besar mendapatkan diskon, maka sifat proporsional tidak dipenuhi. Jika penggunaan sumber daya per unitnya tergantung dari jumlah yang diproduksi, maka sifat proporsionalitas tidak dipenuhi.
* Sifat aditivitas mengasumsikan bahwa tidak ada bentuk perkalian silang di antara berbagai aktivitas, sehingga tidak akan ditemukan bentuk perkalian silang pada model. Sifat aditivitas berlaku baik bagi fungsi tujuan maupun pembatas (kendala). Sifat aditivitas dipenuhi jika fungsi tujuan merupakan penambahan langsung kontribusi masing-masing variabel keputusan.
* Sifat divisibilitas berarti unit aktivitas dapat dibagi ke dalam sembarang level fraksional, sehingga nilai variabel keputusan non integer dimungkinkan.
* Sifat Kepastianmenunjukkan bahwa semua parameter model berupa konstan. Artinya koefisien fungsi tujuan maupun fungsi pembatas merupakan suatu nilai pasti, bukan merupakan nilai dengan peluang tertentu.

Kelima asumsi (sifat) ini dalam dunia nyata tidak selalu dapat dipenuhi. Untuk meyakinkan dipenuhinya kelima asumsi ini (Siringoringo, 2005).

**Model Pemrograman Linear**

Model matematis perumusan masalah umum pengalokasian sumberdaya untuk berbagai kegiatan, disebut sebagai model pemrograman linear. Model pemrogram linear ini merupakan bentuk dan susunan dalam menyajikan masalah-masalah yang akan dipecahkan dengan teknik pemrogram linear.

Masalah pemrograman linear secara umum dapat ditulis dalam bentuk umum sebagai berikut.



dengan kendala,

dan

xj≥ 0,  j = 1, 2, 3, …., n

keterangan:

z = fungsi tujuan

xj = jenis kegiatan (variabel keputusan)

aij= kebutuhan sumberdaya  i untuk menghasilkan setiap unit kegiatan j

bi= jumlah sumberdaya i yang tersedia

cj= kenaikan nilai Z jika ada pertambahan satu unit kegiatan j

a, b, dan c, disebut juga sebagai parameter model

m = jumlah sumberdaya yang tersedia

n= jumlah kegiatan.

Persamaan (2. 1) dan (2. 2) bisa dikatakan sebagai model standar dari masalah pemrograman linear. Sebuah formulasi matematika yang sesuai dengan model ini adalah masalah program linier batas normal (Hiller, 1990).

Umumnya terminologi untuk model program linier sekarang dapat diringkas. Fungsi objektif, c1x1+ c2x2+ … + cnxn,dengan kendala sebagai pembatas. Batasan m (dengan fungsi semua variabel a11x1+ a12x2 + … + a1nxn) kadang-kadang disebut fungsi pembatas. Sama halnya dengan kendala xj≥ 0 disebut pembatas non negatif.

Beberapa aturan bentuk program linear baku/standar:

1. Semua batasan/kendala adalah persamaan (dengan sisi kanan yang non-negatif).
2. Semua variabel keputusan adalah non-negatif.
3. Fungsi tujuan dapat berupa maksimasi atau minimasi.

(Aminudin, 2005)

**Beberapa Definisi yang Berkaitan dengan Pemrograman Linear**

Definisi berikut akan dibutuhkan nantinya untuk menjelaskan metode penyelesaian permasalahan pemrograman linear.

**Definisi 1 :** penyelesaian fisibel

Penyelesaian fisibel adalah penyelesaian yang memenuhi persamaan (2. 2) dan (2. 3) pada bentuk standar pemrograman linear di atas. Sedangkan himpunan yang memuat semua penyelesaian fisibel disebut daerah fisibel (F) (Herjanto, E, 2008).

**Definisi 2 :** variabel basis

Variabel basis adalah variabel-variabel yang digunakan di persamaan (2. 1), (2. 2) dan (2. 3) sebanyak m dan bernilai positif (Siswanto, 2007).

**Definisi 4 :** Penyelesaian optimum

Penyelesaian optimum adalah penyelesaian fisibel yang mengoptimumkan fungsi objektif (memenuhi persamaan (2. 1)), maka penyelesaian basis optimum dan optimum tetapi tidak fisibel dapat didefinisikan (Pusat Pembinaan dan Pengembangan Bahasa, 2003).

**Definisi 5 :** Penyelesaian basis optimum

Penyelesaian basis optimum adalah penyelesaian fisibel basis untuk membuat fungsi obyektif menjadi optimum (Anonim, 2003).

**Definisi 6 :** Penyelesaiaan optimum tetapi tidak fisibel

Optimum tetapi tidak fisibel adalah penyelesaian yang terdapat variabel pada penyelesaian basis yang berharga negatif (tidak memenuhi persamaan (2. 3)). yang mengoptimumkan fungsi objektif (memnuhi persamaan (2.1)) (Herjanto, E, 2008).

**Definisi 7 :** Nilai slack

Nilai slack adalah nilai kelebihan suatu sumberdaya yang digunakan pada kondisi optimum terhadap sumberdaya yang tersedia sebagai kendala (Siswanto, 2007).

**Definisi 8 :** Primal fisibel

Primal fisibel adalah adalah model standar pemrograman linear memenuhi persamaan (2. 2) dan (2. 3) di atas yang mengoptimumkan fungsi objektif (Herjanto, E, 2008).

1. Formulasi Persoalan Pemrograman Linier

Ada 3 Langkah Utama Dalam Merumuskan Model Pemrograman Linier Yaitu:

1. Tentukan variabe yang ingin diketahui atau variabel keputusan dan gambar dalam simbol-simbol aljbar.
2. Tentukan semua keterbatasan atau kendala dan gambar dalam bentuk persamaan linier atau ketidaksamaan dari variable tadi
3. Tentukan tujuan atau kreteria dan gambaran sebagai fungsi linier dari variabel keputusan yang akan berbentuk maksimasi atau minimalisasi

Mari kita lihat gambaaran perumusan bebebrapa masalah pemrograman linier berikut.Harap diingat bahwa perumusan bukan merupakan suatu pengetahuan tetapi merupakan masalah yang memerlukan latihan.

Contoh :

Perusahaan han dani mau menjadwalkan produksi dari peralatan dapur yang membutuhkan dua jenis sumber yaitu tenaga buruh dan bahan baku.Perusahaan telah merencanakan tiga jenis model dan ketiganya membutuhkan sumber dan memberikan keuntungan sebagai berikut :

|  |
| --- |
| MODEL |
|  | A | B | C |
| Buruh (jam/satuan ) | 7 | 3 | 6 |
| Bahan baku ( kg/sat. ) | 4 | 4 | 5 |
| Keuntungan ( Rp/unit) | 40 | 20 | 30 |

Penyediaan bahan baku yang didapat dilakukan per hari adalah 300 kg sedangkan kepastian tenaga kerja yang dimiliki adalah 150 jam/hari.Bagaimana perumusan pemrograman liniernya sehingga keuntungan totalnya maksimumnya untuk menentukan kecwpatan produksi hariannya.

Perumusannya

Langkah 1.kegiatan yang ingin diketahui adalah produksi harian dari ketiga model.

Maksimalkan   ,  = produksi harian dari produk A

                            = produksi harian dari produk **B**

**=**produksi harian dari produk C

Langkah 2.Menentukan kendala.Dalam masalh ini kendala yang dihadapi adalah kepastian dari kedua sumber yaitu tenaga kerja dan bahan baku.

Untuk setiap unit produk A dibutuhkan 7 jam buruh,sehingga untuk  unit produk A dibutuhkan 7 ( jam buruh.Model B akan membutuhkan 3  dan mmodel C akan membutuhkan 6 .

Maka kebutuhan tenaga kerja  total adalah:

7  + 3  + 6  yang tidak boleh lebih dari 150 jam/hari,maka:

7  + 3  + 6  ≤ 150

Demikian juga dengan bahanbaku untuk model A dibutuhkan 4 ,untuk model B dibutuhkan 4  dan untuk model C dibutuhkan 5

Maka kendala yang diberikan oleh kepastian bahan baku adalah:

4  + 4  + 5  ≤ 200

Selain itu variabel keputusa harus dibatasi jangan sampai negatif,keterbatasan ini disebut kendala non negatif.

Langkah 3.Menentukan tujuan .tujuan perusahaan adalah memeksimumkan keuntungan sehingga dengan anggapan bahwa semua produksi akan terjual,maka keuntungan total bagi perusahaan  adalah:

                                      Z = 4  + 20  + 30

Maka model pemrograman linier bagi masalah perencanaan campuran produksi ini adalah :

Cari harga  +  +  yang akan memaksimumkan Z = 4  + 20  + 30

Dengan memperhatikan kendala :

7  + 3  + 6  ≤ 150

4  + 4  + 5  ≤ 200

 ≥ 0,  ≥ 0,  ≥ 0

1. Latihan Soal