1. **Pertemuan 5**

Metode Simpleks

1. Latihan Soal Metode simpleks secara table

Persamaan matematis suatu program linier adalah sebagai berikut :

Minimasi : Z = 6X1 + 7,5X2

Dengan pembatas :

7X1+ 3X2 ≥ 210

6X1 + 12X2 ≥ 180

4X2 ≥ 120

X1, X2 ≥ 0

Carilah harga X1 dan X2 ?

**JAWABAN**

Pada kasus ini kita akan menggunakan metode simplex M (BIG – M), hal ini dikarenakan pada kasus ini pertidk samaan pembatasnya menggunakan ≥ (lebih dari sama dengan).

Persamaan Tujuan : Z - 6x1- 7,5X2 - 0S1 - 0S2 - 0S3 = 0 Baris 0

Persamaan Kendala : 7x1+ 3x2 - S1 +A1 = 210 Baris 1

6x1 + 12x2 - S2 +A2 = 180 Baris 2

4x2 - S3 + A3 = 120 Baris 3

Bagi kendala pertidaksamaan jenis ≤, maka *variabel slack*ditambahkan untuk menghabiskan sumber daya yang digunakan dalam kendala. Cara ini tidak dapat diterapkan pada kendala pertidaksamaan jenis ≥ dan kendala persamaan (=) persamaan diatas diperoleh karena tanda ≥ harus mengurangi variable surplus.

Untuk mengarahkan artifisial variabel menjadi nol, suatu biaya yang besar ditempatkan pada A1, A2, dan A3 sehingga fungsi tujuannya menjadi :

Z = 6x1+ 7,5X2 + 0S1 + 0S2 + 0S3 + MA1 + MA2 + MA3

**Table simplex awal dibentuk dengan A1, A2, dan A3 sebagai variable basis, seperti table berikut :**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Basis | X1 | X2 | S1 | S2 | S3 | A1 | A2 | A3 | NK | RASIO |
| Z | 13M-6 | 19M-7,5 | -M | -M | -M | 0 | 0 | 0 | 510M |  |
| A1 | 7 | 3 | -1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 210 | 210 : 3 = 70 |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| A2 | 6 | 12 | 0 | -1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 180 | 180 : 12 = 15 |
| A3 | 0 | 4 | 0 | 0 | -1 | 0 | 0 | 1 | 120 | 120 : 4 = 30 |

Dari table diatas kita ketahui bahwa semua BFS belum optimal. Hal ini dikarenakan seluruh NBV masih mempunyai koefisien yang berharga positif. Oleh karena itu Untuk x2 terpilih sebagai entry variable karena x2 memiliki nilai koefisien positif yang paling besar, dan A3 menjadi Leaving Variable. Dan yang akan menjadi pivot adalah baris 2 karena memiliki rasio paling kecil.

**Langkah-langkah ERO Iterasi Pertama :**

ERO 1 : Menjadikan nilai koefisien x2 berharga 1 pada baris 2

½ x1 + x2 - 1/12S2 +1/12 A2 = 15

ERO 2 : Menjadikan nilai koefisien x2 berharga 0 pada baris 0

Z = 9/4 x1+ 0S1 + 15/24S2 + 0S3 + MA1 + [ M - 15/24]A2 + MA3 + 112,5

ERO 3 : Menjadikan nilai koefisien x2 berharga 0 pada baris 1

11/2 x1 + ¼ S2 + A1- 1/4A2= 165

ERO 4 : Menjadikan nilai koefisien x2 berharga 0 pada baris 3

-2x1 + 1/3 S2 - S3 - 1/3 A2 + A3 = 60

**Konversi bentuk standard iterasi Pertama :**

Z = 9/4 x1+ 0S1 + 15/24S2 + 0S3 + MA1 + [ M - 15/24]A2 + MA3 + 112,5

11/2 x1 + ¼ S2 + A1- 1/4A2= 165

-2x1 + 1/3 S2 - S3 - 1/3 A2+ A3 = 60

½ x1 + x2 - 1/12S2 +1/12 A2 = 15

**Tabel Iterasi Pertama**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Basis | X1 | X2 | S1 | S2 | S3 | A1 | A2 | A3 | NK | RASIO |
| Z | -13/2M-6 | 0 | 0 | 7/12-15/24 | -M | 0 | 1/24- M | 0 | 225M – 112,5 | \* |
| A1 | 11/2 | 0 | 0 | 1/4 | 0 | 1 | -1/4 | 0 | 165 | 165 : 5,5 = 30 |
| A3 | -2 | 0 | 0 | 1/3 | -1 | 0 | -1/3 | 1 | 60 | \* |
| X2 | ½ | 1 | 0 | -1/12 | 0 | 0 | 1/12 | 0 | 15 | 15 : 0,5 = 30 |

Pada fungsi tujuan masih terdapat variable dengan nilai koefisien positif, oleh karena itu lakukan iterasi kedua.

**Langkah-langkah ERO Iterasi Kedua:**

ERO 1 : Menjadikan nilai koefisien x1 berharga 1 pada baris 1

x1 + 1/22 S2 + 2/11A1- 1/22A2= 30

ERO 2 : Menjadikan nilai koefisien x1 berharga 0 pada baris 0

Z = 0S1 + 0,725S2 + 0S3 + MA1 -0,4A1+ [ M – 0,725]A2 + MA3 + 180

ERO 3 : Menjadikan nilai koefisien x1 berharga 0 pada baris 2

0.5 A2= 0

ERO 4 : Menjadikan nilai koefisien x1 berharga 0 pada baris 3

0,39 S2 - S3 +0,36A1 + 0,21 A2 + A3 = 120

**Konversi bentuk standard iterasi kedua :**

Z = 0S1 + 0,725S2 + 0S3 + [M -0,4]A1+ [ M – 0,725]A2 + MA3 + 180

x1 + 1/22 S2 + 2/11A1- 1/22A2= 30

0.5 A2= 0

0,39 S2 - S3 + 0,36A1 + 0,21 A2 + A3 = 120

**Tabel Iterasi Kedua**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Basis | X1 | X2 | S1 | S2 | S3 | A1 | A2 | A3 | NK |
| Z | 0 | 0 | 0 | -0,725 | 0 | -M+0,4 | -1/2M+0,725 | M | -180 |
| x1 | 1 | 0 | 0 | 1/22 | 0 | 2/11 | -1/22 | 0 | 30 |
| A3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | ½ | 0 | 0 |
| X2 | 0 | 0 | 0 | 0,39 | -1 | 0,36 | 0,21 | 1 | 120 |

**Iterasi kedua**adalah **optimum**karena koefisien pada persamaan Z semuanya non positif, dengan x1 = 30, x2 = 120 dan z=-180.

3. PT Unilever bermaksud membuat 2 jenis sabun, yakni sabun bubuk dan sabun batang. Untuk itu dibutuhkan 2 macam zat kimia, yakni A dan B. jumlah zat kimia yang tersedia adalah A=200Kg dan B=360Kg.

Untuk membuat 1Kg sabun bubuk diperlukan 2 Kg A dan 6 Kg B. untuk membuat 1 Kg sabun batang diperlukan 5 Kg A dan 3 Kg B. bila keuntungan yang akan diperoleh setiap membuat 1Kg sabun bubuk = $3 sedangkan setiap 1 Kg sabun batang = $2, berapa Kg jumah sabun bubuk dan sabun batang yang sebaiknya dibuat ?

**JAWABAN**

Pemodelan matematika :

Maksimumkan : Z = 3x1+ 2x2

Pembatas : 2x1 + 5x2 = 200

6x1 + 3x2 = 360

Persamaan Tujuan : Z - 3x1- 2x2 = 0 Baris 0

Persamaan Kendala : 2x1 + 5x2 + A1 = 200 Baris 1

6x1 + 3x2 + A2 = 360 Baris 2

Untuk mengarahkan artifisial variabel menjadi nol, suatu biaya yang besar ditempatkan pada A1, A2, dan A3 sehingga fungsi tujuannya menjadi :

Z = 3x1- 2X2 + MA1 + MA2

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Basis | x1 | x2 | A1 | A2 | NK | Rasio |
| Z | 8M-3 | 8M+2 | 0 | 0 | 560M |  |
| A1 | 2 | 5 | 1 | 0 | 200 | 200:5=40 |
| A2 | 6 | 3 | 0 | 1 | 360 | 360:3=120 |

Dari table diatas kita ketahui bahwa semua BFS belum optimal. Hal ini dikarenakan belum seluruhnya NBV mempunyai koefisien yang berharga positif. Oleh karena itu Untuk x2 terpilih sebagai entry variable karena x2 memiliki nilai koefisien negatif, dan A1 menjadi Leaving Variable. Dan yang akan menjadi pivot adalah baris 1 karena memiliki rasio paling kecil.

**Langkah-langkah ERO Iterasi Pertama :**

ERO 1 : Menjadikan nilai koefisien x2 berharga 1 pada baris 1

0,4x1 + x2 + 0,2A1 = 40

ERO 2 : Menjadikan nilai koefisien x2 berharga 0 pada baris 0

Z = 3,8x1 + [M-0,4]A1 + MA2 - 80

ERO 3 : Menjadikan nilai koefisien x2 berharga 0 pada baris 2

4,8x1 – 0,6A1 + A2 = 240

**Konversi bentuk standard iterasi pertama :**

Z = 3,8x1 + [M-0,4]A1 + MA2 - 80

0,4x1 + x2 + 0,2A1 = 40

4,8x1 – 0,6A1 + A2 = 240

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Basis | x1 | x2 | A1 | A2 | NK | Rasio |
| Z | 4,8M-3,8 | 0 | 0,4-0,4M | 0 | 240M+80 |  |
| X2 | 0,4 | 1 | 0,2 | 0 | 40 |  |
| A2 | 4,8 | 0 | 0,6 | 1 | 240 |  |

**Iterasi pertama**adalah **optimum**karena koefisien pada persamaan Z semuanya positif, dengan x1 = 40, x2 = 240 dan z=240M+80.