1. **Pertemuan 7**

Metode Simpleks Dua Fasa

1. Pengertian metode simpleks Dua Fasa

Metode dua fase digunakan jika variabel basis awal terdiri dari variabel buatan. Disebut sebagai metode dua fase, karena proses optimasi dilakukan dalam dua tahap. Tahap pertama merupakan proses optimasi variabel buatan, sedangkan proses optimasi variabel keputusan dilakukan pada tahap kedua. Karena variabel buatan sebenarnya tidak ada (hanya ada di atas kertas), maka tahap pertama dilakukan untuk memaksa variabel buatan bernilai 0. Perhatikan kasus berikut:

Tahap 1

Min A = A1 + A2

Terhadap: x1 + x2 + A1 = 90

0.001x1 + 0.002x2 + s1 = 0.9

0.02x1 + 0.06x2 + s3 = 4.5

x1, x2, s1, s2, s3 ≥ 0

1. Langkah Penyelesaian metode Dua Fasa

* Ubah model PL ke dalam bentuk baku (sebagaimana pada metode Big M), dengan fungsi objektifnya adalah meminimumkan sumasi dari variabel artifisial, yaitu:

Min r = R1 + R2 + . . . + Rm, kemudian temukan solusi optimalnya. Jika pada solusi optimal diperoleh r = 0, maka lanjut ke fase 2. Jika tidak, maka model PL tidak memiliki solusi layak (proses berhenti).

* Gunakan solusi layak dari fase 1 sebagai solusi dasar awal dari model semula, dan lakukan iterasi simpleks sampai diperoleh solusi optimal.

Tinjau kembali contoh sebelumnya.

Contoh

Min Z = 4x1 + x2

Dengan kendala:

3x1 + x2 = 3

4x1 + 3x2 ≥ 6

x1 + 2x2 ≤ 4

x1, x2 ≥ 0

Temukan solusi optimalnya dengan menggunakan metode dua fase.

Fase 1: menentukan solusi minimum dari sumasi variabel artifisial

Ubah fungsi objektif menjadi meminimumkan sumasi dari variabel artifisial, dan ubah kendala menjadi bentuk baku (sebagaimana pada metode Big M):

Min r = R1 + R2

Dengan kendala:

3x1 + x2 + R1 = 3

4x1 + 3x2 − s1 + R2 = 6

x1 + 2x2 + s2 = 4

x1, x2, s1, s2, R1, R2 ≥ 0

Tabel simpleks awal fase 1

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Itr. | No. | Basis | r x1 x2 s1 R1 R2 s2 | Solusi | Rasio |
| 0 | (0)  (1)  (2)  (3) | r  R1  R2  s2 | 1 0 0 0 -1 -1 0  0 3 1 0 1 0 0  0 4 3 -1 0 1 0  0 1 2 0 0 0 1 | 0  3  6  4 |  |

Sebelum menjalankan prosedur simpleks, lakukan modifikasi pada tabel, dengan mengubah koefisien R1 dan R2 pada baris (0) menjadi 0, dengan cara:

(0)baru = (0)lama + (1 × (1) + 1 × (2))

Iterasi ke-0: tabel simpleks awal fase 1 termodifikasi

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Itr. | No. | Basis | r x1 x2 s1 R1 R2 s2 | Solusi | Rasio |
| 0 | (0)  (1)  (2)  (3) | r  R1  R2  s2 | 1 7 4 -1 0 0 0  0 3 1 0 1 0 0  0 4 3 -1 0 1 0  0 1 2 0 0 0 1 | 9  3  6  4 |  |

Solusi dasar awal: x1 = 0, x2 = 0, R1 = 3, R2 = 6, Z = 9

Iterasi ke-: solusi optimal fase 1

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Itr. | No. | Basis | r x1 x2 s1 R1 R2 s2 | Solusi | Rasio |
|  | (0)  (1)  (2)  (3) | r  R1  R2  s2 | 1 0 0 0 -1 -1 0  0 1 0 1/5 3/5 -1/5 0  0 0 1 -3/5 -4/5 3/5 0  0 0 0 1 1 -1 1 | 0  3/5  6/5  1 |  |

Solusi optimal fase 1:

x1 = 3 5 , x2 = 36 5 , s2 = 1, r = 0.

Dalam hal ini diperoleh solusi optimal r = 0, sehingga proses berlanjut ke tahap 2.

Fase 2: mencari solusi optimal dari model semula Kembali ke model PL semula, yaitu dengan menggunakan fungsi objektif semula, dan kendala berdasarkan tabel optimal fase 1 (tanpa mengikutsertakan variabel artifisial).

Min Z = 4x1 + x2

Dengan kendala:

x1 + 1 5 s1 = 3 5

x2 − 3 5 s1 = 6 5

s1 + s2 = 1

x1, x2, s1, s2 ≥ 0

Tabel simpleks awal fase 2

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Itr. | No. | Basis | r x1 x2 s1 s2 | Solusi | Rasio |
| 0 | (0)  (1)  (2)  (3) | *Z*  *x1*  *x2*  *s2* | 1 -4 -1 0 0  0 1 0 1/5 0  0 0 1 -3/5 0  0 0 0 1 1 | 0  3/5  6/5  1 |  |

Jadikan koefisien x1 dan x2 pada baris (0) menjadi 0, dengan cara:

(0)baru = (0)lama + (4 × (1) + 1 × (2))

Iterasi ke-0: Tabel simpleks awal fase 2 termodifikasi

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Itr. | No. | Basis | r x1 x2 s1 s2 | Solusi | Rasio |
| 0 | (0)  (1)  (2)  (3) | *Z*  *x1*  *x2*  *s2* | 1 0 0 1/5 0  0 1 0 1/5 0  0 0 1 -3/5 0  0 0 0 1 1 | 18/5  3/5  6/5  1 |  |

Solusi optimum dicapai pada iterasi ke-1 (harap diperiksa !!)

Jalankan fase 1 dari problem di bawah ini, dan tunjukkan bahwa ia tidak memiliki solusi layak.

Max Z = 2x1 + 52

Dengan kendala:

3x1 + 2x2 ≥ 6

2x1 + x2 ≤ 2

x1, x2 ≥ 0

1. Latihan soal

Terdapat 4 kasus khusus yang dapat terjadi dalam penggunaan metode simpleks:

1. Degeneracy
2. Alternate optima
3. Solusi tak berbatas (unbounded solutions)
4. Solusi tak layak (infeasible solutions)

Jelaskan masing-masing kasus tersebut; dan untuk setiap kasus, berikan contoh model PL-nya!