**Lembar kerja Pertemuan ke-11**

**Interpolasi Newton Gregory**

Tujuan Pembelajaran:

1. Mahasiswa dapat menjelaskan syarat penggunaan Newton Gregory
2. Mahasiswa dapat menjelaskan keterkaitan antara interpolasi Newton dengan Newton Gregory
3. Mahasiswa dapat menghitung tabel selisih maju dan tabel selisih mundur
4. Mahasiswa dapat menggunakan metode Newton Gregory Maju dan Newton Gregory Mundur untuk melakukan interpolasi
5. Mahasiswa dapat menghitung taksiran galat dari metode Lagrange, Newton dan Newton Gregory

Ilustrasi

 h h h h h

x0 x1 x2 x3 x4 dst.

Khusus untuk nilai *x*  yang memiliki jarak yang sama bisa digunakan metode Newton Gregory. Ada 2 jenis metode Newton Gregory Maju dan Newton Gregory Mundur.

 Dinotasikan $f\left(x\_{0}\right)=f\_{0}, f\left(x\_{1}\right)=f\_{1}, f\left(x\_{2}\right)=f\_{2}, …. $

1. **Newton Gregory Maju**

Didefinisikan selisih maju sbb $∆f\_{0}=f\_{1}-f\_{0}$, $ ∆f\_{1}=f\_{2}-f\_{1}$, $ ∆f\_{2}=\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_$, $ ∆f\_{7}=\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_$

Jika$ ∆^{2}f\_{0}=∆f\_{1}-∆f\_{0}$ maka $ ∆^{2}f\_{1}=\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_, dan ∆^{3}f\_{0}=\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_$,.

Akan dipelajari hubungan antara selisih terbagi dengan selisih maju. Diketahui bahwa $x\_{1}-x\_{0}=h$, $x\_{2}-x\_{1}=h$, $x\_{3}-x\_{2}=h$, dst. maka

**3. Tunjukkan bahwa :**$f\left[x\_{3},x\_{2},x\_{1},x\_{0}\right]=\frac{∆^{3}f\_{0}}{3!h^{3}}$





4. Sehingga

$f\left[x\_{4},x\_{3},…,x\_{0}\right]=$ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

$ f\left[x\_{n},x\_{n-1},…,x\_{0}\right]=$ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Dari polinom Newton diperoleh:





Sama dengan

Jika $x\_{1}=x\_{0}+1.h$ dan $x\_{2}=x\_{0}+2.h$ maka nilai *x* adalah nilai yang akan diinterpolasikan maka *x* dapat dituliskan menjadi $x=x\_{0}+s.h, s\in R$ maka diperoleh bahwa $\frac{x-x\_{0}}{h}=$s , $\frac{x-x\_{1}}{h}=$s-1, dan $\frac{x-x\_{2}}{h}=$s-2 sehingga



 atau



 Polinom Newton Gregory Maju

1. **Penerapan Newton Gregory Maju**

Dengan menggunakan kasus yang sama yaitu menghitung nilai f(2.2) akan digunakan metode Newton Gregory Maju. Lengkapi tabel berikut

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| $$x\_{i}$$ | $$f(x\_{i})$$ | $$∆f$$ | $$∆^{2}f$$ | $$∆^{3}f$$ |
| 1.5 | 0.04979 |  |  |  |
| 2 | $$0.01832$$ |  |  |  |
| 2.5 | 0.00673 |  |  |  |
| 3 | 0.00248 |  |  |  |

* Gunakan polinom Newton Gregory Maju berderajat 2 untuk menghitung nilai f(2.2), pilih $x\_{0}=1.5,x\_{1}=2$ dan $x\_{2}=2.5$ (dalam 6 desimal)
1. **Polinom Newton Gregory Mundur**

**Tabel Selisih Mundur**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| $$x\_{i}$$ | $$f(x)$$ | $$∇f$$ | $$∇^{2}f$$ | $$∇^{3}f$$ |
| $$x\_{-3}$$ | $$f\_{-3}$$ |  |  |  |
| $$x\_{-2}$$ | $$f\_{-2}$$ | $$∇f\_{-2}$$ |  |  |
| $$x\_{-1}$$ | $$f\_{-1}$$ | $$∇f\_{-1}$$ | $$∇^{2}f\_{-1}$$ |  |
| $$x\_{0}$$ | $$f\_{0}$$ | $$∇f\_{0}$$ | $$∇^{2}f\_{0}$$ | $$∇^{3}f\_{0}$$ |

Dimana : $f\_{0}=f\left(x\_{0}\right), f\_{-1}=f(x\_{-1})$, $∇f\_{0}=f\_{0}-f\_{-1}$, $∇f\_{-1}=\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_$, $∇^{2}f\_{0}=∇f\_{0}-∇f\_{-1}$ maka untuk

$∇^{2}f\_{-1}=\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_$ dan $∇^{k+1}f\_{i}=\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_\\_$

1. **Penerapan Newton Gregory Mundur**

Dengan menggunakan kasus yang sama yaitu menghitung nilai f(2.2) akan digunakan metode Newton Gregory Mundur. Lengkapi tabel berikut

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| $$x\_{i}$$ | $$f(x\_{i})$$ | $$∆f$$ | $$∆^{2}f$$ | $$∆^{3}f$$ |
| 1.5 | 0.04979 |  |  |  |
| 2 | $$0.01832$$ |  |  |  |
| 2.5 | 0.00673 |  |  |  |
| 3 | 0.00248 |  |  |  |

* Gunakan polinom Newton Gregory Mundur berderajat 2 untuk menghitung nilai f(2.2), pilih $x\_{0}=2.5,x\_{-1}=2$ dan $x\_{-2}=1.5$ (dalam 6 desimal)
* Gunakan polinom Newton Gregory Maju berderajat 1 untuk menghitung nilai f(2.2), pilih $x\_{0}=2,x\_{1}=2.5$ (dalam 6 desimal)
1. **Taksiran Galat Interpolasi Newton dan Newton Gregory**

Selain menggunakan galat eksak ataupun galat relatif hampiran, dalam Interpolasi Newton dan Interpolasi Newton Gregory dapat digunakan taksiran galat untuk memperkirakan besarnya galat yang mungkin terjadi. Taksiran galat dapat dihitung jika terdapat titik tambahan $x\_{n+1}$.

|  |  |
| --- | --- |
| Interpolasi | Taksiran Galat |
| Newton | $$E\left(x\right)=\left(x-x\_{0}\right)\left(x-x\_{1}\right)…\left(x-x\_{n}\right)f[x\_{n+1},x\_{n},…,x\_{1}]$$ |
| Newton Gregory Maju | $E\left(x\right)=s\left(s-1\right)…(s-n)\frac{∆^{n+1}f\_{0}}{\left(n+1\right)!}$ $s=(x-x\_{0})/h$ |

* Hitunglah taksiran galat untuk polinom Newton berderajat 2 untuk titik $x\_{0}=1.5$, $x\_{1}=2$ dan $x\_{2}=2.5 $kasus diatas
* Hitunglah taksiran galat untuk polinom Newton Gregory Maju berderajat 2 untuk titik $x\_{0}=1.5$, $x\_{1}=2$ dan $x\_{2}=2.5 $kasus diatas