

# PROGRAM LINIER

## (Pemodelan Matematika dan Metode Grafis)

### Pertemuan Ke-2

Team Dosen Riset Operasional  
Program Studi Teknik Informatika  
Universitas Komputer Indonesia

# PROGRAM LINEAR

1. **Linier Programming** adalah suatu cara untuk menyelesaikan persoalan pengalokasian sumber-sumberdaya yang terbatas, diantara beberapa aktivitas yang bersaing dengan cara yang terbaik yang mungkin dilakukan.
2. **Linier Programming** merupakan metode matematika dalam mengalokasikan sumberdaya yang langka untuk mencapai tujuan tunggal seperti memaksimumkan keuntungan atau meminimumkan biaya.
3. **Linier Programming** adalah salah satu model *Operations Research* yang menggunakan teknik optimisasi matematika linear di mana seluruh yang harus berupa fungsi matematika linear.

# Formulasi Model Program Linier

- Masalah keputusan yang sering dihadapi adalah alokasi optimum sumberdaya yang langka.
  - Sumberdaya : uang, tenaga kerja, bahan mentah, kapasitas mesin, waktu, ruangan, teknologi, dll.
  - Tujuan : mencapai hasil terbaik yang mungkin dicapai dengan keterbatasan sumberdaya yang ada  
Maksimasi : profit, penjualan, kesejahteraan  
Minimasi : biaya, waktu, jarak
- Karakteristik dalam program linier :
1. Variabel Keputusan
  2. Fungsi Tujuan
  3. Fungsi Kendala/Pembatas

# Variabel Keputusan (1)

- ❖ Variabel keputusan adalah variabel yang menguraikan secara lengkap keputusan-keputusan yang akan dibuat dan akan mempengaruhi nilai tujuan yang hendak dicapai.
- ❖ Penentuan variabel keputusan harus dilakukan terlebih dahulu sebelum merumuskan fungsi tujuan dan kendala-kendalanya.
- ❖ Caranya, ajukan pertanyaan :  
“Keputusan apa yang harus dibuat agar nilai fungsi tujuan menjadi maksimum atau minimum”

# Variabel Keputusan (2)

Contoh :

1. Berapa **banyak produk harus diproduksi dan persediaan harus tersedia** pada periode tertentu agar laba total maksimum atau biaya total maksimum ?
2. Berapa **banyak produk harus dikirim** dari gudang K ke gudang L agar biaya pengiriman total minimum ?
3. Saham mana yang harus dibeli dan **berapa banyak saham harus dibeli** agar tingkat kembalian total maksimum ?

# Fungsi Tujuan (1)

1. Fungsi Tujuan merupakan fungsi dari variabel keputusan yang akan **dimaksimumkan** (biasanya untuk pendapatan atau keuntungan) atau **diminimumkan** (biasanya untuk ongkos/biaya).
2. Dalam program linier, tujuan yang hendak dicapai harus diwujudkan ke dalam sebuah fungsi matematika linier.

# Fungsi Tujuan (2)

## Contoh :

- Memaksimumkan laba perusahaan
- Meminimumkan biaya persediaan
- Meminimumkan biaya-biaya operasi
- Meminimumkan waktu kerja
- Memaksimumkan daya jangkau media promosi

## Model matematis :

- ✓ Maksimasi :  $Z = f(X_1, X_2, \dots, X_n)$
- ✓ Minimasi :  $Z = f(X_1, X_2, \dots, X_n)$

# Fungsi Kendala/Pembatas (1)

- ▶ Pembatas merupakan kendala yang dihadapi sehingga kita tidak bisa menentukan harga-harga variabel keputusan secara sembarang.
- ▶ Contoh :
  1. Keputusan meningkatkan volume produksi dibatasi oleh faktor-faktor seperti kemampuan mesin, jumlah sumber daya manusia, dan teknologi yang tersedia.
  2. Manajer produksi harus menjaga tingkat produksi agar permintaan pasar terpenuhi
  3. Agar kualitas produk yang dihasilkan memenuhi standar tertentu maka unsur bahan baku yang digunakan harus memenuhi kualifikasi minimum.

# Fungsi Kendala/Pembatas (2)

▶ Ada tiga macam kendala :

## 1. Kendala berupa pembatas

- Mengendalikan ruas kiri agar tidak lebih besar dari ruas kanannya
- Tanda yang digunakan :  $\leq$

## 2. Kendala berupa syarat

- Mengendalikan ruas kiri agar tidak lebih kecil daripada nilai ruas kanannya
- Tanda yang digunakan :  $\geq$

## 3. Kendala berupa keharusan

- Mengendalikan nilai ruas kiri agar nilainya sama dengan nilai ruas kanannya.
- Tanda yang digunakan :  $=$

# Asumsi Model Programa Linier

- 1. Asumsi kesebandingan (*proporsionality*)**  
Penambahan ongkos atau keuntungan bertambah sesuai dengan pertambahan variabel keputusan
- 2. Asumsi penambahan (*addivity*)**  
Setiap penambahan variabel keputusan akan berpengaruh kepada fungsi tujuan, begitu juga setiap penambahan fungsi pembatas akan berpengaruh kepada fungsi tujuan
- 3. Asumsi pembagian (*divisibility*)**  
Nilai yang diberikan oleh variabel keputusan bisa berupa pecahan
- 4. Asumsi kepastian (*certainty*)**  
Parameter-parameter model yang terdapat pada sistem tersebut sudah diketahui

# Model Matematika Untuk PL

Maksimumkan/minimumkan  $z=f(x_1, x_2, \dots, x_n)$

Dengan kendala

$$\left. \begin{array}{l} g_1(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ g_2(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ \vdots \\ g_m(x_1, x_2, \dots, x_n) \end{array} \right\} \begin{array}{l} \geq \\ = \\ \leq \end{array} \left\{ \begin{array}{l} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{array} \right.$$

Syarat nonnegatif  $x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0$

# Contoh Kasus

Seorang petani memiliki lahan pertanian yang akan ditanami tembakau dan kedelai seluas maksimal 150 hektar. Setiap hektar tembakau butuh 100 jam tenaga kerja dan untuk kedelai butuh 200 jam.

Kemampuan penyediaan jam kerja sampai dgn musim panen maksimum 16000 jam.

Untuk memenuhi kebutuhan tembakau maka lahan harus ditanami tembakau minimal 20 hektar.

Setiap hektar tembakau keuntungannya Rp. 75.000,- dan kedelai Rp. 25.000,-

Tentukan keputusan optimal yg sebaiknya dipilih petani?

# Model Matematika

Misalkan Jumlah tanah yang ditanami tembakau adalah  $x_1$  ha. Jumlah tanah yang ditanami kedelai adalah  $x_2$  ha

Maksimumkan

$$z = 75x_1 + 25x_2 \quad (\text{dalam ribuan})$$

Dengan kendala

$$x_1 + x_2 \leq 150 \quad (\text{lahan})$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 160 \quad (\text{jam})$$

$$x_1 \geq 20 \quad (\text{lahan minimum})$$

Syarat non negatif  $x_1, x_2 \geq 0$

# Penyelesaian Model Matematika

$$x_1 + x_2 = 150$$

Jika  $x_1 = 0$  maka  $x_2 = 150$   
(0,150)

Jika  $x_1 = 10$  maka  $x_2 = 140$   
(10,140)

Periksa titik (0,0)

Maka  $x_1 + x_2 \leq 150$   
 $0+0 \leq 150$   
 $0 \leq 150$  (benar)

$$x_1 + 2x_2 = 160$$

Jika  $x_1 = 0$  maka  $x_2 = 80$   
(0,80)

Jika  $x_2 = 20$  maka  $x_1 = 120$   
(120,20)

Periksa titik (0,0) Maka  
 $x_1 + 2x_2 \leq 160$   
 $0+0 \leq 160$   
 $0 \leq 160$  (benar)

# Penyelesaian Model Matematika

$x_1 = 20$  (20,0) dan (20,10)

Periksa titik (10,0)

Maka  $x_1 \geq 20$

$10 \geq 20$  (salah)

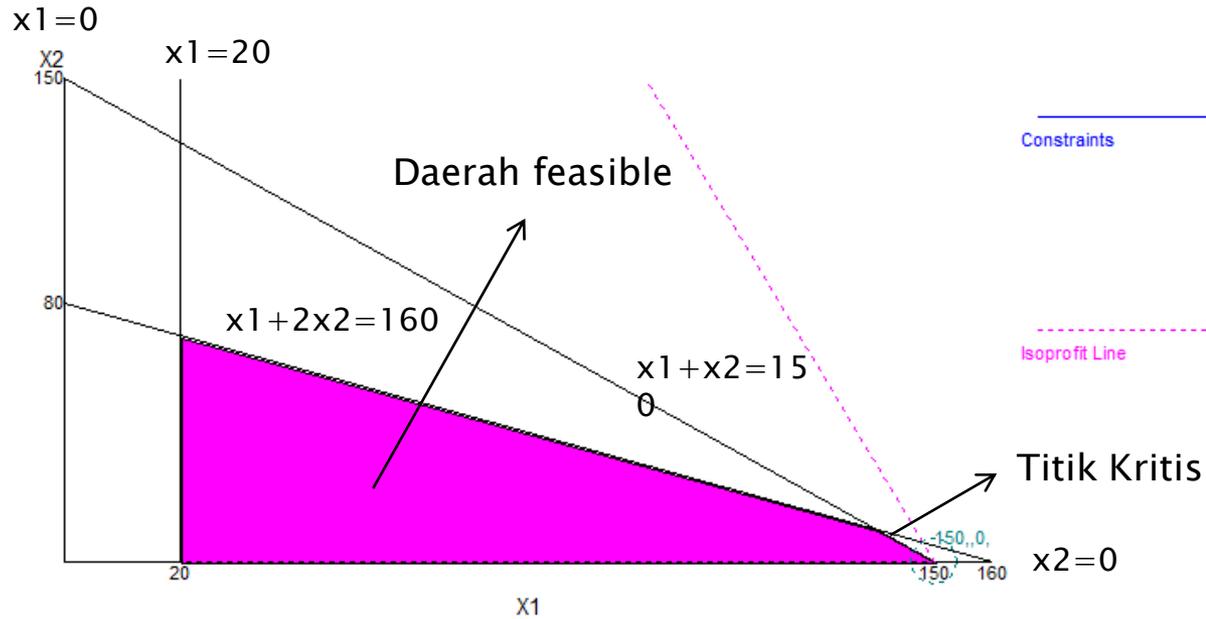
Syarat non negatif  $x_1, x_2 \geq 0$

$x_1 = 0$

Dan  $x_2 = 0$

# Diagram dari Program Linear

Penentuan Luas Tanah



# Mencari Titik Potong

- ▶ Cari titik potong dari garis
- ▶  $x_1 + 2x_2 = 160$  dengan  $x_1 + x_2 = 150$  menggunakan metode eliminasi diperoleh titik (140,10)
- ▶ Cari titik potong dari garis
- ▶  $x_1 + 2x_2 = 160$  dengan  $x_1 = 20$  dengan mensubstitusi  $x_1 = 20$  ke persamaan
- ▶  $x_1 + 2x_2 = 160$  diperoleh titik (20,70)

# Hitung nilai z dari titik ekstrim

Koordinat Titik	Nilai $z=75x_1+25x_2$
(150,0)	11250
(20,0)	1500
(140,10)	10750
(20,70)	3250

# Kesimpulan

Untuk mendapatkan keuntungan maksimum maka lahan dapat ditanam satu jenis tanaman saja yaitu tembakau dengan keuntungan sebesar 11250

# Tugas !!!

Sebuah perusahaan memproduksi dua jenis mainan dari kayu, berupa boneka dan kereta api. Boneka dijual Rp.27.000/lusin dan memerlukan biaya material Rp. 10.000 dan biaya tenaga kerja Rp.14.000. Kereta api dijual seharga Rp. 21.000/lusin memerlukan biaya material Rp. 9.000 dan biaya tenaga kerja Rp. 10.000. Untuk membuat boneka dan kereta api Diperlukan dua kelompok kerja yaitu tukang kayu dan tukang poles. Setiap lusin boneka memerlukan 2 jam pemolesan dan dan 1 jam pekerjaan kayu.

Sedangkan setiap lusin kereta api memerlukan 1 jam pemolesan dan 1 jam pekerjaan kayu. Meskipun pada setiap minggunya setiap minggu perusahaan dapat memenuhi seluruh material yang diperlukan, jam kerja yang tersedia 100 jam untuk pemolesan dan 80 jam untuk pekerjaan kayu. Dari pengamatan pasar diketahui bahwa kebutuhan akan kereta api tidak terbatas sedangkan untuk boneka penjualan tidak lebih dari 40 lusin terjual setiap minggunya.

1. Buatlah Model Matematikanya !
2. Selesaikan program liniernya dengan metode grafis
3. Carilah Titik potongnya
4. Hitung nilai dan titik ekstrimnya
5. Buatlah kesimpulan.