GEJALA PUSAT DAN UKURAN LETAK

GEJALA PUSAT

Ukuran gejala pusat adalah suatu ukuran yang digunakan untuk mengetahui kumpulan data mengenai sampel atau populasi yang disajikan dalam tabel dan diagram, yang dapat mewakili sampel atau populasi

Gejala pusat sebagai nilai rata-rata yang mempunyai kecenderungan memusat, sehingga sering disebut ukuran kecenderungan memusat (measures of central tendency).

Gejala pusat pada hakekatnya menganggap rata-rata (average) dapat merupakan nilai yang cukup representatif bagi penggambaran nilai-nilai yang terdapat dalam data yang bersangkutan.

MACAM – MACAM GEJALA PUSAT

MEAN (RATA-RATA HITUNG)

1. Data tunggal

Misal $X_1, X_2, X_3, \ldots, X_n$ adalah hasil pengamatan dari sampel, maka rata-rata hitung dari kumpulan data tersebut adalah :

$$\overline{X} = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + \ldots + X_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n}$$

Contoh:

Perhatikan 10 data berikut: 8, 3, 2, 4, 6, 8, 7, 3, 4, 9. Tentukan rata-rata hitung dari data berikut:

$$\bar{x} = \frac{8+3+2+4+6+8+7+3+4+9}{10} = \frac{54}{10} = 5{,}4$$

MEAN (RATA-RATA HITUNG)

2. Data berbobot

Misal suatu data di mana masing-masing data memiliki bobot tertentu, nilai X_1 dengan bobot B_1, nilai X_2 dengan bobot B_2, nilai X_3 dengan bobot B_3, …, dan nilai X_n dengan bobot B_n, maka nilai rata-rata hitungnya adalah:

$$\overline{X} = \frac{B_1X_1 + B_2X_2 + B_3X_3 + \ldots + B_nX_n}{B_1 + B_2 + B_3 + \ldots + B_n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} B_iX_i}{\sum_{i=1}^{n} B_i}$$

Contoh:

Misalkan pada akhir semester untuk mata kuliah Statistika dan Probabilitas diketahui bahwa Sarah mempunyai nilai terstruktur dengan rincian Ujian Akhir Semester (UAS) adalah 82.5, Ujian Tengah Semester (UTS) adalah 70, nilai tugas (T) adalah 85 dan nilai absensi 100. Ditentukan oleh Universitas bahwa bobot untuk UAS adalah 40%, bobot UTS 30%, bobot T 20% dan bobot Absensi 10%. Berdasarkan bobot masing-masing nilai tersebut dimisalkan X_1= nilai UAS dengan bobot b_1, X_2= nilai UTS dengan bobot b_2, X_3= nilai T dengan bobot b_3, X_4= nilai absensi dengan bobot b_4, maka nilai akhir semester Sarah untuk mata kuliah Statistika dan Probabilitas adalah:

MEAN (RATA-RATA HITUNG)

$$\bar{X} = \frac{b_1X_1 + b_2X_2 + b_3X_3 + b_4X_4}{b_1 + b_2 + b_3 + b_4}$$

$$= \frac{(40\%)(82{,}5) + (30\%)(70) + (20\%)(85) + (10\%)(100)}{40\% + 30\% + 20\% + 10\%} = \frac{81}{1} = 81$$

MEAN (RATA-RATA HITUNG)

3. Data yang berulang

Misal suatu data di mana masing-masing data memiliki pengulangan dengan frekuensi tertentu, nilai X_1 dengan mengulang sebanyak f_1, nilai X_2 dengan bobot f_2, nilai X_3 d engan bobot f_3, …, dan nilai X_n dengan bobot f_n, maka nilai rata-rata hitungnya ad alah:

$$\overline{X} = \frac{f_1X_1 + f_2X_2 + f_3X_3 + \ldots + f_nX_n}{f_1 + f_2 + f_3 + \ldots + f_n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i X_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i}$$

Contoh:

Berikut adalah hasil ujian 40 mahasiswa:

Nilai	f
35	5
50	8
60	12
75	12
85	3

$$\bar{x} = \frac{(35\times5)+(50\times8)+(60\times12)+(75\times12)+(85\times3)}{40} = \frac{2450}{40} = 61.25$$

Dengan :

MEAN (RATA-RATA HITUNG)

4. Data berkelompok

Jika data sudah tersedia dalam bentuk distribusi frekuensi maka rata-rata hitung untuk data tersebut dapat dihitung dengan formula:

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i X_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i}$$

f Dengan :

X_i = frekuensi kelas ke-i

= nilai tengah kelas ke-i

Dengan :

MEAN (RATA-RATA HITUNG)

Data dari 60 nilai statistika mahasiswa UNIKOM disajikan pada tabel distribusi frekuensi berikut;

Kelas	Xi	f	fiXi
10 – 24	17	4	68
25 – 39	32	4	128
40 – 54	47	7	329
55 – 69	62	13	806
70 – 84	77	24	1848
85 – 99	92	8	736
Total		$\sum f_i = 60$	$\sum f_i X_i = 3915$

Maka rata-rata hitung dari 60 nilai statistika adalah $\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i X_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i} = \frac{3915}{60} = 65{,}25$

MEAN (RATA-RATA HITUNG)

Atau jika diketahui panjang kelas dalam satu tabel distribusi frekuensi sama dapat menggunakan:

$$\overline{X} = X_0 + p\left(\frac{\sum f_i c_i}{\sum f_i}\right)$$

Dengan

X_0 = nilai tengah kelas dengan kode nol

p = panjang kelas

f_i = frekuensi tiap kelas

c_i = kode kelas ke-i, pemberian kode ditentukan dengan melihat frekuensi kelas, untuk kelas yang frekuensinya paling besar diberi kode 0, kelas diatasnya diberi kode -1, -2, -3, …dst. Sedangkan kelas berikutnya diberi kode +1, +2, +3,…dst.

MEAN (RATA-RATA HITUNG)

Contoh :

Kelas	Xi	fi	ci	fici
10 – 24 25 – 39 40 – 54 55 – 69 70 – 84 85 – 99				
Total		$\sum f_i =$		$\sum f_i c_i =$

Maka rata-rata hitung dari 60 nilai statistika adalah:

$$\bar{X} = X_0 + p\left(\frac{\sum f_i c_i}{\sum f_i}\right) =$$

MODUS

Modus adalah bilangan yang frekuensi terbesar. Dalam kehidupan nyata, penggunaan gejala pusat ini sering digunakan dibandingkan rata-rata, Seperti, Bayi itu sejak kemarin seing menangis, ukuran gejala pusat yang digunakan adalah modus, yaitu menangis. Contoh yang lainnya ayah akhir-akhir ini sering pulang terlambat, ukuran gejala pusat yang digunakan dalam kalimat ini juga adalah modus yaitu terlambat. Kelebihan menggunakan modus adalah:

1. Tidak peka atau tidak terpengaruh oleh nilai ekstrim
2. Cocok untuk data homogen maupun heterogen
3. Kekurangan dari penggunaan modus:
4. Kurang menggambarkan mean populasi
5. Modus bisa lebih dari satu atau bahkan tidak ada.

Data tunggal

Contoh: 2, 8, 9, 11, 2, 6, 6, 7, 5, 2, 2, maka Mo = 2

Contoh: 2, 2, 2, 2, 2, 2, maka Mo = tidak ada

MODUS

Data kelompok

$$Mo = b + p\left(\frac{b_1}{b_1 + b_2}\right)$$

Dengan
b = ujung bawah kelas Modal (f terbesar)
b_1 = frekuensi kelas modal – frekuensi kelas sebelumnya
b_2 = frekuensi kelas modal – frekuensi kelas sesudahnya
$p =$ panjang kelas
Contoh: Tentukanlah Modus dari data berikut:

Kelas	f
31-40	2
41-50	3
51-60	5
61-70	14
71-80	24
81-90	20
91-100	12
Jumlah	80

Berdasarkan tabel diperoleh: b =… , p =…, $b_1 = \cdots$, $b_2 = \cdots$
Maka $Mo =$

MEDIAN

a. Data tunggal
Median adalah data tengah atau data yang membagi barisan data menjadi 2 sama banyak. Jika banyak datanya ganjil, maka median adalah data yang paling tengah setelah pengurutan (membesar atau mengecil), jika banyak datanya genap maka media n adalah rata-rata dari dua nilai tengahnya setelah pengurutan. Keuntungan dari penggunaan median:

1. Tidak peka atau tidak terpengaruhi oleh nilai ekstrim
2. Cocok untuk data heterogen

Sedangkan kerugiannya:

1. Tidak mempertimbangkan semua nilai
2. Kurang dapat menggambarkan mean populasi.

MEDIAN

Langkah-langkah menentukan median untuk data tunggal:
Urutkan data dari yang terkecil hingga terbesar.
Tentukan letak median: $Med = \frac{(n+1)}{2}$
Tentukan nilai median
a. jika jumlah data ganjil: $Med = X_{\left({}^1/_2(n+1)\right)}$
b. jika jumlah data genap: $Med = \frac{1}{2}\left[X_{\left(\frac{1}{2}n\right)} + X_{\left(\frac{1}{2}n+1\right)}\right]$
Contoh1: 5, 8, 10, 4, 10, 7, 12. Median?
Jawab: Urutkan data 4, 5, 7, 8, 10, 10, 12. Karena jumlah data adalah 7 maka mediannya

$$Med = X_{\left({}^1/_2(7+1)\right)} = X_4 = 8$$

Contoh 2: 8, 19, 7, 12, 14, 10, 16, 7. Median?
Jawab: Urutkan data 7, 7, 8, 10, 12, 14, 16, 19. Karena jumlah data adalah 8 maka mediannya

$$Med = \frac{1}{2}\left[X_{\left(\frac{1}{2}8\right)} + X_{\left(\frac{1}{2}8+1\right)}\right] = \frac{1}{2}[X_4 + X_5] = \frac{1}{2}[10 + 12] = 11$$

MEDIAN

Data Kelompok

$$Med = b + p\left(\frac{\frac{n}{2} - F}{f}\right)$$

Dengan
b = ujung bawah kelas median ($\frac{1}{2}\sum f_i$)
p = panjang kelas
n = $\sum f_i$
F = frekuensi kumulatif sebelum kelas median
f = frekuensi kelas median

Contoh :

Kelas	F
31-40	2
41-50	3
51-60	5
61-70	14
71-80	24
81-90	20
91-100	12
Jumlah	80

Karena n = 80, maka median terletak pada data ke 40. Maka median terletak dikelas 71-80.
Maka b = …; p = …; F = …; f = …
Jadi mediannya adalah $Med =$

RATA-RATA UKUR

Rata-rata ukur adalah rata-rata yang digunakan untuk menggambarkan keseluruhan data khususnya bila data tersebut mempunyai ciri tertentu, yaitu banyak nilai data yang satu sama lain daling berkelipatan sehingga perbandingan tiap duadata yang berurutan tetap atau hamper tetap, data tidak ada yang nol.

a. Data Tunggal

Misal $X_1, X_2, X_3, \ldots, X_n$ adalah hasil pengamatan dari sampel, maka rata-rata ukur (U) dari kumpulan data tersebut adalah

$$U = \sqrt[n]{x_i \times x_2 \times \cdots \times x_n}$$

Tetapi jika hasil pengamatan terlalu besar maka

$$\log U = \frac{\sum_{i=1}^{n} \log x_i}{n}$$

Contoh: Hitunglah rata-rata dari bilangan-bilangan 25, 102, 354, dan 1610!

Jawab

$$\log U = \frac{\log 25 + \log 102 + \log 354 + \log 1610}{4} = \frac{9.16}{4} = 2.29$$

Maka $U = 10^{2.29} = 194.98$

RATA-RATA UKUR

Data Kelompok

$$\log U = \frac{\sum_{i=1}^{n} (f_i \log x_i)}{\sum_{i=1}^{n} f_i}$$

Dengan x_i adalah nilai tengah kelas ke-i

f_i adalah frekuensi kelas ke -i

Contoh:

Kelas	f	x_i	$\log x_i$	$f_i \log x_i$
31-40	2			
41-50	3			
51-60	5			
61-70	14			
71-80	24			
81-90	20			
91-100	12			
Jumlah	80			

Berdasarkan tabel di atas didapat: $\sum_{i=1}^{n} f_i = 80$ dan $\sum_{i=1}^{n} (f_i \log x_i) =$

Maka $\log U =$

RATA-RATA HARMONIC

Rata-rata harmonis digunakan untuk data yang berbentuk pecahan atau decimal.
1. Data Tunggal
Misal $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ adalah hasil pengamatan dari sampel, maka rata-rata harmonik (H) dari kumpulan data tersebut adalah

$$H = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{x_i}}$$

Contoh: Hitunglah rata-rata harmonis untuk kumpulan data: $\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{3}{5}, \frac{2}{5}$!
Jawab:

$$H = \frac{4}{2 + \frac{2}{3} + \frac{5}{3} + \frac{5}{2}} = 0{,}59$$

2. Data Kelompok

$$H = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i}{\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{f_i}{x_i}\right)}$$

RATA-RATA HARMONIC

Contoh:

Kelas	F	x_i	f_i/x_i
31-40	2		
41-50	3		
51-60	5		
61-70	14		
71-80	24		
81-90	20		
91-100	12		
Jumlah	80		

Berdasarkan tabel diperoleh : $\sum_{i=1}^{7} f_i = 80$ dan $\sum_{i=1}^{7} \frac{f_i}{x_i} = \cdots$, Maka $H =$

UKURAN LETAK

KUARTIL

Kuartil adalah bilangan-bilangan yang membagi barisan data terurut menjadi 4 bagian sama banyak.

1. Data Tunggal

Langkah-langkah menentukan kuartil untuk data tunggal:

a. Urutkan data dari data yang terkecil hingga terbesar.

b. Tentukan letak kuartil : $LK_i = \frac{i(n+1)}{4} = a, b$ $\qquad i = 1, 2, 3$

c. Tentukan nilai kuartil: $K_i = X_{(a)} + 0, b\left[X_{(a+1)} - X_{(a)}\right]$

KUARTIL

Contoh:
Misalkan pada sebuah sampel didapat data: 78, 82, 66, 57, 97, 64, 56, 92, 94, 86, 52, 60, 70. Tentukan: a) K_1 dan b)K_3
Jawab:
Urutkan data : 52, 56, 57, 60, 64, 66, 70, 75, 82, 86, 92, 94, 97

$$LK_1 = \frac{1(13+1)}{4} = 3.5$$

$$K_1 = X_{(3)} + 0.5\left[X_{(4)} - X_{(3)}\right] = 57 + 0.5(60-57) = 58,5$$

$$LK_3 = \frac{3(13+1)}{4} = 10,5$$

$$K_3 = X_{(10)} + 0,5\left[X_{(11)} - X_{(10)}\right] = 86 + 0,5(92-86) = 89$$

KUARTIL

2. Data Kelompok
Langkah menentukan kuartil dalam data kelompok:
a. Tentukan letak kuartil: Tentukan besar nilai kuartil :

$$K_i = b + p\left(\frac{\frac{i.n}{4} - F}{f}\right)$$

Dengan
b = ujung bawah kelas kuartil
p = panjang kelas
n = $\sum f_i$
F = frekuensi kumulatif sebelum kelas kuartil
f = frekuensi kelas kuartil
i = kuartil ke –i

KUARTIL

Contoh:

Kelas	f
31-40	2
41-50	3
51-60	5
61-70	14
71-80	24
81-90	20
91-100	12
Jumlah	80

Tentukan Kuartil 1 dan Kuartil 3!