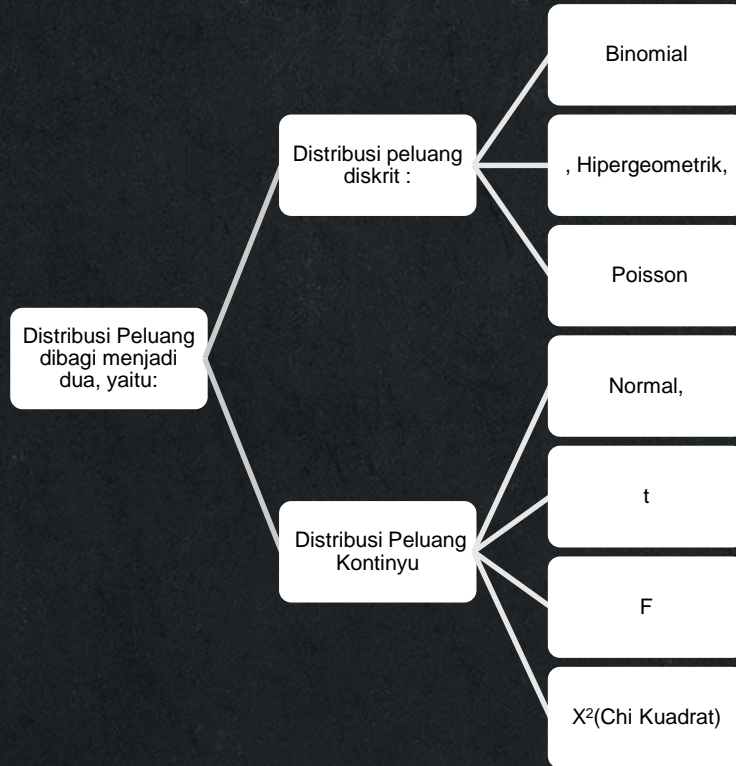


DISTRIBUSI PELUANG BINOMIAL

Distribusi peluang mempunyai hubungan yang erat dengan distribusi frekuensi.

Frekuensi dalam distribusi frekuensi diperoleh berdasarkan percobaan atau hasil observasi sedangkan frekuensi dalam distribusi peluang merupakan hasil yang diharapkan jika percobaan atau pengamatan dilakukan



Penemu Distribusi Binomial adalah James Bernaulli sehingga dikenal juga sebagai Distribusi Bernaulli.

Distribusi Peluang Binomial menggambarkan fenomena dengan dua hasil atau outcome. Contoh: peluang sukses dan gagal, sehat dan sakit, dsb.

Syarat Distribusi Binomial

Jumlah trial merupakan bilangan bulat.

- Contoh melambungkan coin 2 kali, tidak mungkin 2 $\frac{1}{2}$ kali.

Setiap eksperimen mempunyai dua outcome (hasil).

- Contoh: sukses atau gagal, laki-laki atau perempuan, sehat atau sakit, setuju atau tidak setuju. .

Peluang keberhasilan = p dan dalam setiap ulangan nilai p tidak berubah.
Peluang gagal = $q = 1 - p$.

Setiap ulangan bersifat bebas satu dengan yang lain.

Definisi Distribusi Peluang Binomial

$$b(x; n, p) = C_x^n p^x q^{n-x} \quad \text{untuk } x=0,1,2,3,\dots,n$$

n: banyaknya ulangan

x: banyak keberhasilan dalam peubah acak X

p: peluang berhasil pada setiap ulangan

q: peluang gagal = $1 - p$ pada setiap ulangan

untuk memudahkan membedakan p dengan q, terlebih dahulu harus dapat menetapkan mana kejadian SUKSES mana yang GAGAL. Ditetapkan bahwa kejadian yang ditanyakan adalah = kejadian SUKSES

Contoh

Tentukan peluang mendapatkan "MATA 1" muncul 3 kali pada pelemparan 5 kali sebuah dadu setimbang! Kejadian sukses/berhasil = mendapat "MATA 1"

$$x=3$$

$n=5 \rightarrow$ pelemparan diulang 5 kali

$$p = \frac{1}{6} \qquad q = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

$$b(x; n, p) = C_x^n p^x q^{n-x}$$

$$b\left(3; 5, \frac{1}{6}\right) = C_6^5 \left(\frac{1}{6}\right)^3 \left(\frac{5}{6}\right)^2$$

$$= \frac{5!}{3!2!} \times \frac{25}{7776} = 10 \times 0.003215 \dots = 0.03215 \dots$$

Peluang seorang mahasiswa membolos adalah 6:10, jika terdapat 5 mahasiswa, berapa peluang terdapat 2 orang mahasiswa yang tidak membolos?

Kejadian yang ditanyakan → Kejadian SUKSES = TIDAK MEMBOLOS

Jika $0 \leq x \leq 2, n = 5$ dan $p = 0.10$

$$\begin{aligned} \text{maka } b(x; n, p) &= b(0; 5, 0.10) + b(1; 5, 0.10) + b(2; 5, 0.10) \\ &= 0.5905 + 0.9185 + 0.9914 \\ &= 2.5004 \end{aligned}$$

Contoh : $x = 0$ $n = 5$ $p = 0.10$

$$b(0; 5, 0.10) = 0.5905$$

$x = 1$ $n = 5$ $p = 0.10$

$$b(1; 5, 0.10) = 0.9185$$

CONTOH

Suatu perusahaan “pengiriman paket ” terikat perjanjian bahwa keterlambatan paket akan menyebabkan perusahaan harus membayar biaya kompensasi. Jika Peluang setiap kiriman akan terlambat adalah 0.20 Bila terdapat 5 paket, hitunglah probabilitas :

- a. Tidak ada paket yang terlambat, sehingga perusahaan tidak membayar biaya kompensasi? ($x = 0$)
- b. Lebih dari 2 paket terlambat? ($x > 2$)
- c. Tidak Lebih dari 3 paket yang terlambat? ($x \leq 3$)
- d. Ada 2 sampai 4 paket yang terlambat? ($2 \leq x \leq 4$)
- e. Paling tidak ada 2 paket yang terlambat? ($x \geq 2$)

Jawaban

a. $x = 0 \rightarrow b(0; 5, 0.20) = 0.3277$ (lihat di tabel atau dihitung dgn rumus)

b. $x > 2 \rightarrow$ Lihat tabel dan lakukan penjumlahan sebagai berikut :

$$\begin{aligned} & b(3; 5, 0.20) + b(4; 5, 0.20) + b(5; 5, 0.20) \\ & = 0.9933 + 0.9997 + 1.0000 = 2.993 \end{aligned}$$

c. $x \leq 3 \rightarrow$ Lihat tabel dan lakukan penjumlahan

$$\begin{aligned} & b(0; 5, 0.20) + b(1; 5, 0.20) + b(2; 5, 0.20) + b(3; 5, 0.20) \\ &= 0.3277 + 0.7373 + 0.9421 + 0.9933 \\ &= 3.0004 \end{aligned}$$

d. $2 \leq x \leq 4 \rightarrow$ Lihat tabel dan lakukan penjumlahan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} &= b(2; 5, 0.20) + b(3; 5, 0.20) + b(4; 5, 0.20) \\ &= 0.9421 + 0.9933 + 0.9997 = 2.9351 \end{aligned}$$

Rata-rata dan Ragam Distribusi Binomial

Rata-rata dan Ragam Distribusi Binomial $b(x; n, p)$ adalah

$$\text{Rata-rata } \mu = np$$

$$\text{Ragam } \sigma^2 = npq$$

n = ukuran populasi

p = peluang keberhasilan setiap ulangan

$q = 1 - p$ = peluang gagal setiap ulangan

Rata-rata dan Ragam Distribusi Binomial

Contoh :

Untuk $b(5; 5 \ 0.20)$, di mana $x = 5$, $n = 5$ dan $p = 0.20$ sehingga $q = 0.80$ maka :

$$\mu = 5 \times 0.20 = 1.00$$

$$\sigma^2 = 5 \times 0.20 \times 0.80 = 0.80$$

$$\sigma = \sqrt{0.80} = 0.8944\dots$$

Latihan

1. Suatu ujian terdiri atas 15 pertanyaan pilihan berganda, masing-masing dengan empat kemungkinan jawaban dan hanya ada satu yang benar. Berapa peluang seseorang yang menjawab secara menebak-nebak saja memperoleh 5 sampai 10 jawaban yang benar ?
2. Peluang seseorang lulus ujian masuk UNIKOM adalah 0,8. Bila 25 orang mengikuti ujian masuk UNIKOM tentukan peluang bahwa ada 8 sampai 16 orang yang lulus ujian ?
3. Peluang seseorang sembuh dari suatu penyakit adalah 0,7. Bila 30 orang diketahui menderita penyakit ini berapa peluang bahwa :
 - a. sekurang-kurangnya 10 orang dapat sembuh
 - b. ada 5 sampai 15 orang yang sembuh
 - c. tepat 5 orang yang sembuh

SELESAI