

UKURAN SIMPANGAN DAN VARIANSI

Ukuran Simpangan

RENTANG

Misal $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ adalah hasil pengamatan dari sampel, $X_{max} = \max(X_1, X_2, X_3, \dots, X_n)$ dan $X_{min} = \min(X_1, X_2, X_3, \dots, X_n)$, maka rentang data tersebut adalah

$$Rentang = X_{max} - X_{min}$$

Contoh:

Jika data hasil pengamatan adalah: 9,3,2,4,5,2,6,2,9,10,14,13, dan 4. Tentukan berapakah rentang dari data tersebut!

Jawab:

$$X_{max} = 14 \text{ dan } X_{min} = 2$$

$$\text{Maka } Rentang = 14 - 2 = 12$$

RENTANG ANTAR KUARTIL

Misal $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ adalah hasil pengamatan dari sampel, K_1 adalah kuartil ke-1 dari data tersebut dan K_3 adalah kuartil ke-3, maka rentang antar kuartil yang dilambangkan (RAK) adalah

$$RAK = K_3 - K_1$$

Latihan:

Tentukan rentang antar kuartil dari data berikut:

Interval Kelas	F
0.2 - 1.2	10
1.3 - 2.3	21
2.4 - 3.4	16
3.5 - 4.5	8
4.6 - 5.6	2
5.7 - 6.7	3

SIMPANGAN ANTAR KUARTIL

Misal $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ adalah hasil pengamatan dari sampel, K_1 adalah kuartil ke-1 dari data tersebut dan K_3 adalah kuartil ke-3, maka simpangan antar kuartil yang dilambangkan (SK) adalah

$$SK = \frac{1}{2}(K_3 - K_1)$$

Contoh:

Jika data hasil pengamatan adalah: 9,3,2,4,5,2,6,2,9,10,14,13, dan 4. Tentukan berapakah simpangan antar kuartil dari data tersebut!

Jawab:

RATA-RATA SIMPANGAN

Data Tunggal

Untuk sampel berukuran n yaitu X_1, X_2, \dots, X_n dan rata-ratanya \bar{x} maka rata-rata simpangannya adalah:

$$RS = \frac{|X_1 - \bar{x}| + |X_2 - \bar{x}| + \dots + |X_n - \bar{x}|}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n |X_i - \bar{x}|}{n} \quad x - \bar{x}$$

Contoh:

Jika data hasil pengamatan adalah: 9,3,2,6,5. Tentukan berapakah simpangan antar kuartil dari data tersebut!

Jawab:

x_i	$ x - \bar{x} $
9	4
3	2
2	3
6	1
5	0
Jumlah	9

RATA-RATA SIMPANGAN

Data Kelompok

$$RS = \frac{f_1|x_1 - \bar{x}| + f_2|x_2 - \bar{x}| + \dots + f_n|x_n - \bar{x}|}{f_1 + f_2 + \dots + f_n} = \frac{\sum_{i=1}^k f_i |x_i - \bar{x}|}{\sum_{i=1}^k f_i}$$

Dengan:

X_i : Nilai tengah kelas ke- i

f_i : frekuensi kelas ke-1

k : banyak kelas

\bar{x} : rata-rata hitung

Kelas	f	x_i	$ x_i - \bar{x} $	$f_i x_i - \bar{x} $
31-40	2	35.5		
41-50	3	45.5		
51-60	5	55.5		
61-70	14	65.5		
71-80	24	75.5		
81-90	20	85.5		
91-100	12	95.5		
Jumlah	80			

$$\bar{x} = \frac{6070}{80}$$

Dari tabel dapat dilihat $\sum f_i |x_i - \bar{x}| =$

Maka $RS =$



Varians

Ukuran-ukuran yang diperoleh dari populasi disebut **parameter**. Untuk populasi berukuran N dan rata-ratanya μ maka variansnya

$$\sigma^2 = \frac{\sum(x_i - \mu)^2}{N}$$

Ukuran-ukuran yang diperoleh dari sampel disebut **statistik**. Untuk sampel berukuran n dan rata-ratanya \bar{x} maka variansnya

$$s^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n - 1}$$

Contoh: Berapakah varians dari 5, 7, 1, 2, 4 dengan rata-rata $\bar{x} = 3.8$?

x_i	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$
5	1.2	1.44
7	3.2	10.24
1	-2.8	7.84
2	-1.8	3.24
4	0.2	0.04
Jumlah		22.8

Berdasarkan tabel di atas didapat: $\sum(x_i - \bar{x})^2 =$ dan $n = 5$
Maka $s^2 =$

Jika data sampel tidak diketahui rata-ratanya maka formula varians:

$$s^2 = \frac{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}{n(n - 1)}$$

Contoh: Berapakah varians dari 5, 7, 1, 2, 4?

x_i	x_i^2
5	25
7	49
1	1
2	4
4	16
19	95

Berdasarkan tabel di samping diperoleh: $n = 5$, $\sum x_i^2 = 95$ dan $\sum x_i = 19$. Maka variansnya
 $s^2 =$

Data Kelompok

$$s^2 = \frac{\sum f_i (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}$$

Dengan

x_i = nilai tengah kelas ke-i

\bar{x} = rata-rata hitung

$$n = \sum f_i$$

Contoh:

Kelas	f	x_i	$x_i - \bar{x}$	$f_i(x_i - \bar{x})^2$
31-40	2	35.5		
41-50	3	45.5		
51-60	5	55.5		
61-70	14	65.5		
71-80	24	75.5		
81-90	20	85.5		
91-100	12	95.5		
Jumlah	80			

$$\bar{x} = 75.875$$

Berdasarkan tabel di atas diperoleh: $n = 80$ dan $\sum f_i (x_i - \bar{x})^2 =$

Maka diperoleh: $s^2 =$

Untuk data kelompok yang rata-ratanya belum diketahui formula varians dapat menggunakan

$$s^2 = \frac{n \sum f_i x_i^2 - (\sum f_i x_i)^2}{n(n - 1)}$$

Dengan

x_i = nilai tengah kelas ke-i

$$n = \sum f_i$$

Contoh:

Kelas	f	X_i	$f_i x_i$	$f_i x_i^2$
31-40	2	35.5		
41-50	3	45.5		
51-60	5	55.5		
61-70	14	65.5		
71-80	24	75.5		
81-90	20	85.5		
91-100	12	95.5		
Jumlah	80			

Berdasarkan tabel di atas diperoleh: $n = 80$, $\sum f_i x_i^2 =$

dan $\sum f_i x_i =$

Maka diperoleh: $s^2 =$

Untuk data kelompok yang panjang kelasnya sama untuk formula variansnya menjadi:

$$s^2 = p^2 \left(\frac{n \sum f_i c_i^2 - (\sum f_i c_i)^2}{n(n-1)} \right)$$

Dengan

c_i = kode kelas ke-i (pengkodean sama sewaktu menentukan rata-rata hitung)

$$n = \sum_{i=1}^k f_i$$

p = panjang kelas

Contoh:

Kelas	f	c_i	$f_i c_i$	$f_i c_i^2$
31-40	2			
41-50	3			
51-60	5			
61-70	14			
71-80	24			
81-90	20			
91-100	12			
Jumlah	80			

Berdasarkan tabel diperoleh: $p = 10$, $n = 80$, $\sum f_i c_i^2 =$
 dan $\sum f_i c_i =$
 Maka diperoleh: $s^2 =$

SIMPANGAN BAKU

Simpangan baku adalah akar positif dari varians

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

Contoh: Untuk data kelompok di atas dengan varians $s^2 = 203.66$, maka simpangan bakunya $s = \sqrt{203.66} = 14.27$

ANGKA BAKU

Angka baku adalah mengukur perbedaan nilai observasi dengan \bar{x} per simpangannya baku)

$$z_i = \frac{x_i - \bar{x}}{s}$$

Contoh:

A mendapat nilai 86 pada ujian akhir Matematika, di mana rata-rata dan simpangan baku kelompok masing-masing 78 dan 10. Pada ujian akhir Statistika di mana rata-rata kelompok 84, dan simpangan baku kelompok 18, A mendapat nilai 92. Dalam mata ujian manakah A mencapai kedudukan yang lebih baik?

Jawab:

$$z_{Mat} = \frac{86-78}{10} = 0.8$$

$$z_{stat} = \frac{92-84}{12} = 0.44$$

Harga z ini menunjukkan bahwa, A mendapatkan 0,8 s di atas rata-rata nilai Matematika dan 0,44 s di atas rata-rata nilai Statistika. Berarti kedudukan A lebih tinggi dalam Matematika.

KOEFISIEN VARIASI

Definisi: Jika dari sebuah sampel dihitung \bar{x} dan s, maka koefisien variasi didefinisikan sebagai formula berikut:

$$KV = \frac{s}{\bar{x}} \times 100\%$$

Kategori tafsiran KV:

No	Kategori (%)	Interpretasi KV
1	45 atau lebih	Sangat heterogen
2	40 – 44	Heterogen
3	30 – 39	Normal
4	25 – 29	Homogen
5	Kurang dari 25	Sangat homogen

Contoh:

Menurut sensus pendapatan perbulan di Malaysia setara dengan Rp. 5000000,00 dengan simpangan baku Rp. 3000000,00. Di Indonesia rata-rata Rp. 4000000,00 dengan simpangan baku Rp. 2000000,00. Tunjukkanlah secara statistik negara mana yang lebih merata pendapatannya.

Jawab:

$$\text{Malaysia: } KV = \frac{3000000}{5000000} \times 100\% = 60\%$$

$$\text{Indonesia: } KV = \frac{2000000}{4000000} \times 100\% = 50\%$$

Jadi yang lebih merata adalah Indonesia, sebab makin kecil koefisien variasi makin seragam/homogen pendapatan

