

MODEL TRANSPORTASI - II

MATAKULIAH RISET OPERASIONAL
Pertemuan Ke-10

Riani Lubis

Program Studi Teknik Informatika
Universitas Komputer Indonesia

Menentukan Entering Variable & Leaving Variable

- Tahap selanjutnya dari teknik pemecahan persoalan transportasi adalah menentukan entering dan leaving variable.
- Tahap ini dilakukan setelah diperoleh solusi fisible basis awal.
- Ada dua cara yang dapat digunakan dalam menentukan entering dan leaving variable, yaitu :
 - a) Metode Stepping Stone
 - b) Metode Multipliers

Metode Stepping Stone

- Setelah solusi fisibel basis awal diperoleh dari masalah transportasi, langkah berikutnya adalah menekan ke bawah biaya transpor dengan memasukkan variabel non-basis (yaitu alokasi komoditas ke kotak kosong) ke dalam solusi.
- Proses evaluasi variabel non-basis yang memungkinkan terjadinya perbaikan solusi dan kemudian mengalokasikan kembali dinamakan metode stepping-stone.
- Variabel non-basis = kolom-kolom yang tidak mempunyai nilai
- Variabel basis = kolom-kolom yang mempunyai nilai

Beberapa hal penting dalam penyusunan jalur stepping stone :

1. Arah jalur yang diambil : baik searah maupun berlawanan arah dengan jarum jam adalah tidak penting dalam membuat jalur tertutup.
2. Jalur-jalur dimulai dari setiap kotak kosong (variabel non basis) yang harus diteruskan ke kotak-kotak terisi (variabel basis), dan pada akhirnya kembali ke kotak kosong awal.
3. Hanya ada satu jalur tertutup untuk setiap kotak kosong.
4. Jalur yang dibuat harus/hanya mengikuti kotak terisi (dimana pada kotak ini terjadi perubahan arah), kecuali pada kotak kosong yang sedang dievaluasi.
5. Namun, baik kotak terisi maupun kosong dapat dilewati dalam penyusunan jalur tertutup.
6. Suatu jalur dapat terjadi perpotongan.
7. Sebuah penambahan dan sebuah pengurangan yang sama besar harus kelihatan pada setiap baris kolom pada jalur itu.

Contoh 1

Karena dari langkah 1 diperoleh solusi fisibel awal dari metoda VAM dengan $Z = 1920$ dan tabel distribusinya sbb :

Tuj Sbr	1	2	3	supply
1	70 8	5	50 6	120
2	15	70 10	10 12	80
3	80 3	9	10	80
Demand	150	70	60	280

Maka dari tabel VAM di samping, dilakukan perhitungan solusi optimum.

Loop 1 :

Sbr \ Tuj	1	2	3	supply
1	80 8	50 5	50 6	120
2	70 15	70 10	10 12	80
3	80 3	9	10	80
Demand	150	70	60	280

Jalur : $X_{12} = X_{12} \rightarrow X_{13} \rightarrow X_{23} \rightarrow X_{22} \rightarrow X_{12}$

$$\Delta C : \Delta C_{12} = 5 - 6 + 12 - 10 = +1$$

Loop 2 :

Sbr \ Tuj	1	2	3	supply
1	- 8	5	+ 6	120
2	+ 15	10	12	80
3	3	9	10	80
Demand	150	70	60	280

Diagram annotations: A yellow loop is shown starting at cell (1,1) with a red '-' sign, moving right to (1,3) with a red '+' sign, then down to (2,3) with a red '-' sign, then left to (2,1) with a red '+' sign, and finally up to (1,1). Blue numbers indicate the flow: 70 from (1,1) to (2,1), 50 from (1,3) to (2,3), and 70 from (2,1) to (1,1). A blue number 80 is also present near cell (3,1).

Jalur : $X_{21} = X_{21} \rightarrow X_{11} \rightarrow X_{13} \rightarrow X_{23} \rightarrow X_{21}$

ΔC : $\Delta C_{21} = 15 - 8 + 6 - 12 = +1$

Loop 3 :

Sbr \ Tuj	1	2	3	supply		
1	<div style="text-align: center;">+ 80</div> <div style="text-align: center;">70</div> <div style="text-align: center;">-</div> <div style="text-align: center;">80</div>	8	5	6	120	
2		15	<div style="text-align: center;">-</div> <div style="text-align: center;">70</div> <div style="text-align: center;">+</div>	10	12	80
3		3	9	10	80	
Demand	150	70	60	280		

Jalur : $X_{32} = X_{32} \rightarrow X_{31} \rightarrow X_{11} \rightarrow X_{13} \rightarrow X_{23} \rightarrow X_{22} \rightarrow X_{32}$

ΔC : $\Delta C_{32} = 9 - 3 + 8 - 6 + 12 - 10 = + 10$

Loop 4 :

Sbr \ Tuj	1	2	3	supply	
1	<div style="text-align: center;">+ 80</div> <div style="text-align: center;">70</div>	8	5	<div style="text-align: center;">- 6</div> <div style="text-align: center;">50</div>	120
2		15	10	12	80
3		3	9	10	80
Demand	150	70	60	280	

Diagram annotations: Yellow arrows form a loop: 70 up from (3,1) to (1,1), 50 right from (1,1) to (1,3), 10 down from (1,3) to (3,3), and 80 left from (3,3) to (3,1). Signs: + at (1,1), - at (1,3), - at (3,1), + at (3,3). A '70' is also present in cell (2,2).

Jalur : $X_{33} = X_{33} \rightarrow X_{31} \rightarrow X_{11} \rightarrow X_{13} \rightarrow X_{33}$

ΔC : $\Delta C_{33} = 10 - 3 + 8 - 6 = +9$

- Jalur stepping stone untuk semua kotak kosong (Variabel Non Basis) :

$$X_{12} \Rightarrow X_{12} \rightarrow X_{13} \rightarrow X_{23} \rightarrow X_{22} \rightarrow X_{12}$$

$$X_{21} \Rightarrow X_{21} \rightarrow X_{11} \rightarrow X_{13} \rightarrow X_{23} \rightarrow X_{21}$$

$$X_{32} \Rightarrow X_{32} \rightarrow X_{31} \rightarrow X_{11} \rightarrow X_{13} \rightarrow X_{23} \rightarrow X_{22} \rightarrow X_{32}$$

$$X_{33} \Rightarrow X_{33} \rightarrow X_{31} \rightarrow X_{11} \rightarrow X_{13} \rightarrow X_{33}$$

- Perubahan biaya yang dihasilkan dari masing-masing jalur :

$$\Delta C_{12} = C_{12} - C_{13} + C_{23} - C_{22} = 5 - 6 + 12 - 10 = +1$$

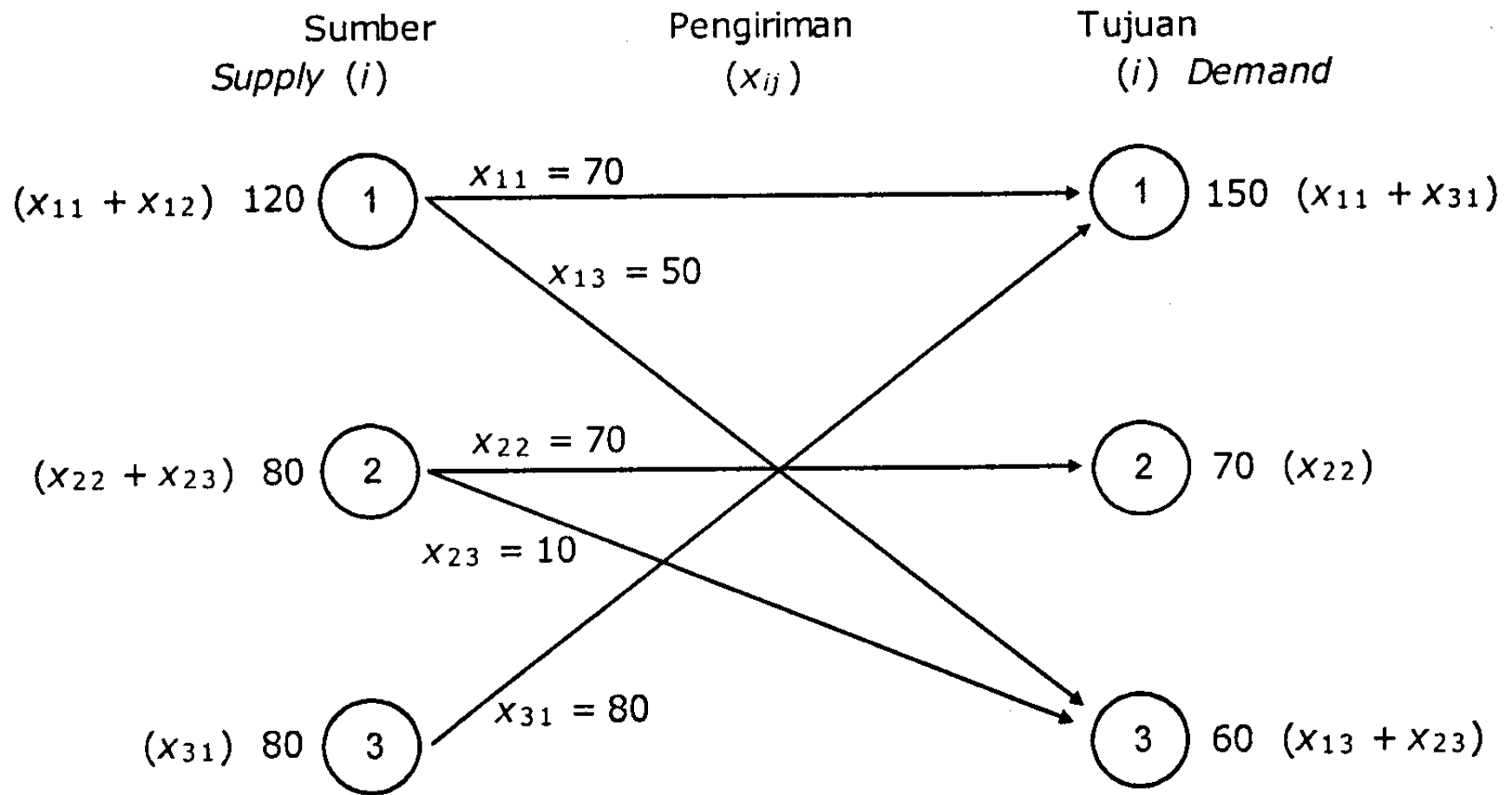
$$\Delta C_{21} = 15 - 8 + 6 - 12 = +1$$

$$\Delta C_{32} = 9 - 3 + 8 - 6 + 12 - 10 = +10$$

$$\Delta C_{33} = 10 - 3 + 8 - 6 = +9$$

Karena tidak ada calon entering variabel (semua kotak kosong memiliki C_{ij} positif), berarti solusi sudah optimum.

- Solusinya :



Contoh 2

Jika diasumsikan solusi fisibel awal diperoleh dari NWCR dengan $Z = 2690$ dan tabel distribusinya sbb :

Tuj \ Sbr	1	2	3	supply
1	8 120	5	6	120
2	15 30	10 50	12	80
3	3	9 20	10 60	80
Demand	150	70	60	280

Maka dari tabel NWCR di samping, dilakukan perhitungan solusi optimum.

Loop 1 :

Sbr \ Tuj	1	2	3	supply
1	- 8	+ 5	6	120
2	+ 15	10	12	80
3	3	9	10	80
Demand	150	70	60	280

Loop 2 :

Sbr \ Tuj	1	2	3	supply
1	- 8	5	+ 6	120
2	+ 15	- 10	12	80
3	3	9	10	80
Demand	150	70	60	280

Loop 3 :

Sbr \ Tuj	1	2	3	supply	
1	120	8	5	6	120
2	30	15	10	12	80
3		3	9	10	80
Demand	150	70	60	280	

Diagram illustrating a closed loop (Loop 3) in a transportation problem. The loop is formed by the following cells: (2,2), (2,3), (3,3), (3,2), and (2,2). The flow adjustments are as follows:

- Cell (2,2): -50 (indicated by a minus sign and a blue arrow pointing up)
- Cell (2,3): +50 (indicated by a plus sign and a blue arrow pointing right)
- Cell (3,3): -60 (indicated by a minus sign and a blue arrow pointing down)
- Cell (3,2): +20 (indicated by a plus sign and a blue arrow pointing left)

Loop 4 :

Sbr \ Tuj	1	2	3	supply
1	120 8	5	6	120
2	- 30 15	+ 50 10	12	80
3	+ 3	20 9	10 60	80
Demand	150	70	60	280

- Jalur stepping stone untuk semua kotak kosong (variabel non-basis):

$$X_{12} \Rightarrow X_{12} \rightarrow X_{22} \rightarrow X_{21} \rightarrow X_{11} \rightarrow X_{12}$$

$$X_{13} \Rightarrow X_{13} \rightarrow X_{33} \rightarrow X_{32} \rightarrow X_{22} \rightarrow X_{21} \rightarrow X_{11} \rightarrow X_{13}$$

$$X_{23} \Rightarrow X_{23} \rightarrow X_{33} \rightarrow X_{32} \rightarrow X_{22} \rightarrow X_{23}$$

$$X_{31} \Rightarrow X_{31} \rightarrow X_{21} \rightarrow X_{22} \rightarrow X_{32} \rightarrow X_{31}$$

- Perubahan biaya yang dihasilkan dari masing-masing jalur :

$$\Delta C_{12} = 5 - 10 + 15 - 8 = +2$$

$$\Delta C_{13} = 6 - 10 + 9 - 10 + 15 - 8 = +2$$

$$\Delta C_{23} = 12 - 10 + 9 - 10 = +1$$

$$\Delta C_{31} = 3 - 15 + 10 - 9 = -11$$

Pilih ΔC yang memiliki nilai negatif paling besar (nilai paling kecil)

- Hanya nilai X_{31} yang memiliki perubahan biaya negatif ($C_{31} = -11$), sehingga X_{31} adalah variabel nonbasis dengan nilai C_{ij} negatif, yang jika dimasukkan ke solusi yang ada akan menurunkan biaya.
- Jika terdapat dua atau lebih variabel nonbasis dengan C_{ij} negatif, maka dipilih satu yang memiliki perubahan menurunkan biaya yang terbesar.
- Jika terdapat nilai kembar, pilih salah satu secara sembarang.
- Karena telah menentukan X_{31} adalah entering variabel, kemudian harus ditetapkan berapa yang akan dialokasikan ke kotak X_{31} (tentunya ingin dialokasikan sebanyak mungkin ke X_{31}).
- Untuk menjaga kendala penawaran dan permintaan, alokasi harus dibuat sesuai dengan jalur stepping stone yang telah ditentukan untuk X_{31} .

Karena pada Loop 4, komoditas yang paling kecil adalah $X_{32} = 20$ (yang bertanda negatif), maka nilai komoditas tersebut dipilih sebagai koefisien yang mengurangi dan menambah setiap komoditas pada jalur Loop 4 sesuai tanda yang telah ditentukan sebelumnya.

Sbr \ Tuj	1	2	3	supply
1	8 120	5	6	120
2	- 15 30 - 20	+ 10 50 + 20	12	80
3	3 20 + 20	9 20 - 20	10 60	80
Demand	150	70	60	280

Iterasi 1 :

Sbr \ Tuj	1	2	3	supply
1	8 120	5	6	120
2	15 10	10 70	12	80
3	3 20	9	10 60	80
Demand	150	70	60	280

- Proses stepping stone yang sama untuk mengevaluasi kotak kosong harus diulang, untuk menentukan apakah solusi telah optimum atau apakah ada calon entering variabel

Iterasi 2 :

Sbr \ Tuj	1	2	3	supply
1	120 8	5	6	120
2	15	70 10	12	80
3	30 3	9	50 10	80
Demand	150	70	60	280

Iterasi 3 :

Tuj Sbr	1	2	3	supply
1	70 8	5	50 6	120
2	15	70 10	10 12	80
3	80 3	9	10	80
Demand	150	70	60	280

Solusi ? Sama dengan hasil metode VAM ?

Bagaimana jika hasil solusi awal
dari metode Least Cost ?

Apakah akan memiliki solusi yang sama,
jika dioptimalkan dengan metode stepping stone ?

BUKTIKANLAH !

Sbr \ Tuj	1	2	3	supply
1	8	5	6	120
		70	50	
2	15	10	12	80
	70		10	
3	3	9	10	80
	80			
Demand	150	70	60	280