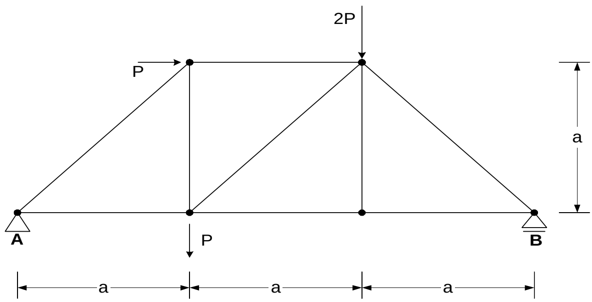
Bab 4

RANGKA BATANG 2-D (PLANE TRUSS)

Rangka Batang 2 Dimensi atau *plane truss* merupakan model struktur yang terdiri atas batang-batang yang dihubungkan hanya pada ujung-ujungnya dan direncanakan agar dapat menyalurkan gaya-gaya ke tumpuan yang ada secara efisien.

Contoh:



Selain Rangka Batang 2D (plane truss) dikenal pula Rangka Batang 3D (space truss). Dalam mata kuliah Statika ini hanya membahas Rangka Batang 2D, sedangkan Rangka Batang 3D akan dibahas pada mata kuliah Analisis Struktur 1.

Asumsi-asumsi yang digunakan dalam analisis

1. Semua batang hanya menahan gaya normal sentris (tarik atau tekan)
2. Ujung batang dihubungkan dengan sendi-sendi tanpa geseran.
3. Semua garis kerja gaya-gaya batang pada suatu sendi hubung berpotongan pada titik sendinya.
4. Semua beban bekerja pada sendi-sendi hubung.

Sesuai dengan asumsi yang diambil maka berat sendiri batang dapat diperhitungkan dengan prinsip ½ berat total batang tersebut dianggap bekerja terpusat pada ujung-ujungnya.

Bila asumsi yang diambil 100% dapat dipenuhi, maka rangka batang tersebut hanya akan timbul tegangan normal tarik dan tekan saja, atau lebih dikenal dengan sebutan "*Primary Stresses*".

Bila pada pelaksanaannya asumsi tersebut tidak dapat dipenuhi maka akan timbul "*Secondary Stresses*", yaitu tegangan sekunder yang timbul akibat momen lentur dan gaya lintang.

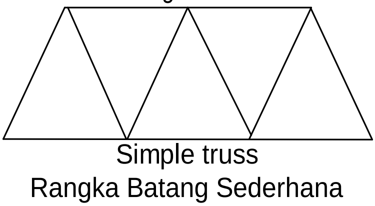
Bila penyimpangan dari asumsi hanya sedikit maka *secondary stresses* yang timbul juga kecil, sehingga dapat diabaikan.

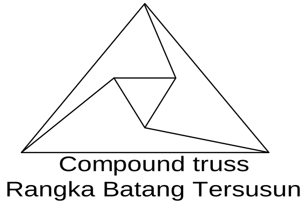
Bentuk dan Susunan Rangka Batang

Bentuk dan susunan rangka batang menentukan kestabilan. Berikut ciri-ciri kestabilan rangka batang tersebut;

a. Bentuk Stabil

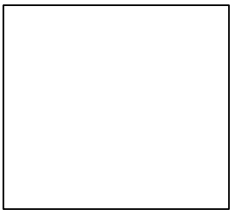
   Pada umumnya terdiri dari bentuk segitiga-segitiga yang saling berangkai

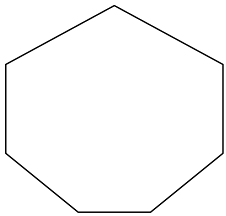




b. Bentuk Labil

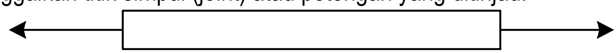
   Pada umumnya terdapat pada bentuk segiempat atau lebih



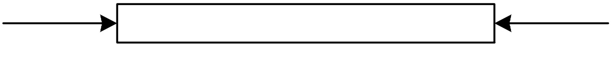


Perjanjian Tanda

+ ≡ gaya batang yang bersifat TARIK, di mana arah gaya batang meninggalkan titik simpul (joint) atau potongan yang ditinjau.



– ≡ gaya batang yang bersifat TEKAN, di mana arah gaya batang mendekati/menuju titik simpul (joint) atau potongan yang ditinjau.



Beberapa Metode Perhitungan Gaya Batang

1. Keseimbangan titik (Method of Joint)
2. Ritter
3. Cremona (analisis secara grafis)

1.1 METHOD OF JOINTS (KESEIMBANGAN TITIK)

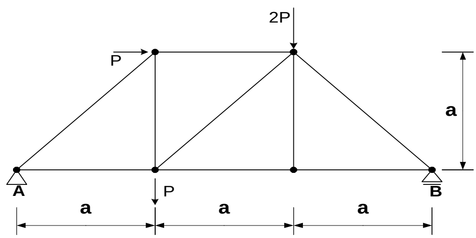
Pada metoda ini, penentuan besarnya gaya-gaya batang dilakukan dengan menganalisis keseimbangan tiap-tiap titik simpul.

Langkah-langkah:

1. hitunglah reaksi peletakan dengan menganggap rangka batang sebagai balok sederhana di atas dua peletakan.
2. analisis dimulai dari titik simpul yang mempunyai jumlah batang yang paling sedikit. Kemudian pindah ke titik simpul berikutnya yang mempunyai jumlah batang yang belum diketahui paling sedikit, dan seterusnya.
3. gaya batang yang belum diketahui selalu diumpamakan sebagai gaya tarik / positif (+) terlebih dahulu. Bila hasil perhitungannya memberikan hasil negatif (-), maka arah gaya batang dibalik.
4. sering kali harus dipakai gabungan persamaan dari beberapa titik simpul untuk dapat menghitung besarnya gaya batang.

Pada struktur rangka batang yang kompleks / rumit, cara ini jika dilakukan perhitungan secara manual tidak praktis. Kecuali menggunakan program komputer, seperti SAP2000, STAADIII, SANS, atau MicroFeap.

Contoh 1 :



Tentukan besarnya masing-masing gaya batang pada gambar disamping berikut ini!

Menghitung reaksi peletakan:

$\sum M_B = 0 \rightarrow V_B = 0$

$V_A\,(3a) + P(a) – 2P(a) – P(2a) = 0$

$V_A\,(3a) = - P(a) + 2P(a) + P(2a)$

$V_A = 3Pa / 3a = P\ (\uparrow)$

$\sum M_S = 0 \rightarrow V_S = 0$

$-V_B\,(3a) + P(a) + P(a) + 2P(2a) = 0$

$V_B\,(3a) = P(a) + P(a) + 2P(2a)$

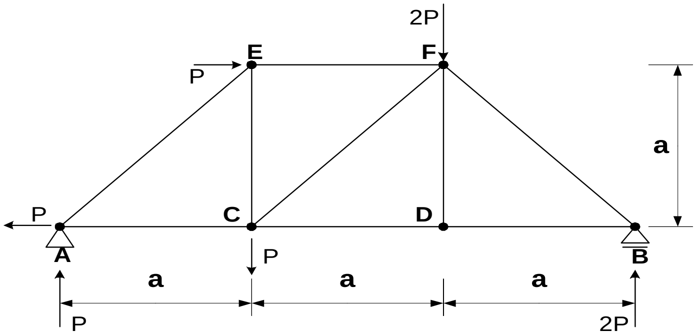
$V_B = 6Pa / 3a = 2P\ (\uparrow)$

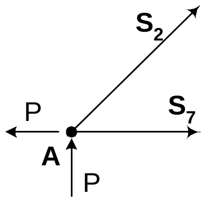
$\sum Fx = 0$

$H_A + P = 0$

$H_A = - P\ (\rightarrow)$

$H_A = P\ (\leftarrow)$





Joint A

$\sum Fy = 0$

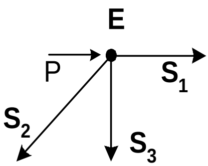
$S_2 . \frac{1}{2}\sqrt{2} + P = 0 \rightarrow S_2 . = - P\sqrt{2}$ (tekan)

$\sum Fx = 0$

$- P + S_7 + S_2 . \frac{1}{2}\sqrt{2} = 0$

$S_7 + - P\sqrt{2} .(\frac{1}{2}\sqrt{2}) - P = 0$

$S_7 = P\sqrt{2} .(\frac{1}{2}\sqrt{2}) + P = 2P$ (tarik)



Joint E

$\sum Fy = 0$

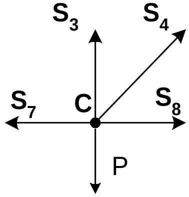
$- S_3 - S_2 . \frac{1}{2}\sqrt{2} = 0$

$- S_3 - (- P\sqrt{2}). (\frac{1}{2}\sqrt{2}) = 0 \rightarrow S_3 = P$ (tarik)

$\sum Fx = 0$

$S_1 + P - S_2 . \frac{1}{2}\sqrt{2} = 0$

$S_1 + P + P = 0 \rightarrow S_1 = - 2P$ (tekan)



Joint C

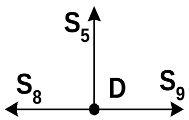
$\sum Fy = 0$

$S_4 . \frac{1}{2}\sqrt{2} = - P + P$

$S_4 . \frac{1}{2}\sqrt{2} = 0 \rightarrow S_4 = 0$ (non aktif)

$\sum Fx = 0$

$S_8 = S_7 \rightarrow S_8 = 2P$ (tarik)



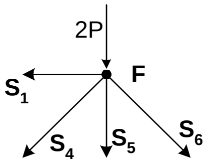
Joint D

$\sum Fy = 0$

$S_5 = 0$ (non aktif)

$\sum Fx = 0$

$S_9 = S_8 \rightarrow S_9 = 2P$ (tarik)



Joint F

$\sum Fy = 0$

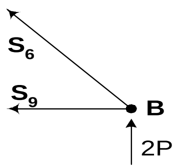
$S_6 . \frac{1}{2}\sqrt{2} = -2P$

$S_6 = -2P\sqrt{2}$ (tekan)

$\sum Fx = 0$

$S_1 = S_6 . \frac{1}{2}\sqrt{2}$

$S_6 . \frac{1}{2}\sqrt{2} = -2P \rightarrow S_6 = -2P\sqrt{2}$ (tekan) $\rightarrow$ Cocok! (OK)



Joint B

$\sum Fy = 0$

$S_6 . \frac{1}{2}\sqrt{2} = -2P$

$(-2P\sqrt{2}) . \frac{1}{2}\sqrt{2} = -2P \rightarrow -2P = -2P$ (OK)

$\sum Fx = 0$

$S_9 = -S_6 . \frac{1}{2}\sqrt{2}$

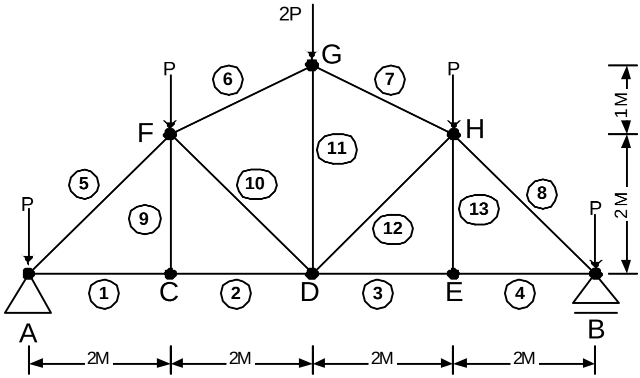
$2P = -(-2P\sqrt{2}) . \frac{1}{2}\sqrt{2} \rightarrow 2P = 2P$ (OK)

Tabel Gaya-gaya Batang

Batang	Gaya
S_1	$-2P$
S_2	$-P\sqrt{2}$
S_3	P
S_4	0
$V_A = P$, $V_B = 2P$	

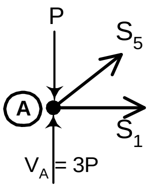
Batang	Gaya (kg)
S_5	0
S_6	$-2P\sqrt{2}$
S_7	$2P$
S_8	$2P$
S_9	$2P$

Contoh 2:



Perhitungan gaya-gaya pada rangka batang

Joint A



$\sum Fy = 0$

$S_5\,(0{,}5\sqrt{2}) - P + 3P = 0$

$S_5\,(0{,}5\sqrt{2}) = P - 3P$

$S_5 = -\,2P\,/\,(0{,}5\sqrt{2})$

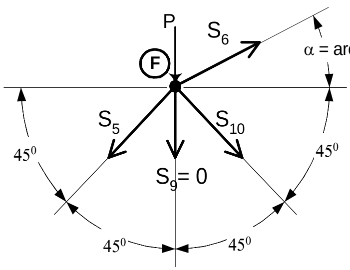
$S_5 = -\,565{,}69$ kg

$\sum Fx = 0$

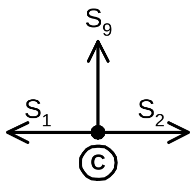
$S_1 = -\,S_5\,(0{,}5\sqrt{2})$

$S_1 = 2P = 400$ kg

Joint F



Joint C



$\sum Fx = 0$

$S_2 = S_1 = 2P = 400$ kg

$\sum Fy = 0$

$S_9 = 0$

$\sum Fx = 0$

$S_5\,(0{,}5\sqrt{2}) = S_6\,(\cos 26{,}565^0) + S_{10}\,(0{,}5\sqrt{2})$

$-\,400 = S_6\,(\cos 26{,}565^0) + S_{10}\,(0{,}5\sqrt{2})$ …………..pers.1)

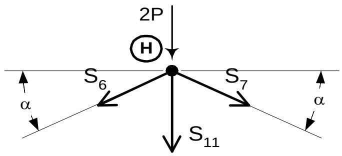
$\sum Fy = 0$

$200 + S_5 (0{,}5\sqrt{2}) = S_6 (\sin 26{,}565^0) - S_{10} (0{,}5\sqrt{2})$

$-200 = S_6 (\cos 26{,}565^0) - S_{10} (0{,}5\sqrt{2})$ …………...pers.2)

Dengan mengeliminasikan persamaan 1 dan persamaan 2 maka akan diperoleh $\rightarrow S_{10} = 0{,}00$ dan $S_6 = -447{,}21$ kg

Joint H



$\sum Fx = 0$

$S_6 \cos \alpha = S_7 \cos \alpha$

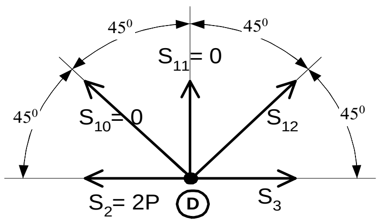
$S_7 = S_6 = -447{,}21$ kg

$\sum Fy = 0$

$S_{11} = -2P - (S_6 + S_7) \sin \alpha$

$S_{11} = -400 - (-400) = 0$

Joint E



$\sum Fy = 0$

$S_{11} = -S_{10} \sin 45^0 + S_{12} \sin 45^0$

$0 = 0 + S_{12} \sin 45^0$

$S_{12} = 0$

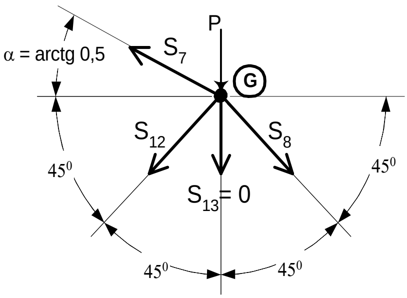
$\sum Fx = 0$

$S_2 + S_{10} \cos 45^0 = S_3 + S_{12} \cos 45^0$

$2P + 0 = S_3 + 0$

$S_3 = 400$ kg

Joint G (tipikal dengan joint F)



$\sum Fy = 0$

$-P - S_8 (\sin 45^0) + S_7 (\sin 26{,}565^0)$

$-S_{12} (\sin 45^0) - S_{13} = 0$

$-200 + 400 - 447{,}21 (\sin 26{,}565^0) - 0 - S_{13} = 0$

$-200 + 400 - 200 - 0 - S_{13} = 0$

$S_{13} = 0$

$\sum Fx = 0$

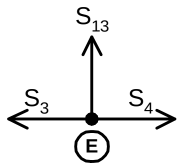
$S_8 (\cos 45^0) = S_7 (\cos 26{,}565^0) + S_{12} (\cos 45^0)$

$S_8 (\cos 45^0) = S_7 (\cos 26{,}565^0) + S_{12} (\cos 45^0)$

$S_8 (0{,}5\sqrt{2}) = -447{,}21 (\cos 26{,}565^0) + 0$

$S_8 (0{,}5\sqrt{2}) = -400$ kg

Joint E (tipikal dengan joint C)



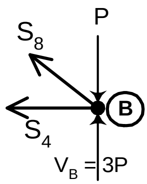
$\sum Fx = 0$

$S_4 = S_3 = 2P = 400$ kg

$\sum Fy = 0$

$S_{13} = 0$ (OK!)

JOINT B (KONTROL)



$\sum Fy = 0$

$S_8(0{,}5\sqrt{2}) - P + 3P = 0$

$-400 - 200 + 600 = 0$

$0 = 0$

(OK!)

$\sum Fx = 0$

$S_4 = -S_8(0{,}5\sqrt{2})$

$400 = 400$ (OK!)

Tabel Gaya-gaya Batang

Batang	Gaya (kg)
S_1	400
S_2	400
S_3	400
S_4	400

$V_A = V_B = 600$ kg

Batang	Gaya (kg)
S_5	- 565,69
S_6	– 447,21
S_7	– 447,21
S_8	- 565,69

Batang	Gaya (kg)
S_9	0
S_{10}	0
S_{11}	0
S_{12}	0
S_{13}	0

1.2 METHOD OF SECTIONS (RITTER)

Pada metoda ini, penentuan besarnya gaya-gaya batang dilakukan dengan menganalisis potongan yang dibuat oleh garis fiktif yang memotong maksimum 3 batang yang belum diketahui gaya batangnya.

Langkah-langkah:

1. hitunglah reaksi peletakan dengan menganggap rangka batang sebagai balok sederhana di atas dua peletakan.
2. buatlah garis potongan fiktif dengan pertimbangan garis tersebut hanya memotong batang maksimum 3 batang yang belum diketahui gaya batangnya.
3. peninjauan potongan hanya pada salah satu bagian atau sisi saja (*freebody kiri atau freebody kanan*), karena peninjauan freebody kiri

maupun freebody kanan akan men ghasilkan besar gaya dan arah gaya yang sama.

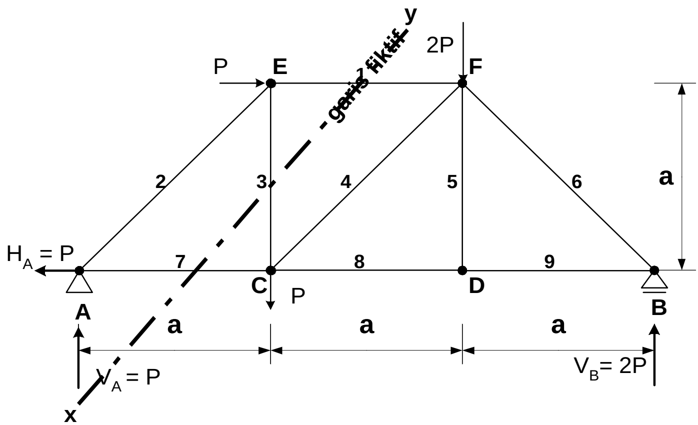
4. seluruh gaya batang yang dicari, gaya-gaya luar (beban) dan reaksi peletakan harus diperhitungkan, demikian pula jarak joint dari batang yang terpotong harus tergambarkan.
5. gaya batang yang belum diketahui selalu diumpamakan sebagai gaya tarik / positif (+) terlebih dahulu. Bila hasil perhitungannya memberikan hasil negatif (-), maka arah gaya batang dapat dibalik tetapi nilainya berubah menjadi positif.
6. menentukan besarnya gaya batang dengan menghitung jumlah momen pada suatu titik tertentu (akibat reaksi, beban luar dan gaya batang pada irisan yang ditinjau) harus sama dengan nol → $\sum M = 0$
7. buatlah potongan-potongan yang lainnya sehingga semua gaya batang dapat ditentukan.

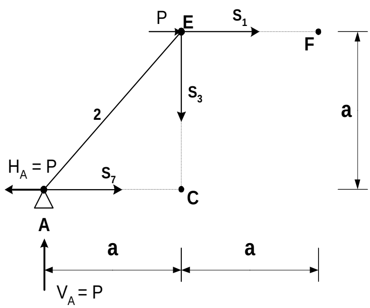
Beberapa catatan penting tentang cara Ritter :

1. Metode Ritter dapat dikombinasikan dengan metode Keseimbangan Titik, dalam arti setelah mencari beberapa gaya batang dengan menggunakan cara Ritter dapat dilanjutkan mencari gaya batang lainnya dengan menggunakan cara keseimbangan titik, atau sebaliknya.
2. Gaya-gaya batang yang terpotong bersama-sama dengan reaksi-reaksi peletakan dan beban-beban yang bekerja harus membentuk keseimbangan.
3. Gaya-gaya batang yang terpotong mewakili beban-beban luar dan reaksi-reaksi tumpuan dari bagian potongan yang tidak ditinjau.
4. Setiap freebody yang ditinjau dapat dikontrol keseimbangannya, sehingga gaya batang yang diperoleh dapat lebih diyakini kebenarannya dibandingkan dengan metode Keseimbangan Titik.
5. Garis fiktif dapat memotong jumlah batang lebih dari tiga buah asalkan gaya batang yang belum diketahui paling banyak tiga buah.
6. Perhitungan gaya-gaya batang yang lainnya harus dilakukan potongan melalui gaya-gaya batang yang dicari.

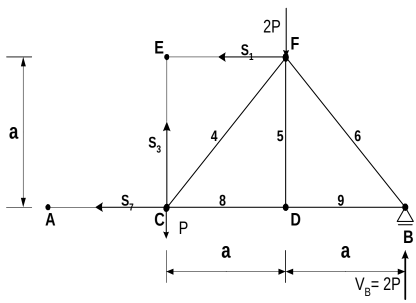
Contoh:

Berikut ini contoh dari rangka batang (contoh pertama) yang telah dihitung reaksi peletakannya. Perhatikan rangka batang tersebut ! Garis fiktif x-y memotong maksimum 3 batang yang tidak diketahui gaya batangnya, yaitu S_1, S_3, dan S_7. Kemudian dilakukan pemisahan potongan pada garis fiktif tersebut, yaitu freebody kiri dan freebody kanan.





Freebody Kiri



Freebody Kanan

Bila yang ditinjau adalah freebody kiri, maka:

$\sum M_C = 0$

V_A (a) + P (a) + S_1 (a) = 0

S_1(a) = - P(a) – P(a) $\rightarrow$ S_1 = - 2P (Tekan)

$\sum M_E = 0$

V_A (a) + H_A (a) – S_7 (a) = 0

S_7 (a) = P(a) + P(a) $\rightarrow$ S_7 = 2P (Tarik)

$\sum M_A = 0$

S_3 (a) + P (a) + S_1 (a) = 0

S_3(a) = - P(a) – (-2P)(a) $\rightarrow$ S_3 = P (Tarik)

Kontrol:

$\sum M_F = 0$

- S_3 (a) + V_A (2a) + H_A (a) - S_7 (a) = 0

- P (a) + 2P(2a) + P(a) – 2P(a) = 0

0 = 0 $\rightarrow$ OK!

1.3 METHODS OF CREMONA – MENENTUKAN GAYA AKSIAL PADA RANGKA BATANG SECARA GRAFIS

Pada metode Cremona, gaya-gaya batang ditentukan dengan membuat poligon gaya pada masing-masing titik simpul (joint). Berikut langkah-langkah penyelesaiannya:

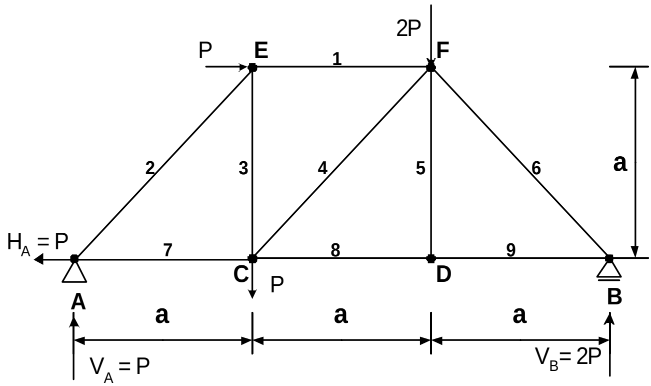
1. Tetapkan skala gaya yang akan digunakan dan arah putaran poligon gaya. (searah jarum jam atau berlawanan arah jarum jam)
2. Hitunglah reaksi peletakannya.
3. Buat poligon gaya, dimulai pada titik simpul yang maksimum mempunyai 2 gaya batang tidak diketahui. Mulailah dari gaya yang diketahui paling awal sesuai arah putaran yang ditetapkan. Ingat !! Prinsip poligon gaya adalah seluruh rangkaian gaya-gaya yang tertutup (awal titik tangkap hingga akhir tujuan gaya bertemu dalam 1 titik). Jadi untuk mencari gaya-gaya batang yang belum diketahui mahasiswa harus pandai-pandai menganalisis agar poligon-poligon gaya merupakan rangkaian yang tertutup.
4. Posisi gaya tiap batang selalu sama dengan posisi batang, yang berbeda adalah arahnya, apakah meninggalkan titik joint yang ditinjau atau menuju titik joint yang ditinjau tersebut.
5. Setelah poligon gaya terbentuk (awal-akhir bertemu pada 1 titik), tentukan titik joint yang ditinjau dengan pertimbangan arah putaran dan gaya-gaya dari batang yang tidak diketahui. (terletak pada gaya-gaya yang tidak diketahui)
6. Agar tidak membingungkan, berilah tanda negatif (-) untuk batang tekan jika menuju titik joint, dan tanda positif (+) untuk batang tarik jika meninggalkan titik joint.
7. Mulailah lagi dengan langkah ketiga untuk mencari gaya batang lainnya.
8. Jika seluruh gaya batang telah diketahui, maka seluruh poligon gaya yang didapat untuk masing-masing joint dijadikan satu poligon gaya dengan pertimbangan letak-letak joint yang telah ditetapkan pada poligon gaya disesuaikan dengan joint-joint pada rangka batang.

Contoh:

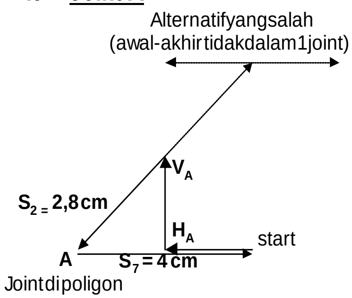
Reaksi peletakan telah dihitung pada contoh sebelumnya.

Skala : 2 cm = P

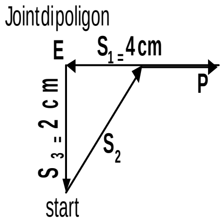
Arah putaran: Searah jarum jam



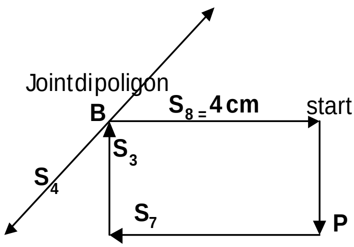
1. Joint A



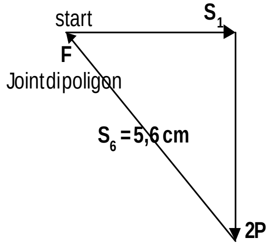
2. Joint E



3. Joint B

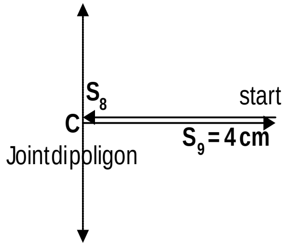


4. Joint F



5. Joint C

6. Joint D (KONTROL)



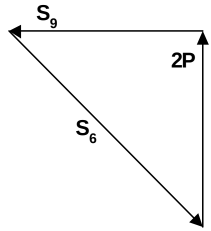
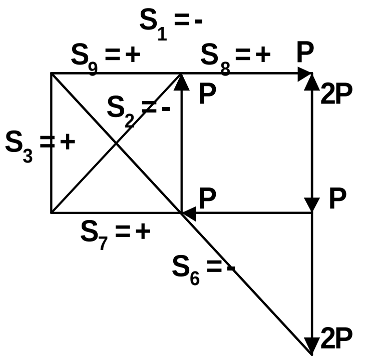


DIAGRAM CREMONA



Tabel Hasil Keseluruhan

Btg	Panjang	Gaya
1	4 cm	- 2 P
2	2,8 cm	- 1,4 P
3	2 cm	P
4	0	0
5	0	0
6	5,7 cm	- 2,85 P
7	4 cm	2 P
8	4 cm	2 P
9	4 cm	2 P

1.4 ANALISIS RANGKA BATANG DENGAN MENGGUNAKAN OPERASI MATRIKS

Pada penjelasan Analisis Rangka Batang sebelumnya, perhitungan gaya-gaya reaksi sistem struktur akibat gaya luar (beban), dilakukan dengan cara statika. Penentuan gaya reaksi batang dan reaksi perletakan dilakukan secara manual (dengan tangan) berdasarkan peninjauan kriteria keseimbangan badan bebas keseluruhan ataupun badan bebas parsial (sebagian) dari sistem struktur.

Cara-cara perhitungan manual tersebut di atas boleh jadi masih cukup sederhana dan praktis dilakukan atas sistem struktur yang masih sederhana dan relatif kecil, misalnya yang terdiri dari jumlah batang dan titik simpul yang relatif sedikit, dengan sudut orientasi batang yang relatif mudah dihitung. Cara-cara di atas akan segera terbukti kurang praktis diterapkan untuk sistem struktur yang relatif besar dan rumit. Masalah yang muncul antara lain:

- Aspek ketelitian perhitungan.
- Kesalahan penerapan kriteria keseimbangan dalam satu badan bebas, akan dapat merambat ke perhitungan keseimbangan badan bebas bersebelahan.
- Perhitungan sangat tergantung kepada geometri (bentuk) struktur; yang memang pada umumnya hanya akan cocok dilakukan secara manual (tangan). Pengambilan badan bebas yang taktis dan segera menghasilkan penentuan nilai beberapa komponen reaksi, dilakukan berdasarkan pengamatan.
- Perhitungan akan memakan waktu yang relatif lama.

Tersedianya komputer sebagai alat bantu hitung berkapasitas tinggi, cepat, teliti serta andal, dapat dimanfaatkan untuk mengatasi kendala-kendala yang telah dipaparkan di atas. Analisis statika dapat. dituangkan dalam algoritma perhitungan yang lebih standar, dan kemudian dituangkan dalam suatu program analisis yang dapat dieksekusi oleh komputer. Formulasi analisis perlu dituangkan dalam formulasi matriks, karena penyajian semacam ini sangat cocok untuk dieksekusi oleh komputer.

1.4.1 PROSEDUR ANALISIS DALAM FORMULASI MATRIKS

Urutan langkah analisis statika struktur rangka sendi disusun dalam algoritma operasi perhitungan sebagai berikut:

1. Tetapkan model diskrit yang digunakan untuk mewakili struktur yang dihadapi. Hitung jumlah elemen m, jumlah titik simpul j, dan jumlah reaksi kekangan r. Berikan nomor urut untuk elemen dan titik simpul.
2. Susun data masukan mengenai semua elemen. Data mencakup insidens elemen, yaitu daftar elemen dengan nomor titik ujung awal dan akhir. **Penulisan daftar nomor titik ujung awal dan akhir untuk insidens elemen adalah bebas.**

   Insidens ini akan mendefinisikan tata sumbu lokal setiap elemen, serta orientasinya terhadap tata sumbu global, serta akan mendefinisikan kesinambungan topologi sistem struktur. Aturan penulisan sumbu lokal setiap elemen adalah sesuai dengan aturan tangan kanan (telunjuk sumbu x, jempol sumbu y, punggung tangan kanan yang di lihat) dengan meninjau insidens elemen, yaitu arah sumbu lokal x adalah searah nomor titik ujung awal dan akhir yang telah ditetapkan.
3. Susun data masukan mengenai sernua titik simpul, yang mencakup koordinat, serta keaktifan derajat kebebasan titik simpul. Berikan indeks 1 untuk derajat kebebasan yang aktif, indeks 0 untuk derajat kebebasan yang terkekang oleh adanya reaksi perletakan.

4. Penomoran urutan kolom matriks koefisien sekarang dapat dilengkapi, yaitu mengurutkan kolom 1, 2,... , m untuk lokasi Sl, S,,..., S.. Dengan memeriksa indeks keaktifan titik simpul, mulai dari 1 hingga titik j, dapat ditemukan derajat kebebasan yang memiliki indeks 0 (nol). Berarti bahwa disitu ada reaksi perletakan, yang lalu diberi nomor mulai dari (m + 1), (m + 2*),* dan seterusnya hingga nomor *(2j).*
5. Penomoran urutan baris persamaan dapat dilakukan dengan mudah sesuai urutan nomor titik simpul. Misalnya, arah X dan Y titik simpul bernomor *k* diberi masingmasing nomor urut *2(k - 1) + 1* dan *2(k - 1) + 2* dalam urutan baris persamaan simultan.
6. Matriks koefisien [C] sekarang dapat disusun dengan:

   a.) memproses elemen satu per satu, yaitu dengan menggunakan koefisien dalam tabel berikut:

Tabel 1: Daftar Sumbangan Elemen ke – i atas Matriks Koefisien [C]

Baris Ke-	Nilai
2i – 1	- cos α_i
2i	- sin α_i
2j – 1	cos α_i
2j	sin α_i

Adapun penulisannya dalam matriks kekakuan adalah sebagai berikut:

$$\mathbf{c_{ab} = Z}$$

a → adalah indeks yang menunjukkan baris dari matriks kekakuan.
Diperoleh dari tabel 1 dengan cara melihat titik dari ujung (i dan j) elemen yang ditinjau. Jadi setiap elemen mempunyai 4 variasi dari nilai a sesuai dengan tabel 1 (2i – 1, 2i, 2j – 1, 2j).

b → adalah indeks yang menunjukkan kolom dari matriks kekakuan.
Ditulis berdasarkan nomor elemennya.

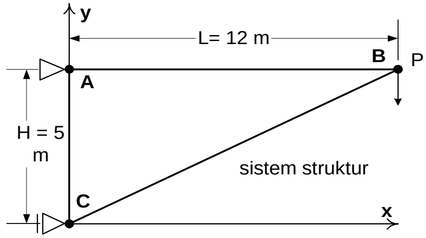
Z → adalah nilai dari matriks kekakuan sesuai dengan tabel 1.
Jadi setiap elemen mempunyai 4 variasi dari nilai Z sesuai dengan tabel 1 (-cos α_i, -sin α_i, cos α_i, sin α_i)

b.) Sumbangan reaksi perletakan dapat dimasukkan dengan menuliskan **-1,0** dalam baris dan kolom yang sesuai.

7. Langkah berikutnya adalah penyusunan matriks gaya luar {P}, berdasarkan data masukan yang memberikan lokasi titik simpul dimana bekerja gaya-gaya luar terpusat di arah tata sumbu global.
8. Sistem persamaan simultan dalam akhir langkah (7) dapat disusun dalam bentuk matriks sebagai berikut:

$$\mathbf{[C]\{S\} = \{P\} \rightarrow \quad [C]^T[C]\{S\} = \{P\}[C]^T}$$

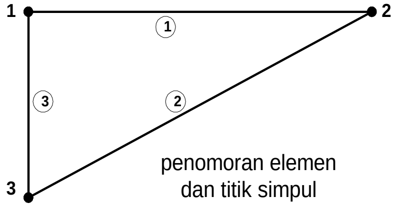
CONTOH



Gambar (a)

Tentukan besarnya masing-masing gaya batang dalam gambar (a) di samping ini!

Penyelesaian:



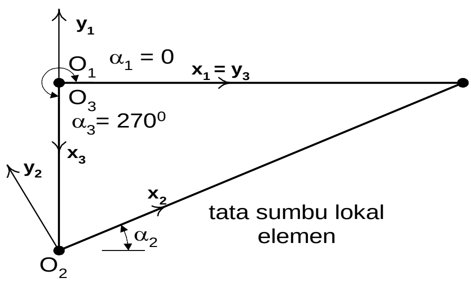
Gambar (b)

Sistem struktur di atas dimodelkan atas tiga elemen, dengan penomoran titik simpul dan elemen seperti dalam gambar (b) di samping. Dengan demikian, jumlah elemen m = 3, titik simpul j = 3, dan reaksi perletakan / kekangan r = 3.

Data masukan berupa insidens elemen, dan keaktifan, koordinat dan gaya luar titik simpul, disusun dalam tabel 2 berikut:

Tabel 2: Insiden Elemen

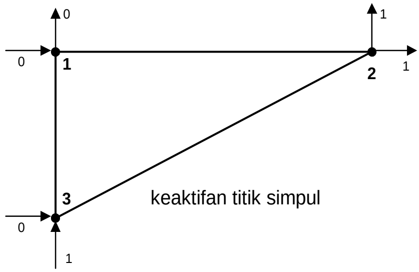
Elemen	Titik Ujung	
	1	2
1	1	2
2	3	2
3	1	3



Gambar (c)

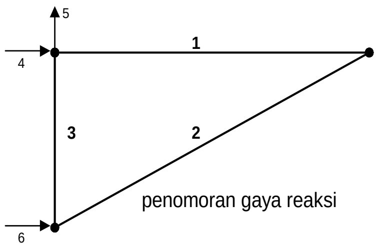
Insidens elemen tersebut sekaligus akan menetapkan tata sumbu lokal (x_l, y_1); (x_2, y_2); dan (x_3, y_3) pada **elemen 1** hingga **elemen 3** seperti terlihat dalam gambar (c) di samping.

Dengan demikian, sudut apit sumbu x_i dengan sumbu X yaitu α_i, diperoleh untuk ketiga tata sumbu lokal sebesar $\alpha_1 = 0^0$, α_2 = arctan (5/12), dan $\alpha_3 = 270^0$.



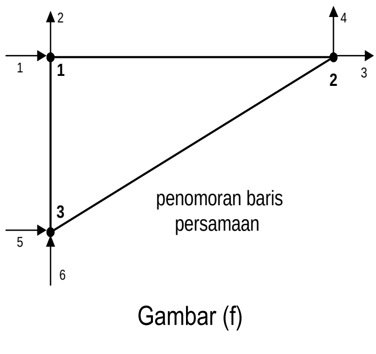
Gambar (d)

Pada gambar (d) di samping mulai dari titik 1 hingga 3, keaktifan titik simpul di arah 1 dan 2 diperiksa. Jika keaktifan bernilai nol, maka di sana ada gaya reaksi seperti yang diberikan nomor urut 4, 5, dan 6 dalam gambar (e) di samping bawah ini, yang masing-masing koresponden dengan R_{AH}, R_{AV}, dan R_{CH}.



Gambar (e)

Penomoran gaya reaksi diberikan dalam gambar (e) di samping. Dalam contoh ini, reaksi gaya dalam pada **elemen 1, 2, dan 3** diberi indeks *1, 2,* dan *3*. Sedangkan reaksi gaya peletakan diberi indeks 4, 5, 6.
Penomoran gaya reaksi sekaligus menentukan lokasi kolom dan total jumlah kolom.



Gambar (f)

Penomoran urutan baris matriks dimulai dari titik 1 hingga 3, dalam masing-masing arah X dan Y titik simpul, seperti terlihat pada gambar (f). Dengan ini, identifikasi baris dan kolom matriks koefisien [C] telah tertetapkan.

Penyusunan Matriks Kekakuan

a. sumbangan elemen demi elemen terhadap [C], dapat diproses sebagai berikut:

<u>Untuk elemen 1</u>, $\alpha_1 = 0^0$,
i (ujung pertama) = 1
j (ujung kedua) = 2
menurut insiden elemen 1 dalam daftar tabel 1:
$c_{11} = -1$; $c_{21} = 0$; $c_{31} = 1$; $c_{41} = 0$

Tabel 3: Keaktifan, koordinat, dan beban titik simpul

Titik	Keaktifan		Koordinat		Beban Luar	
	1	2	1	2	1	2
1	0	0	0.0	5.0	-	-
2	1	1	12.0	5.0	-	- P
3	0	1	0.0	0.0	-	-

<u>Untuk elemen 2</u>, α_2 = arctan (5/12) → cos α_2 = 12/13 dan cos α_2 = 5/13
i (ujung pertama) = 3
j (ujung kedua) = 2
menurut insiden elemen 2 dalam daftar tabel 1:
$c_{52} = -12/13$; $c_{62} = -5/13$; $c_{32} = 12/13$; $c_{42} = 5/13$

<u>Untuk elemen 3</u>, α_3 = arctan (5/12) → cos α_3 = 12/13 dan cos α_3 = 5/13
i (ujung pertama) = 1
j (ujung kedua) = 3
menurut insiden elemen 3 dalam daftar tabel 1:
$c_{13} = 0$; $c_{23} = 1$; $c_{53} = 0$; $c_{63} = -1$

$$
[C] = \begin{array}{cccccc c}
S_1 & S_2 & S_3 & R_4 & R_5 & R_6 & \\
\left|\begin{array}{cccccc}
\mathbf{-1} & 0 & \mathbf{0} & \mathbf{-1} & 0 & 0 \\
\mathbf{0} & 0 & \mathbf{1} & 0 & \mathbf{-1} & 0 \\
\mathbf{1} & \mathbf{12/13} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\mathbf{0} & \mathbf{5/13} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & \mathbf{-12/13} & \mathbf{0} & 0 & 0 & \mathbf{-1} \\
0 & \mathbf{-5/13} & \mathbf{-1} & 0 & 0 & 0
\end{array}\right. & & & & & &
\begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{array}\Bigg|
\end{array}
$$

Yang tercetak tebal merupakan sumbangan dari reaksi elemen dan peletakan

b. sumbangan reaksi-reaksi peletakan untuk [C]

- Reaksi nomor 4 (gambar e) berada pada titik simpul 1 di arah derajat kebebasan pertama (nomor 1 pada gambar f) maka → $\mathbf{c_{14} = -1}$
- Reaksi nomor 5 (gambar e) berada pada titik simpul 1 di arah derajat kebebasan kedua (nomor dua pada gambar f) maka → $\mathbf{c_{25} = -1}$
- Reaksi nomor 6 (gambar e) berada pada titik simpul 3 di arah derajat kebebasan pertama (nomor 5 pada gambar f) maka → $\mathbf{c_{56} = -1}$

Penyusunan Matriks Beban

Penyusunan matriks beban / vektor gaya luar {P}adalah sebagai berikut:
Gaya yang ada hanya satu, yaitu –P terletak pada titik simpul 2 di arah derajat kebebasan kedua, maka P_4 (sesuai gambar f) = P. Dengan demikian diperoleh matriks beban seperti di samping.

$$\{P\} \begin{array}{c} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -P \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \end{array} \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{array}$$

Penyusunan Matriks dalam Sistem Persamaan Keseimbangan

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 12/13 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5/13 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -12/13 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -5/13 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ R_4 \\ R_5 \\ R_6 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -P \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ R_4 \\ R_5 \\ R_6 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -1 \\ -1 \\ \sqrt{2} \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix} \bullet P$$