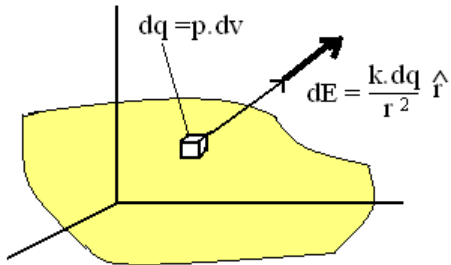


II. Distribusi Muatan Kontinyu

Perhitungan Medan Listrik Berdasarkan hukum Coulomb.



Sebuah elemen muatan dq yang menghasilkan medan $dE = \frac{K \cdot dq}{r^2} \hat{r}$ di titik p . Medan di p akibat muatan total ini dapat diperoleh dengan melakukan integrasi terhadap seluruh distribusi muatan.

Sebuah elemen muatan $dq = \rho \cdot dv$ yang sedemikian kecil sehingga dapat dianggap sebagai muatan titik. Medan listrik dE di titik medan p yang diakibatkan oleh elemen muatan ini dinyatakan oleh hukum coulomb :

$$dE = \frac{k \cdot dq}{r^2} \hat{r}$$

Dengan r merupakan jarak dari elemen muatan tersebut dengan titik medan p , dan \hat{r} sebagai vektor satuan yang menunjukkan arah dari elemen ke titik medan. Medan total di p dapat diperoleh dengan mengintegrasikan pernyataan ini terhadap distribusi muatan keseluruhan, yang kita anggap menempati sebagian volume V :

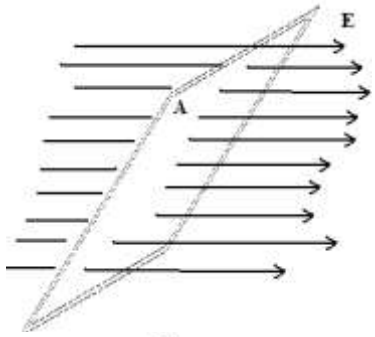
$$E = \int_V \frac{K \cdot dq}{r^2} \hat{r}$$

Dimana $dq = \rho \cdot dv$. jika muatan ini terdistribusi pada suatu permukaan, maka kita gunakan $dq = \sigma \cdot dA$ kemudian integralkan terhadap permukaannya. Jika muatannya terdistribusi pada garis, maka kita gunakan $dq = \lambda \cdot dL$ kemudian integralkan terhadap garisnya.

Hukum Gauss

Jumlah total dari garis yang meninggalkan sembarang permukaan yang melingkupi muatan tersebut akan berbanding lurus dengan muatan total yang dilingkupi oleh permukaan itu.

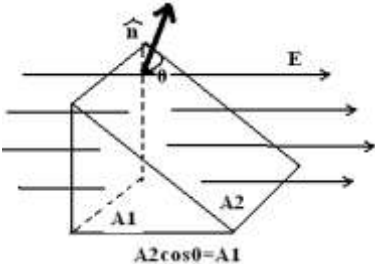
Kuantitas matematis yang menunjukkan jumlah garis gaya medan yang melewati permukaan ini disebut **fluks listrik**.



Garis-garis gaya medan listrik dari sebuah medan yang melintasi luas A yang letaknya tegak lurus medan disebut **fluks listrik**.

Fluks listrik (Φ) yang melewati permukaan luas A yang tegak lurus medan ini didefinisikan sebagai perkalian medan E dan luasan A

$$\Phi = EA ; \text{ satuan } \phi = (\text{N} \cdot \text{m}^2 / \text{C})$$



Garis medan listrik dari suatu medan listrik yang seragam yang tegak lurus terhadap luasan **A1** tapi membentuk sudut Θ dengan vektor satuan \hat{n} yang merupakan normal dari luasan **A2**. Apabila **E** tidak tegak lurus terhadap luasan tersebut maka fluksnya adalah **$E \cdot A$** , dimana **$E_n = E \cdot \cos \Theta$** adalah komponen E yang tegak lurus terhadap luasan tersebut. Fluks yang melewati A2 ini sama dengan fluks yang melewati A1.

Permukaan luasan A2 tidak tegak lurus terhadap medan listrik E. jumlah garis menyeberang luasan A2 sama dengan jumlah yang menyeberangi luasan A1. Luasan-luasan ini memiliki hubungan:

$$A2 \cos \Theta = A1$$

Dengan Θ sudut antara E dengan vektor satuan \hat{n} yang tegak lurus permukaan A2, seperti yang diperlihatkan gambar tersebut. Fluks Yang melintasi permukaan yang tidak tegak lurus terhadap E adalah

$\Phi = E \cdot \hat{n} \cdot A = E \cdot A \cdot \cos \Theta = E_n \cdot A$; dengan **$E_n = E \cdot \hat{n}$** adalah komponen dari vektor medan listrik yang tidak tegak lurus, atau normal, terhadap permukaan tersebut.

Persamaan Hukum Gauss

$$\Phi_{\text{net}} = \oint_s E_n \cdot dA = 4 \pi K Q$$

Dalam keabsahannya bergantung pada kenyataan bahwa medan listrik akibat suatu muatan titik tunggal berbanding terbalik dengan kuadrat jarak dari muatan itu. Besaran medan listrik inilah yang memungkinkan kita memperoleh jumlah garis medan listrik yang pasti dari suatu muatan dan membuat densitas garisnya sebanding dengan kekuatannya.

Biasanya kita menulis konstanta coulomb K dalam bentuk konstanta lain ϵ_0 , yang disebut **permitivitas ruang bebas**.

$$K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

Dengan menggunakan notasi ini, hukum coulomb dituliskan sebagai

$$F_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r_{12}^2} \cdot \hat{r}_{12}$$

Dan dalam hukum gauss

$$\Phi_{\text{net}} = \oint_s E n \cdot dA = \frac{1}{\epsilon_0} \cdot Q$$

Nilai ϵ_0 dalam satuan SI adalah

$$\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi k} = \frac{1}{4\pi(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2)} = 8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2 / \text{N} \cdot \text{m}^2$$

III. Potensial Listrik

Beda potensial $V_b - V_a$ didefinisikan sebagai negatif dari kerja persatuan muatan yang dilakukan oleh medan listrik ketika muatan uji bergerak dari titik a ke b.

$$\Delta V = V_b - V_a = - \int_a^b E \cdot dl$$

Untuk perpindahan tak hingga ditulis menjadi

$$dV = -E \cdot dl$$

Karena hanya beda potensial listrik sajalah yang dipandang penting, kita dapat menganggap potensial nol di semua titik yang kita inginkan. Potensial pada suatu titik adalah energi potensial muatan dibagi dengan muatan:

$$V = \frac{U}{q_0}$$

V= potensial

U= energi potensial

q_0 = muatan

Satuan potensial dan beda potensial adalah volt (V) : 1 V = 1 J/V. dalam hubungan satuan ini, satuan untuk medan listrik dapat dinyatakan 1 N/C = 1 V/m.

$$1 \text{ eV} = 1,6 \times 10^{-19} \text{ J}$$

Potensial pada jarak r dari muatan q dipusat diberikan oleh :

$$V = \frac{Kq}{r} + V_0$$

Dimana V_0 adalah potensial pada jarak tak hingga dari muatan. Ketika potensial dipilih menjadi nol pada jarak tak hingga, potensial akibat muatan titik adalah

$$V = \frac{Kq}{r}$$

Untuk sistem muatan titik, potensial diberikan oleh

$$V = \sum_i \frac{Kq}{r_{io}}$$

Dimana jumlah diambil untuk semua muatan dari r_{io} adalah jarak dari muatan i ke titik p dimana potensial dicari.

Energi potensial elektrostatik sistem muatan titik adalah kerja yang dibutuhkan untuk membawa muatan-muatan dari jarak tak hingga ke posisi terakhir.

Untuk distribusi muatan kontinu, potensial didapatkan dengan integrasi pada distribusi muatan:

$$V = \int \frac{K \cdot dq}{r}$$

Pernyataan ini digunakan hanya jika distribusi muatan kontinu dalam volume berhingga sehingga potensial dapat dipilih nol pada jarak tak hingga.

Medan listrik mengarah ke arah pengurangan terbesar dari potensial. Komponen E dalam arah perpindahan dl dihubungkan terhadap potensial akibat.

$$El = - \frac{dV}{dl}$$

Vektor yang menunjuk dalam arah perubahan fungsi potensial terbesar dan mempunyai jumlah sama dengan turunan fungsi terhadap jarak dalam arah tersebut adalah gradien fungsi. Medan listrik E adalah negatif gradien potensial V . dalam notasi vektor, gradien ditulis ∇V sehingga

$$E = - \nabla V$$

Untuk distribusi muatan simetri bola, potensial hanya berubah terhadap r , dan medan listrik dihubungkan dengan potensial akibat.

$$E = - \nabla V = - \frac{dV}{dr} \hat{r}$$

Dalam kordinat rektanguler , medan listrik dihubungkan dengan potensial akibat

$$E = - \nabla V = - \left(\frac{dV}{dx} i + \frac{dV}{dy} j + \frac{dV}{dz} k \right)$$

Contoh : (a) berapakah potensial listrik pada jarak $r=0,529 \times 10^{-10} \text{m}$ dari proton? (ini adalah jarak rata-rata proton dan elektron dalam atom hidrogen).
(b) berapakah energi potensial elektron dan proton pada pemisahan ini?

Jawab :

(a) Muatan proton adalah $q = 1,6 \times 10^{-19} \text{C}$

$$V = \frac{Kq}{r} = \frac{(8,99 \times 10^9 \text{N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2)(1,6 \times 10^{-19} \text{C})}{0,529 \times 10^{-10} \text{m}} = 27,2 \text{ J/C} = 27,2 \text{ Volt}$$

(b) Muatan elektron adalah $-e = -1,6 \times 10^{-19} \text{C}$. dalam elektron volt, energi potensial elektron dan proton yang terpisah dengan jarak $r=0,529 \times 10^{-10} \text{m}$ adalah

$$U = qV = -e (27,2 \text{V}) = -27,2 \text{ eV}$$

Dalam satuan SI, energi potensialnya adalah

$$U = qV = (-1,6 \times 10^{-19} \text{C}) (27,2 \text{V}) = -4,35 \times 10^{-18} \text{ j}$$

Contoh : cincin jari-jari 4 cm membawa muatan serba sama 8nC. Partikel kecil dengan massa $m = 6 \text{ mg} = 6 \times 10^{-6} \text{ Kg}$ dan muatan $q_0 = 5\text{nC}$ diletakan pada $X = 3 \text{ cm}$ dan dilepaskan. Tentukan kecepatan muatan ketika ia berjarak jauh dari cincin.

Jawab : Energi potensial muatan q_0 pada $X= 3\text{cm}$ adalah

$$U = q_0V = \frac{K \cdot Q \cdot q_0}{\sqrt{x^2 + a^2}} = \frac{(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2)(8 \times 10^{-9} \text{ C})(5 \times 10^{-9} \text{ C})}{\sqrt{(0,03)^2 + (0,04)^2}} = 7,19 \times 10^{-6} \text{ J}$$

Saat partikel bergerak sepanjang sumbu X menjauh dari cincin, energi potensialnya berkurang dan energi kinetiknya bertambah, ketika partikel sangat jauh dari cincin, energi potensialnya nol dan energi kinetiknya adalah $7,19 \times 10^{-6} \text{ J}$. maka kecepatannya adalah

$$\frac{1}{2} mV^2 = 7,19 \times 10^{-6} \text{ J}$$

$$V = \sqrt{\frac{2(7,19 \times 10^{-6} \text{ J})}{6 \times 10^{-6} \text{ Kg}}} = 1,55 \text{ m/s}$$