|  |
| --- |
| **4**  **UKURAN GEJALA PUSAT DAN UKURAN LETAK** |
| JUMLAH PERTEMUAN : 2 PERTEMUAN  TUJUAN INSTRUKSIONAL KHUSUS :  Mendefinisikan karakteristik dari setiap data berdasarkan ukuran gejala pusat data dan ukuran letak. |

**Materi :**

**4.1 Ukuran Gejala Pusat**

Ukuran gejala pusat atau disebut juga rata-rata menunjukkan di mana suatu data memusat atau suatu kumpulan pengamatan memusat (mengelompok). Ukuran gejala pusat yang akan dibahas disini adalah rata-rata hitung, median, modus, rata-rata ukur, dan rata-rata harmonic. Pengukuran pusat data penting untuk dilakukan karena suatu kelompok data bila diurutkan (membesar dan mengecil), maka ada kecenderungan bahwa data itu akan memusat pada bagiantengah.

**4.1.1 Rata-rata hitung**

Rata-rata hitung atau biasa disebut rata-rata adalah jumlah harga-harga variabel dibagi banyaknya harga-harga variabel tersebut. Kelebihan rata-rata hitung:

1. Mempertimbangkan semua nilai
2. Dapat menggambarkan mean populasi
3. Variasinya paling stabil
4. Cocok untuk data homogen

Sedangkan kekurangannya:

1. Peka atau mudah terpengaruhi oleh nilai ektrim
2. Kurang baik untuk data heterogen

Ada beberapa cara penentuan rata-rata hitung bergantung dengan bentuk datanya.

1. Data tunggal

Misal , , , …, adalah hasil pengamatan dari sampel, maka rata-rata hitung dari kumpulan data tersebut adalah



Contoh:

Perhatikan 10 data berikut: 8, 3, 2, 4, 6, 8, 7, 3, 4, 9. Tentukan rata-rata hitung dari data berikut:

1. Data berbobot

Misal suatu data di mana masing-masing data memiliki bobot tertentu, nilai dengan bobot , nilai dengan bobot , nilai dengan bobot , …, dan nilai dengan bobot , maka nilai rata-rata hitungnya adalah:



Contoh:

Misalkan pada akhir semester untuk mata kuliah Statistika dan Probabilitas diketahui bahwa Sarah mempunyai nilai terstruktur dengan rincian Ujian Akhir Semester (UAS) adalah 82.5, Ujian Tengah Semester (UTS) adalah 70, nilai tugas (T) adalah 85 dan nilai absensi 100. Ditentukan oleh Universitas bahwa bobot untuk UAS adalah 40%, bobot UTS 30%, bobot T 20% dan bobot Absensi 10%. Berdasarkan bobot masing-masing nilai tersebut dimisalkan = nilai UAS dengan bobot , = nilai UTS dengan bobot , = nilai T dengan bobot , = nilai absensi dengan bobot , maka nilai akhir semester Sarah untuk mata kuliah Statistika dan Probabilitas adalah:

1. Data yang berulang

Misal suatu data di mana masing-masing data memiliki pengulangan dengan frekuensi tertentu, nilai dengan mengulang sebanyak , nilai dengan bobot , nilai dengan bobot , …, dan nilai dengan bobot , maka nilai rata-rata hitungnya adalah:



Contoh:

Berikut adalah hasil ujian 40 mahasiswa:

|  |  |
| --- | --- |
| Nilai | F |
| 35  50  60  75  85 | 5  8  12  12  3 |

1. Data berkelompok

Jika data sudah tersedia dalam bentuk distribusi frekuensi maka rata-rata hitung untuk data tersebut dapat dihitung dengan formula:



Dengan :

 = frekuensi kelas ke-i

 = nilai tengah kelas ke-i

Contoh:

Data dari 60 nilai statistika mahasiswa UNIKOM disajikan pada tabel distribusi frekuensi berikut;

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Kelas | Xi | fi |
| 10 – 24  25 – 39  40 – 54  55 – 69  70 – 84  85 – 99 | 17  32  47  62  77  92 | 4  4  7  13  24  8 |
| Total |  |  |

Maka rata-rata hitung dari 60 nilai statistika adalah…

**Jawaban**: Untuk menghitung rata-rata hitung data kelompok diatas maka table diatas tambahkan sebuah kolom bantuan disebelah kanan kolom frekuensi, diisi dengan hasil perkalian Nilai tengah kelas (Xi) dengan frekuensi kelas yang bersesuaian (fi) sebagai berikut:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Kelas | Xi | fi | fiXi |
| 10 – 24  25 – 39  40 – 54  55 – 69  70 – 84  85 – 99 | 17  32  47  62  77  92 | 4  4  7  13  24  8 | 68  128  329  806  1848  736 |
| Total |  |  |  |

Sehingga rata-rata hitung untuk 60 nilai statistika adalah:



Rumus diatas dapat digunakan jika data kelompok memiliki Panjang kelas yang sama atau berbeda. Tetapi jika diketahui panjang kelas dalam satu tabel distribusi frekuensi sama dapat menggunakan:



Dengan

 = nilai tengah kelas dengan kode nol

 = panjang kelas

 = frekuensi tiap kelas

 = kode kelas ke-i, pemberian kode ditentukan dengan melihat frekuensi kelas, untuk kelas yang frekuensinya paling besar diberi kode 0, kelas diatasnya diberi kode -1, -2, -3, …dst. Sedangkan kelas berikutnya diberi kode +1, +2, +3,…dst.

**Keuntungan:** dengan cara ini kita dapat melakukan perhitungan rata-rata hitung dengan angka yang lebih kecil, sehingga terhindar dari kesalahan perhitungan

Contoh:

Data dari 60 nilai statistika mahasiswa UNIKOM disajikan pada tabel distribusi frekuensi berikut.

|  |  |
| --- | --- |
| Kelas | fi |
| 10 – 24  25 – 39  40 – 54  55 – 69  70 – 84  85 – 99 | 4  4  7  13  24  8 |
| Total |  |

Maka rata-rata hitung dari 60 nilai statistika adalah…

**Jawaban:** untuk perhitungan dengan menggunakan kode, maka table diatas tambahkan 3 kolom, yaitu kolom nilai tengah kelas, kode kelas, dan hasil perkalian frekuensi dengan kode kelas yang bersesuaian. Sehingga table diatas menjadi

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Kelas | Xi | fi | ci | fici |
| 10 – 24  25 – 39  40 – 54  55 – 69  70 – 84  85 – 99 |  | 4  4  7  13  24  8 |  |  |
| Total |  |  |  |  |

**Penjelasan pemberian kode**

Dari table diatas dapat dilihat bahwa kelas yang memiliki frekuensi terbesar adalah kelas 70 – 84, sehingga kelas tersebut diberi kode 0, kelas diatasnya secara berturut-turut diberi kode, -1, -2, -3, dan -4 dan kelas dibawahnya diberi kode +1, maka tabelnya akan menjadi

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Kelas | Xi | fi | Ci | fici |
| 10 – 24  25 – 39  40 – 54  55 – 69  70 – 84  85 – 99 |  | 4  4  7  13  24  8 | -4  -3  -2  -1  0  +1 |  |
| Total |  |  |  |  |

Maka kalian tinggal menghitung nilai rata-rata hitung menggunakan:

* + 1. **Modus**

Modus adalah bilangan yang frekuensi terbesar. Dalam kehidupan nyata, penggunaan gejala pusat ini sering digunakan dibandingkan rata-rata, Seperti, Bayi itu sejak kemarin seing menangis, ukuran gejala pusat yang digunakan adalah modus, yaitu menangis. Contoh yang lainnya ayah akhir-akhir ini sering pulang terlambat, ukuran gejala pusat yang digunakan dalam kalimat ini juga adalah modus yaitu terlambat. Kelebihan menggunakan modus adalah:

1. Tidak peka atau tidak terpengaruh oleh nilai ekstrim
2. Cocok untuk data homogen maupun heterogen

Kekurangan dari penggunaan modus:

1. Kurang menggambarkan mean populasi
2. Modus bisa lebih dari satu atau bahkan tidak ada.

**Data tunggal**

Contoh 1: 2, 8, 9, 11, 2, 6, 6, 7, 5, 2, 2, maka Mo = 2

Contoh 2: 2, 2, 2, 2, 2, 2, maka Mo = tidak ada

Contoh 3: 2,2,2,3,3,3,1,4,5 maka Mo = 2 dan 3

Berdasarkan 3 contoh diatas dapat dilihat bahwa untuk menjadi ukuran gejala pusat Modus tidak terlalu baik. **Ukuran gejala pusat**, maka diharapkan data memiliki sebuah pusat, seperti pada contoh 1. Tetapi karena ada kemungkinan tidak memiliki modus seperti contoh 2 atau bahkan memiliki lebih dari 1 Modus seperti contoh nomor 3. Maka dengan hanya penggunaan Modus kurang dapat memperlihatkan pusat data kita.

**Data kelompok**

Untuk menghitung Modus dari data kelompok:

Dengan

b = batas bawah kelas Modal (f terbesar)

= frekuensi kelas modal – frekuensi kelas sebelumnya

= frekuensi kelas modal – frekuensi kelas sesudahnya

panjang kelas

Contoh: Tentukanlah Modus dari data berikut:

|  |  |
| --- | --- |
| Kelas | f |
| 31-40  41-50  51-60  61-70  71-80  81-90  91-100 | 2  3  5  14  24  20  12 |
| Jumlah | 80 |

**Jawabannya:**

Seperti definisi modus, yaitu data yang memiliki frekuensi terbesar, maka pada data kelompok seperti ini, kita hanya tinggal melihat kelas mana yang memiliki frekuensi terbesar. Ingat modus dalam sebuah data mungkin hanya 1, lebih dari 1, atau bahkan tidak ada modus. Tetapi jika kita lihat pada soal yang kita miliki, kita memiliki sebuah kelas dengan frekuensi terbesar yaitu pada kelas ke-5: 71-80 dengan frekuensi, f5 = 24

Sehingga:

b = …

p = …

b1 = f5 - f4 = … (jika kelas sebelumnya tidak ada, maka frekuensi kelas sebelumnya = 0)

b2 = f5 – f6 = … (jika kelas sesudahnya tidak ada, maka frekuensi kelas sesudahnya = 0)

maka:

**Ingat:** Jika dalam sebuah table memiliki lebih dari 1 kelas yang memiliki frekuensi terbesar, maka modusnya juga tidak hanya 1. Maka lakukan langkah yang sama dengan data kelas yang baru.

* + 1. **Median**

1. Data tunggal

Median adalah data tengah atau data yang membagi barisan data menjadi 2 sama banyak. Jika banyak datanya ganjil, maka median adalah data yang paling tengah setelah pengurutan (membesar atau mengecil), jika banyak datanya genap maka median adalah rata-rata dari dua nilai tengahnya setelah pengurutan. Keuntungan dari penggunaan median:

1. Tidak peka atau tidak terpengaruhi oleh nilai ekstrim
2. Cocok untuk data heterogen

Sedangkan kerugiannya:

1. Tidak mempertimbangkan semua nilai
2. Kurang dapat menggambarkan mean populasi.

**Langkah-langkah menentukan median untuk data tunggal:**

1. Urutkan data dari yang terkecil hingga terbesar.
2. Tentukan letak median:
3. Tentukan nilai median

a. jika jumlah data ganjil:

b. jika jumlah data genap:

Contoh1: 5, 8, 10, 4, 10, 7, 12. Median?

Jawab: Urutkan data 4, 5, 7, 8, 10, 10, 12. Karena jumlah data adalah 7 maka mediannya

Contoh 2: 8, 19, 7, 12, 14, 10, 16, 7. Median?

Jawab: Urutkan data 7, 7, 8, 10, 12, 14, 16, 19. Karena jumlah data adalah 8 maka mediannya

1. Data Kelompok

Dengan

b = batas bawah kelas median ()

p = panjang kelas

n =

F = frekuensi kumulatif sebelum kelas median

f = frekuensi kelas median

Contoh:

|  |  |
| --- | --- |
| Kelas | f |
| 31-40  41-50  51-60  61-70  71-80  81-90  91-100 | 2  3  5  14  24  20  12 |
| Jumlah | 80 |

**Jawaban:**

Karena dalam data kita memiliki n = , maka median terletak di , Median terletak di data ke-40. Maka untuk mengetahui data ke-40 itu ada disebelah mana, kumulatifkan frekuensi kelas 1 per 1, hingga mencapai 40 maka kelas median terletak di kelas ke-5: 71-80, sehingga

b = …

p = …

n = 80

F = …

f = …

Sehingga mediannya:

**HITUNG NILAI MEDIAN DATA TERSEBUT, DENGAN FORMAT NIM, NAMA, FOTO JAWABAN. KIRIM WAPRI (hubungi saya secara pribadi). 5 ORANG TERCEPAT AKAN DIBERI NILAI KEAKTIFAN SEBANYAK 2 POINT.** (hanya berlaku selama masa jam belajar saja)

**Hubungan antara rata-rata hitung, Modus dan Median**

* + 1. **Rata-rata ukur**

Rata-rata ukur adalah rata-rata yang digunakan untuk menggambarkan keseluruhan data khususnya bila data tersebut mempunyai ciri tertentu, yaitu banyak nilai data yang satu sama lain daling berkelipatan sehingga perbandingan tiap duadata yang berurutan tetap atau hamper tetap, data tidak ada yang nol.

1. Data Tunggal

Misal , , , …, adalah hasil pengamatan dari sampel, maka rata-rata ukur (U) dari kumpulan data tersebut adalah

Tetapi jika hasil pengamatan terlalu besar maka

Contoh: Hitunglah rata-rata dari bilangan-bilangan 25, 102, 354, dan 1610!

Jawab

Maka rata-rata ukur untuk data tersebut adalah:

**Ingat: bahwa**

1. Data Kelompok

Dengan adalah nilai tengah kelas ke-i

adalah frekuensi kelas ke -i

Contoh: tentukan rata-rata ukur data berikut:

|  |  |
| --- | --- |
| Kelas | f |
| 31-40  41-50  51-60  61-70  71-80  81-90  91-100 | 2  3  5  14  24  20  12 |
| Jumlah | 80 |

**Jawaban:**

Untuk menjawab pertanyaan ini, maka disarankan untuk menambah kolom dalam table tersebut sebanyak 3 kolom sehingga dengan isian nilai tengah kelas (Xi), log Xi, Hasil perkalian frekuensi kelas dengan hasil log Xi, sebagai berikut:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Kelas | f | Xi |  |  |
| 31-40  41-50  51-60  61-70  71-80  81-90  91-100 | 2  3  5  14  24  20  12 |  |  |  |
| Jumlah | 80 |  |  |  |

Berdasarkan tabel di atas didapat: dan

Maka

Sehingga Rata-rata Ukurnya adalah: U = …

* + 1. **Rata-rata harmonic**

Rata-rata harmonis digunakan untuk data yang berbentuk pecahan atau decimal.

1. Data Tunggal

Misal , , , …, adalah hasil pengamatan dari sampel, maka rata-rata harmonik (H) dari kumpulan data tersebut adalah

**Contoh**: Hitunglah rata-rata harmonis untuk kumpulan data: !

Jawab:

1. Data Kelompok

Contoh:

Tentukan rata-rata harmonic data dibawah ini:

|  |  |
| --- | --- |
| Kelas | fi |
| 31-40  41-50  51-60  61-70  71-80  81-90  91-100 | 2  3  5  14  24  20  12 |
| Jumlah | 80 |

**Jawaban:**

Seperti biasa, gunakan kolom bantuan untuk menghitung rata-rata harmonic data kelompok. Untuk menghitung rata-rata harmonic data kelompok, tambahkan 2 kolom bantuan yang isinya adalah nilai tengah kelas , hasil pembagian frekuensi dengan nilai tengah kelas, maka table akan menjadi:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Kelas | fi |  |  |
| 31-40  41-50  51-60  61-70  71-80  81-90  91-100 | 2  3  5  14  24  20  12 |  |  |
| Jumlah | 80 |  |  |

Berdasarkan tabel diperoleh : dan , Maka

* 1. **Ukuran Letak**
     1. **Kuartil**

Kuartil adalah bilangan-bilangan yang membagi barisan data terurut menjadi 4 bagian sama banyak.

1. Data Tunggal

Langkah-langkah menentukan kuartil untuk data tunggal:

1. Urutkan data dari data yang terkecil hingga terbesar.
2. Tentukan letak kuartil :
3. Tentukan nilai kuartil:

Contoh:

Misalkan pada sebuah sampel didapat data: 78, 82, 66, 57, 97, 64, 56, 92, 94, 86, 52, 60, 70. Tentukan: a) K1 dan b)K3

Jawab:

Urutkan data : 52, 56, 57, 60, 64, 66, 70, 75, 82, 86, 92, 94, 97

1. Letak kuartil ke-1:

Nilai kuartil ke-1:

1. Letak Kuartil ke-3:

Nilai Kuartil ke-3:

1. Data Kelompok

Langkah menentukan kuartil dalam data kelompok:

1. Tentukan letak kuartil:
2. Tentukan besar nilai kuartil :

Dengan

b = batas bawah kelas kuartil

p = panjang kelas

n =

F = frekuensi kumulatif sebelum kelas kuartil

f = frekuensi kelas kuartil

i = kuartil ke –i

Contoh:

|  |  |
| --- | --- |
| Kelas | f  Tentukan Kuartil 1! |
| 31-40  41-50  51-60  61-70  71-80  81-90  91-100 | 2  3  5  14  24  20  12 |
| Jumlah | 80 |

**Jawaban:**

Untuk menjawab pertanyaan diatas, maka kalian tidak perlu mengurutkan data, karena data kelompok biasanya sudah terurut. Maka kalian bisa lanjut untuk mencari letak kuartil yang ditanyakan.

Letak kuartil ke- 1 =

Seperti pada median, untuk menemukan data keberapa, hanya tinggal menambahkan secara kumulatif sehingga mencapai nilai yang diinginkan, maka kalian akan mendapatkan nilai

b = …

p = …

n =

F = …

f = …

i = 1

Maka: