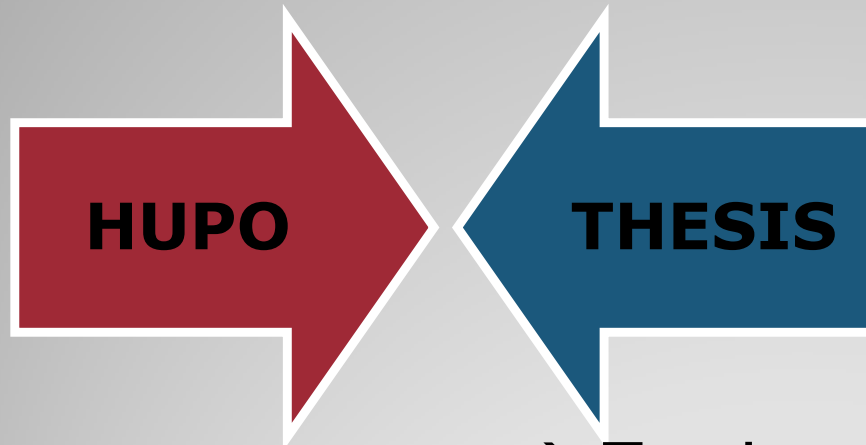


PENGUJIAN HIPOTESIS

Pengertian Pengujian Hipotesis

From:
BAHASA YUNANI



→ Lemah,
kurang, di
bawah

→ Teori, proposisi, atau
pernyataan yang
disajikan sebagai bukti

Hipotesis → suatu pernyataan yang masih lemah kebenarannya dan perlu dibuktikan atau dugaan yang sifatnya masih sementara

Pengertian Pengujian Hipotesis

Hipotesis statistik

→ Adalah pernyataan atau dugaan mengenai **keadaan populasi** yang sifatnya masih sementara atau lemah kebenarannya.

→ Harus diuji → harus kuantitatif

Pengujian Hipotesis

→ suatu prosedur yang akan menghasilkan suatu keputusan



Prosedur Pengujian Hipotesis

Langkah-langkah Pengujian Hipotesis:

1. Menentukan formulasi hipotesis



Hipotesis Nol (H_0)

→ Suatu pernyataan yang akan diuji

$$H_0 : \theta = \theta_0$$



Hipotesis Alternatif / tandingan (H_1 atau H_a)

→ Suatu pernyataan yang akan diuji



$$H_1 : \theta < \theta_0$$

$$H_1 : \theta > \theta_0$$

$$H_1 : \theta \neq \theta_0$$

Prosedur Pengujian Hipotesis

Langkah-langkah Pengujian Hipotesis:

2. Menentukan Taraf Nyata (*Significant Level*)



Besarnya batas toleransi dalam menerima kesalahan hasil hipotesis



$\alpha \rightarrow \% ; 1\%, 5\%, 10\% \text{ dll}$

Prosedur Pengujian Hipotesis

Langkah-langkah Pengujian Hipotesis:

3. Menentukan kriteria pengujian



Bentuk keputusan dalam menerima atau menolak hipotesis nol



Membandingkan nilai α tabel distribusi (nilai kritis) dengan nilai uji statistiknya

Kesalahan Tipe I dan Kesalahan Tipe II

Kesalahan Tipe I

Menolak hipotesis yang seharusnya diterima

Kesalahan Tipe II

Menerima hipotesis yang seharusnya ditolak

		Hasil Uji Hipotesis	
		Menerima Hipotesis	Menolak Hipotesis
Seharusnya	Hipotesis Benar	P (Keputusan benar) = $1 - \alpha$	P (Keputusan salah) = α
	Hipotesis Salah	P (Keputusan salah) = β	P (Keputusan benar) = $1 - \beta$

Kesalahan Tipe I dan Kesalahan Tipe II

$P(\text{Kesalahan tipe I}) = P(\text{menolak } H_0 | H_0 \text{ benar}) = \alpha$

$P(\text{Kesalahan tipe II}) = P(\text{menerima } H_0 | H_0 \text{ salah}) = \beta$

Kekuatan uji = $1 - \beta = P(\text{menolak } H_0 | H_0 \text{ salah})$

Menghindari/memperkecil salah satu jenis kesalahan $\rightarrow$ memperbesar jenis kesalahan yang lain



Cara memperkecil kedua jenis kesalahan $\rightarrow$ **memperbesar ukuran sampel**

Tingkat Signifikansi Uji

Adalah probabilitas maksimum dari risiko terjadinya kesalahan tipe I yang akan dialami dalam uji hipotesis

Dinyatakan dalam notasi α

Ditentukan lebih dulu sebelum pengambilan sampel

Besar tingkat signifikansi antara 5% - 1%

$\alpha = 5\%$: artinya kemungkinan terjadi kesalahan menolak hipotesis nol yang seharusnya diterima adalah 5%

Atau 95% yakin bahwa keputusan menolak hipotesis nol adalah benar

Uji Hipotesis yang Berkaitan dengan Distribusi Normal

$$z = \frac{S - \mu_s}{\sigma_s}$$

~ berdistribusi Normal standar $N(0; 1)$

Dimana

S : sampel dari populasi Normal

M_s : rata-rata

σ_s : standar deviasi

Misal:

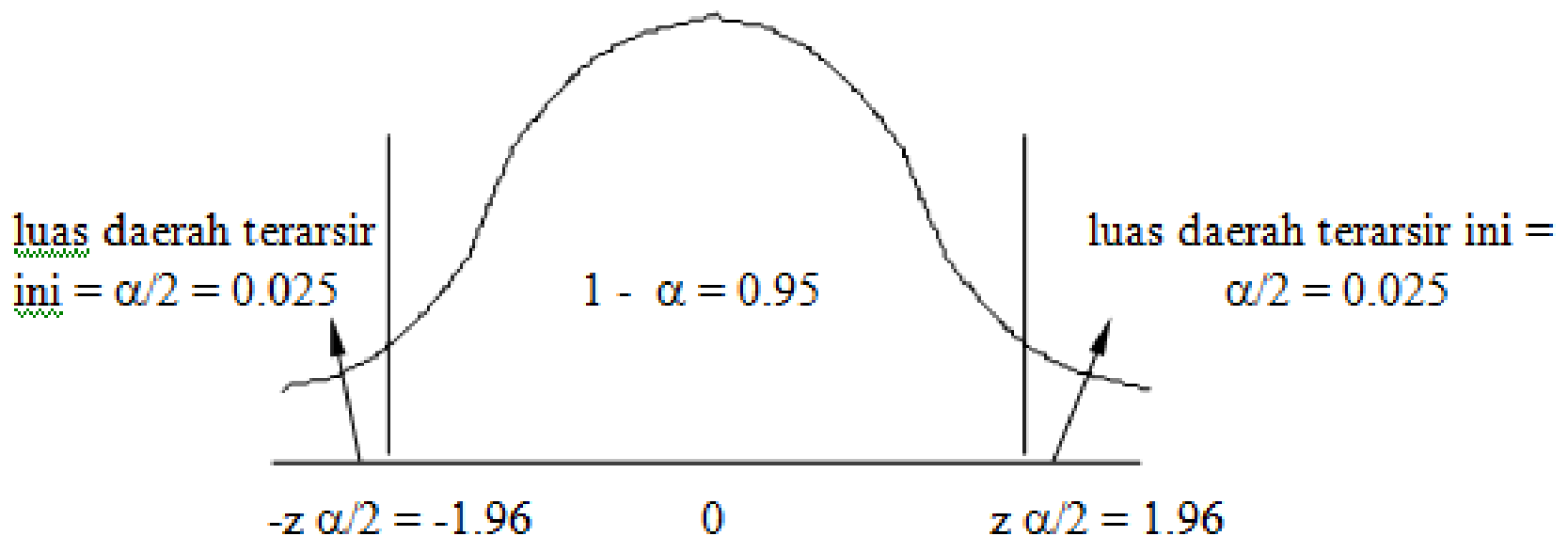
Uji hipotesis:

H_0 : parameter populasi $s = s_0$

H_1 : parameter populasi $s \neq s_0$

Uji Hipotesis yang Berkaitan dengan Distribusi Normal

Tingkat konfidensi 95%, bila H_0 benar, nilai Z dari statistik sampel S akan terletak pada nilai antara $-Z_{0.025} = -1,96$ sampai $Z_{0.025} = 1,96$



Uji Hipotesis yang Berkaitan dengan Distribusi Normal

Jika nilai Z dari statistik sampel S terletak *di luar interval* $-Z_{0.025} = -1,96$ sampai $Z_{0.025} = 1,96$



H_0 ditolak dengan kemungkinan salah sebesar $\alpha = 5\%$



Artinya

Jika kesimpulannya menolak H_0 padahal sesungguhnya H_0 benar, kemungkinannya adalah 5%

Uji Hipotesis yang Berkaitan dengan Distribusi Normal

Daerah kritis (*critical region*) atau daerah penolakan H_0 atau daerah signifikansi : daerah di luar interval $Z = -1,96$ sampai $Z = 1,96$

Daerah penerimaan H_0 atau daerah non-signifikansi : daerah di dalam interval $Z = -1,96$ sampai $Z = 1,96$

Uji Satu Sisi (*One Tailed Test*) dan Uji Dua Sisi (*Two Tailed Test*)

Uji Satu Sisi

$$H_0 : \mu = \mu_0$$

$$H_1 : \mu > \mu_0 \text{ atau } \mu < \mu_0$$

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2$$

$$H_1 : \mu_1 > \mu_2 \text{ atau } \mu_1 < \mu_2$$

Uji Dua Sisi

$$H_0 : \mu = \mu_0$$

$$H_1 : \mu \neq \mu_0$$

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2$$

$$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$$



Uji Rata-rata - Sampel Berukuran Besar

Uji Hipotesis untuk Rata-Rata

I. Uji Rata-rata untuk Sampel Berukuran Besar ($n \geq 30$)

Data statistik sampel:

- Ukuran sampel = $n \geq 30$
- Rata-rata sampel = $\bar{x}$
- Standard deviasi sampel = s
- Rata-rata distribusi sampling untuk rata-rata $\mu_{\bar{x}} = \mu$
- Standard deviasi populasi = σ
- Standard deviasi distribusi sampling untuk rata-rata

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Karena $n > 30$ jika σ tidak diketahui bisa diestimasikan

dengan s atau $\bar{s}^2 = \frac{n}{n-1} s^2$

Uji Hipotesis untuk Rata-Rata

Langkah-langkah pengujian :

a. Uji hipotesis

- $H_0 : \mu = \mu_0$

- $H_1 : \mu \neq \mu_0$

- Tingkat signifikansi : α

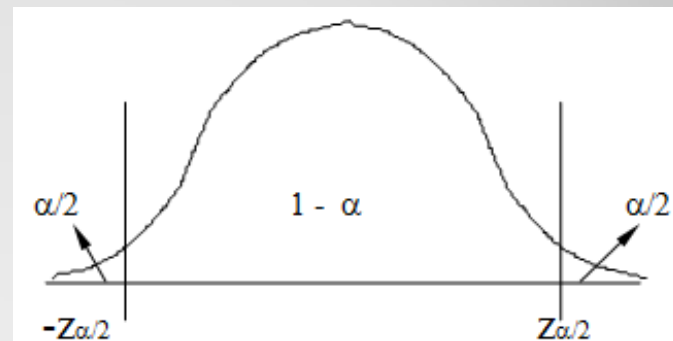
- Statistik uji : $Z_{hitung} = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} \sim N(0; 1)$

- Daerah kritis (Daerah penolakan H_0)

$$Z_{hitung} < -Z_{\alpha/2} \text{ atau } Z_{hitung} > Z_{\alpha/2}$$

- Daerah penerimaan H_0

$$-Z_{\alpha/2} \leq Z_{hitung} \leq Z_{\alpha/2}$$



Uji Hipotesis untuk Rata-Rata

b. Uji hipotesis

- $H_0 : \mu = \mu_0$

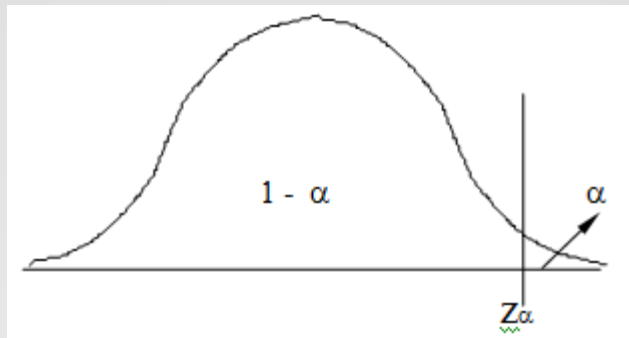
- $H_1 : \mu > \mu_0$

- Tingkat signifikansi : α

- Statistik uji : $Z_{hitung} = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} \sim N(0; 1)$

- Daerah kritis (Daerah penolakan H_0)

$$Z_{hitung} > Z_\alpha$$



- Daerah penerimaan H_0

$$Z_{hitung} \leq Z_\alpha$$

Uji Hipotesis untuk Rata-Rata

c. Uji hipotesis

- $H_0 : \mu = \mu_0$

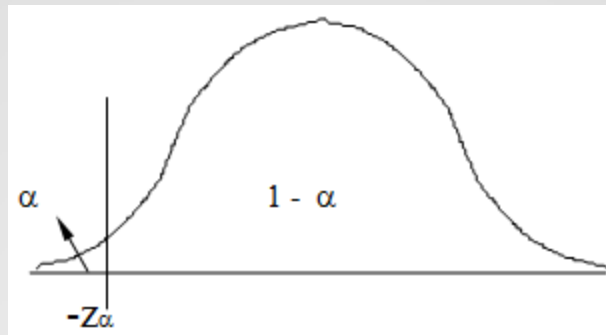
- $H_1 : \mu < \mu_0$

- Tingkat signifikansi : α

- Statistik uji : $Z_{hitung} = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0; 1)$

- Daerah kritis (Daerah penolakan H_0)

$$Z_{hitung} < -Z_\alpha$$



- Daerah penerimaan H_0

$$Z_{hitung} \geq -Z_\alpha$$

Uji Hipotesis untuk Rata-Rata - Contoh

Rata-rata *lifetime* dari sampel sejumlah 100 unit bola lampu yang dihasilkan suatu pabrik adalah 1570 jam dengan standar deviasi 120 jam. Jika rata-rata *lifetime* dari seluruh bola lampu yang dihasilkan pabrik tersebut adalah μ , ujilah dengan tingkat signifikansi 1% bahwa μ dari bola lampu yang dihasilkan oleh pabrik tersebut tidak sama dengan 1600 jam.

Breaking strenght dari kabel yang diproduksi pabrik tertentu mempunyai rata-rata 1800 lb. Dengan menggunakan teknik baru dalam proses manufakturingnya bisa diharapkan bahwa breaking strenght kabel bisa ditingkatkan. Untuk menguji pendapat tersebut, dilakukan test dengan sampel berukuran 50 kabel. Dari hasil pengukuran sampel diperoleh rata-rata breaking strenght 1850 lb dengan standar deviasi 100 lb. dengan menggunakan tingkat signifikansi 1%, ujilah apakah pendapat tersebut bisa diterima?

- Pimpinan bagian pengendalian mutu barang pabrik susu merek AKU SEHAT ingin mengetahui apakah rata-rata berat bersih satu kaleng susu bubuk yang diproduksi dan dipasarkan masih tetap 400 gram atau sudah lebih kecil dari itu. Dari data sebelumnya diketahui bahwa simpangan baku bersih per kaleng adalah 125 gram. Dari sampel 50 kaleng yang diteliti, diperoleh rata-rata berat bersih 375 gram. Dapatkah diterima bahwa berat bersih rata-rata yang dipasarkan tetap 400 gram? Ujilah dengan taraf nyata 5%!



Uji Rata-rata - Sampel Berukuran Kecil

Uji Hipotesis untuk Rata-Rata

I. Uji Rata-rata untuk Sampel Berukuran Kecil ($n < 30$)

Data statistik sampel:

- Ukuran sampel = $n < 30$
- Rata-rata sampel = $\bar{x}$
- Standard deviasi sampel = s

Uji Hipotesis untuk Rata-Rata

Langkah-langkah pengujian :

a. Uji hipotesis

- $H_0 : \mu = \mu_0$

- $H_1 : \mu \neq \mu_0$

- Tingkat signifikansi : α

- Statistik uji :

$$T_{hitung} = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\hat{s}/\sqrt{n}} = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n-1}}$$

$\sim t_{(n-1)}$

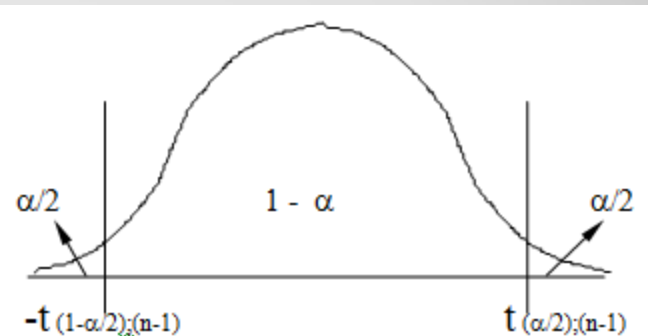
(student t dengan derajat kebebasan $n-1$)

- Daerah kritis (Daerah penolakan H_0)

$$T_{hitung} < -t_{(1-\alpha/2);(n-1)} \text{ atau } T_{hitung} > t_{(\alpha/2);(n-1)}$$

- Daerah penerimaan H_0

$$-t_{(1-\alpha/2);(n-1)} \leq T_{hitung} \leq t_{(\alpha/2);(n-1)}$$



Uji Hipotesis untuk Rata-Rata

b. Uji hipotesis

- $H_0 : \mu = \mu_0$

- $H_1 : \mu > \mu_0$

- Tingkat signifikansi : α

- Statistik uji :

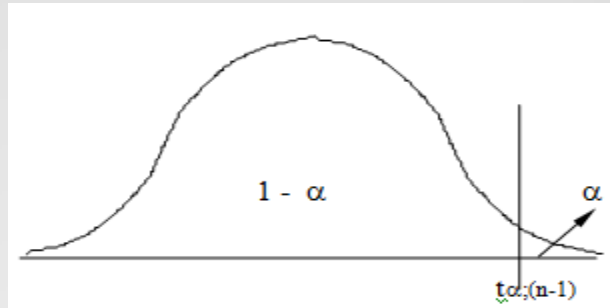
$$T_{hitung} = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\hat{s}/\sqrt{n}} = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n-1}}$$

$$\sim t_{(n-1)}$$

(student t dengan derajat kebebasan $n-1$)

- Daerah kritis (Daerah penolakan H_0)

$$T_{hitung} > t_{\alpha;(n-1)}$$



- Daerah penerimaan H_0

$$T_{hitung} \leq t_{\alpha;(n-1)}$$

Uji Hipotesis untuk Rata-Rata

c. Uji hipotesis

- $H_0 : \mu = \mu_0$

- $H_1 : \mu < \mu_0$

- Tingkat signifikansi : α

- Statistik uji :

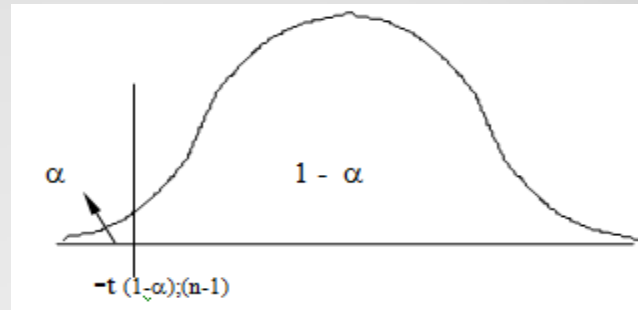
$$T_{hitung} = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\hat{s}/\sqrt{n}} = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n-1}}$$

$$\sim t_{(n-1)}$$

(student t dengan derajat kebebasan $n-1$)

- Daerah kritis (Daerah penolakan H_0)

$$T_{hitung} < -t_{(1-\alpha);(n-1)}$$



- Daerah penerimaan H_0

$$T_{hitung} \geq -t_{(1-\alpha);(n-1)}$$

Uji Hipotesis untuk Rata-Rata - Contoh

Sebuah mesin pembuat washer dalam keadaan masih baru bisa menghasilkan washer dengan ketebalan (tingkat ketipisan) 0,050 inchi. Untuk mengetahui apakah mesin tersebut masih bisa bekerja dengan baik (seperti dalam keadaan masih baru) diambil sampel produk sejumlah 10 washer. Dari sampel tersebut diperoleh rata-rata ketebalan 0,053 inchi dengan standar deviasi 0,003 inchi.

Ujilah dengan $\alpha = 5\%$ apakah mesin tersebut masih bekerja seperti dalam keadaan baru!

- Uji breaking strenght dari 6 buah kawat yang dihasilkan oleh suatu perusahaan menunjukkan rata-rata breaking strenght 7850 lb dengan standar deviasi 145 lb. Padahal pemilik perusahaan tersebut mengatakan bahwa breaking strenght dari kawat yang dihasilkan mempunyai rata-rata tidak kurang dari 8000 lb. apakah klaim dari pemilik perusahaan tersebut bisa dibenarkan? Ujilah dengan $\alpha = 0,01$ dan $\alpha = 0,05$.

- Waktu rata-rata yang diperlukan seorang mahasiswa untuk daftar ulang di suatu perguruan tinggi adalah 50 menit. Suatu prosedur pendaftaran baru yang menggunakan mesin modern sedang dicoba. Bila dari sampel random sebanyak 12 mahasiswa diperoleh data rata-rata waktu pendaftaran dengan menggunakan sistem baru tersebut adalah 48 menit dengan standar deviasi 11,9 menit. Ujilah hipotesis bahwa sistem baru tersebut lebih cepat dibandingkan sistem yang lama. Gunakan $\alpha = 0,05$



Uji Hipotesis Untuk Perbedaan Dua Rata-rata - Sampel Berukuran Besar

Uji Hipotesis untuk Perbedaan Dua Rata-Rata

- I. Jika $n_1; n_2 \geq 30$ dan $\sigma_1; \sigma_2$ diketahui
Jika tidak diketahui $\sigma_1; \sigma_2$ diestimasi dengan $s_1; s_2$**

Data statistik sampel:

- Ukuran sampel 1 = $n_1 \geq 30$
- Ukuran sampel 2 = $n_2 \geq 30$
- Rata-rata sampel 1 = $\bar{x}_1$
- Rata-rata sampel 2 = $\bar{x}_2$
- Standard deviasi sampel 1 = s_1
- Standard deviasi sampel 2 = s_2

Uji Hipotesis untuk Perbedaan Dua Rata-Rata

Langkah-langkah pengujian :

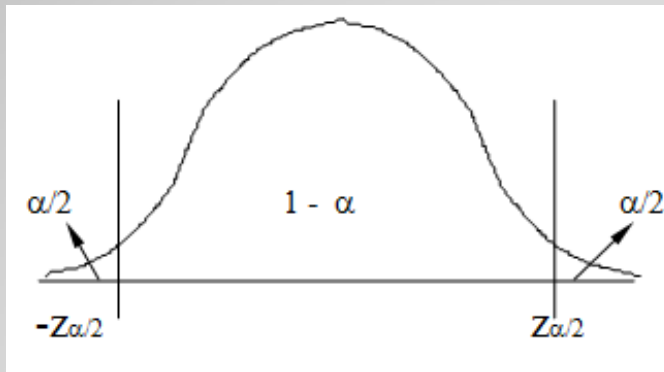
- Tingkat signifikansi :
- Statistik uji :

$$z_{hitung} = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}} \sim N(0; 1)$$

Uji Hipotesis untuk Perbedaan Dua Rata-Rata

a. Uji hipotesis

- $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ atau $\mu_1 - \mu_2 = 0$
 $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$ atau $\mu_1 - \mu_2 \neq 0$
- Daerah kritis (Daerah penolakan H_0)
 $Z_{hitung} < -Z_{\alpha/2}$ atau $Z_{hitung} > Z_{\alpha/2}$

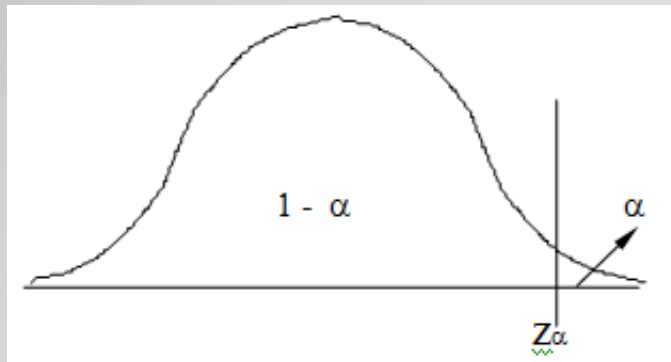


- Daerah penerimaan H_0
 $-Z_{\alpha/2} \leq Z_{hitung} \leq Z_{\alpha/2}$

Uji Hipotesis untuk Perbedaan Dua Rata-Rata

b. Uji hipotesis

- $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ atau $\mu_1 - \mu_2 = 0$
 $H_1 : \mu_1 > \mu_2$ atau $\mu_1 - \mu_2 > 0$
- Daerah kritis (Daerah penolakan H_0)
 $Z_{hitung} > Z_\alpha$

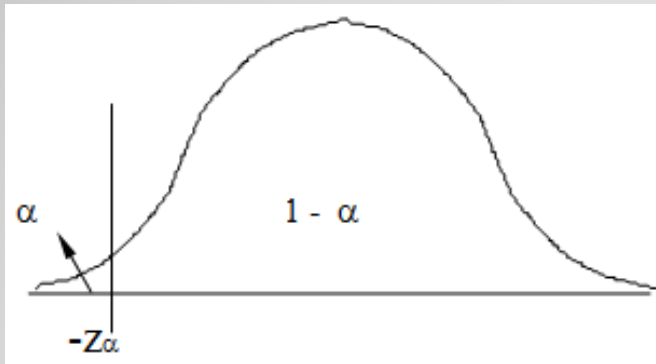


- Daerah penerimaan H_0
 $Z_{hitung} \leq Z_\alpha$

Uji Hipotesis untuk Perbedaan Dua Rata-Rata

c. Uji hipotesis

- $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ atau $\mu_1 - \mu_2 = 0$
 $H_1 : \mu_1 < \mu_2$ atau $\mu_1 - \mu_2 < 0$
- Daerah kritis (Daerah penolakan H_0)
 $Z_{hitung} < -Z_\alpha$



- Daerah penerimaan H_0
 $Z_{hitung} \geq -Z_\alpha$

Uji Hipotesis untuk Perbedaan Dua Rata-Rata

Contoh:

Sebuah test dilakukan pada 2 kelas yang berbeda yang masing-masing terdiri dari 40 dan 50 mahasiswa. Dalam kelas pertama diperoleh nilai rata-rata 74 dengan standar deviasi 8, sementara di kelas kedua nilai rata-ratanya 78 dengan standar deviasi 7. Apakah kedua kelas tersebut bisa dikatakan mempunyai tingkat kemampuan yang berbeda? Jika ya, apakah kelas kedua lebih baik dari kelas pertama? Gunakan tingkat signifikansi 0,05.

Uji Hipotesis untuk Perbedaan Dua Rata-Rata

Soal:

Seorang pemilik perusahaan produksi bohlam berpendapat bahwa bohlam merek TERANG dan SINAR tidak memiliki perbedaan rata-rata lamanya menyala. Untuk menguji pendapatnya, dilakukan percobaan dengan menyalakan 75 bohlam merek TERANG dan 40 bohlam merek SINAR sebagai sampel random. Ternyata diperoleh bahwa rata-rata menyalanya adalah 945 jam dan 993 jam dengan simpangan baku 88 jam dan 97 jam. Ujilah pendapat tersebut dengan taraf nyata 6%!



Uji Hipotesis Untuk Perbedaan Dua Rata-rata - Sampel Berukuran Kecil

Uji Hipotesis untuk Perbedaan Dua Rata-Rata

I. Jika $n_1; n_2 < 30$ dan $\sigma_1; \sigma_2$ tidak diketahui, tetapi $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$

Data statistik sampel:

- Ukuran sampel 1 = $n_1 < 30$
- Ukuran sampel 2 = $n_2 < 30$
- Rata-rata sampel 1 = $\bar{x}_1$
- Rata-rata sampel 2 = $\bar{x}_2$
- Standard deviasi sampel 1 = s_1
- Standard deviasi sampel 2 = s_2

Uji Hipotesis untuk Perbedaan Dua Rata-Rata

Langkah-langkah pengujian :

- Tingkat signifikansi : α
- Statistik uji :

$$T_{hitung} = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{S_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}{S_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} \sim t_{\alpha, v}$$

dengan

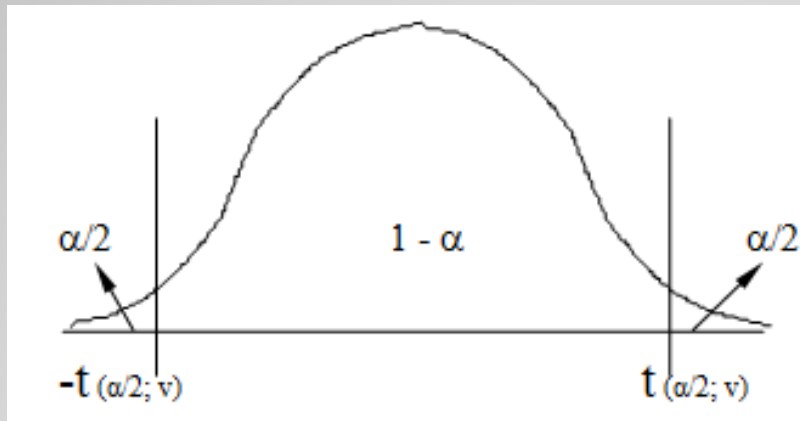
$$S_p^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

dan $v = n_1 + n_2 - 2$

Uji Hipotesis untuk Perbedaan Dua Rata-Rata

a. Uji hipotesis

- $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ atau $\mu_1 - \mu_2 = 0$
 $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$ atau $\mu_1 - \mu_2 \neq 0$
- Daerah kritis (Daerah penolakan H_0)
 $T_{hitung} < -t_{\alpha/2;v}$ atau $T_{hitung} > t_{\alpha/2;v}$

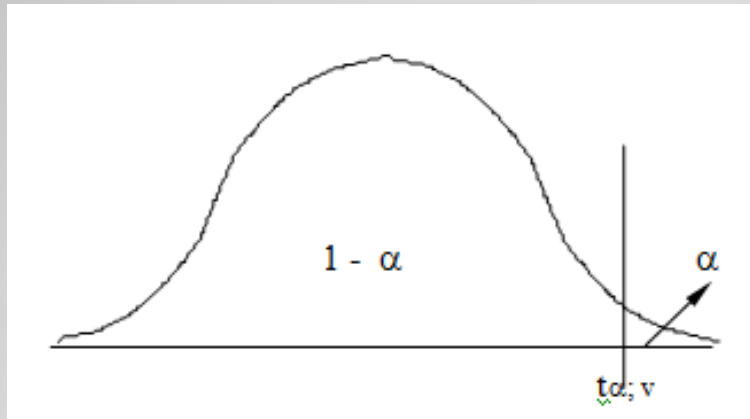


- Daerah penerimaan H_0
 $-t_{\alpha/2; v} \leq T_{hitung} \leq t_{\alpha/2; v}$

Uji Hipotesis untuk Perbedaan Dua Rata-Rata

b. Uji hipotesis

- $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ atau $\mu_1 - \mu_2 = 0$
 $H_1 : \mu_1 > \mu_2$ atau $\mu_1 - \mu_2 > 0$
- Daerah kritis (Daerah penolakan H_0)
 $T_{hitung} > t_{\alpha; v}$

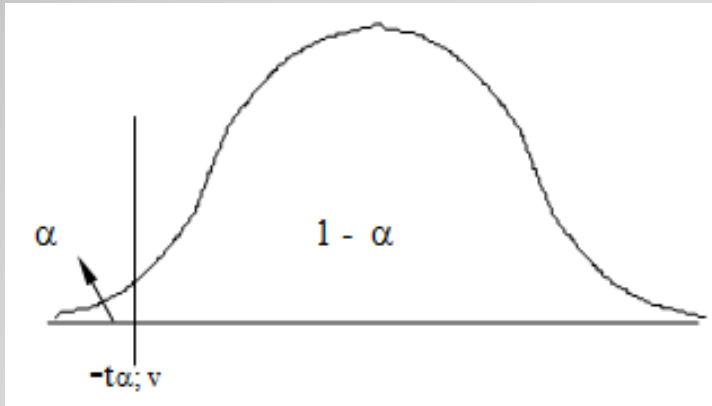


- Daerah penerimaan H_0
 $T_{hitung} \leq t_{\alpha; v}$

Uji Hipotesis untuk Perbedaan Dua Rata-Rata

c. Uji hipotesis

- $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ atau $\mu_1 - \mu_2 = 0$
 $H_1 : \mu_1 < \mu_2$ atau $\mu_1 - \mu_2 < 0$
- Daerah kritis (Daerah penolakan H_0)
 $T_{hitung} < -t_{\alpha; v}$



- Daerah penerimaan H_0
 $T_{hitung} \geq -t_{\alpha; v}$

Uji Hipotesis untuk Perbedaan Dua Rata-Rata

II. Jika $n_1; n_2 < 30$ dan $\sigma_1; \sigma_2$ tidak diketahui, tetapi $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

Data statistik sampel:

- Ukuran sampel 1 = $n_1 < 30$
- Ukuran sampel 2 = $n_2 < 30$
- Rata-rata sampel 1 = $\bar{x}_1$
- Rata-rata sampel 2 = $\bar{x}_2$
- Standard deviasi sampel 1 = s_1
- Standard deviasi sampel 2 = s_2

Uji Hipotesis untuk Perbedaan Dua Rata-Rata

Langkah-langkah pengujian :

- Tingkat signifikansi : α
- Statistik uji :

$$T_{hitung} = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}} = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}} \sim t_{\alpha, v}$$

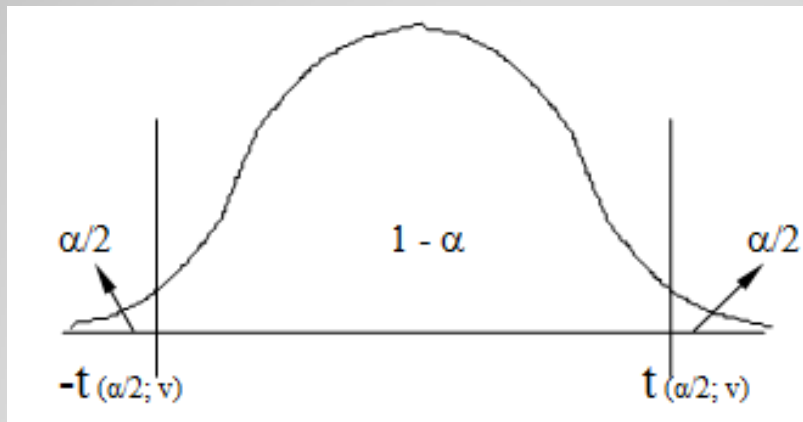
dengan

$$v = \frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{(s_1^2/n_1)^2}{n_1 - 1} + \frac{(s_2^2/n_2)^2}{n_2 - 1}} - 2$$

Uji Hipotesis untuk Perbedaan Dua Rata-Rata

a. Uji hipotesis

- $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ atau $\mu_1 - \mu_2 = 0$
 $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$ atau $\mu_1 - \mu_2 \neq 0$
- Daerah kritis (Daerah penolakan H_0)
 $T_{hitung} < -t_{\alpha/2;v}$ atau $T_{hitung} > t_{\alpha/2;v}$

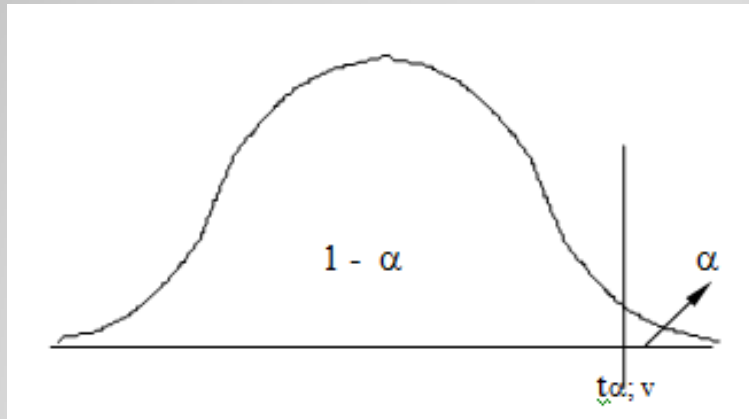


- Daerah penerimaan H_0
 $-t_{\alpha/2; v} \leq T_{hitung} \leq t_{\alpha/2; v}$

Uji Hipotesis untuk Perbedaan Dua Rata-Rata

b. Uji hipotesis

- $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ atau $\mu_1 - \mu_2 = 0$
 $H_1 : \mu_1 > \mu_2$ atau $\mu_1 - \mu_2 > 0$
- Daerah kritis (Daerah penolakan H_0)
 $T_{hitung} > t_{\alpha; v}$

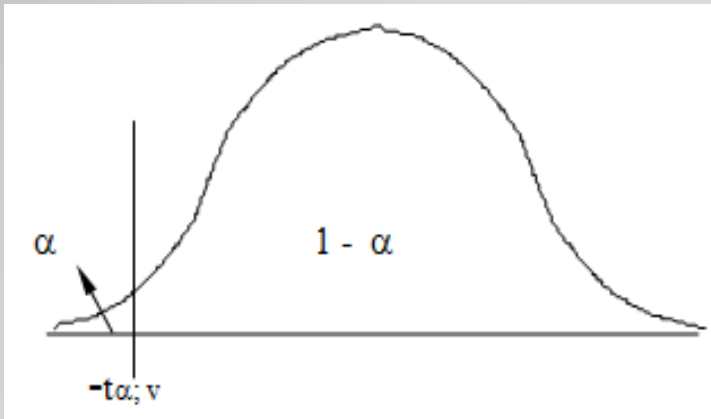


- Daerah penerimaan H_0
 $T_{hitung} \leq t_{\alpha; v}$

Uji Hipotesis untuk Perbedaan Dua Rata-Rata

c. Uji hipotesis

- $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ atau $\mu_1 - \mu_2 = 0$
 $H_1 : \mu_1 < \mu_2$ atau $\mu_1 - \mu_2 < 0$
- Daerah kritis (Daerah penolakan H_0)
 $T_{hitung} < -t_{\alpha; v}$



- Daerah penerimaan H_0
 $T_{hitung} \geq -t_{\alpha; v}$

Uji Hipotesis untuk Perbedaan Dua Rata-Rata

Contoh:

Test IQ dari 16 siswa di suatu daerah menunjukkan rata-rata 107 dengan standard deviasi 10. sementara sampel 14 siswa dari daerah lain menunjukkan rata-rata 112 dengan standar deviasi 8. Bisakah disimpulkan bahwa IQ dari kedua daerah tersebut berbeda secara signifikan? Gunakan $\alpha = 0,01$; jika diketahui bahwa standard deviasi dari IQ kedua daerah sama.

Uji Hipotesis untuk Perbedaan Dua Rata-Rata

Soal:

Untuk menguji pengaruh operator yang berbeda pada hasil proses produksi di sebuah mesin, dilakukan pengamatan selama 24 hari sebagai sampel. 12 hari pertama operator A yang mengoperasikan mesin tersebut dan 12 hari berikutnya digantikan oleh operator B. Kondisi kedua sampel tersebut dibuat sesama mungkin. Dari 12 hari pengamatan yang dilakukan oleh operator A diperoleh rata-rata hasil proses per hari adalah 5,1 kuintal dengan standar deviasi 0,36 kuintal; sementara dari operator B diperoleh rata-rata hasil proses per hari adalah 4,8 kuintal dengan standar deviasi 0,40 kuintal. Dapatkah disimpulkan bahwa operator A lebih baik dari operator B; jika diketahui bahwa standard deviasi dari hasil proses per hari kedua operator tidak sama. Gunakan $\alpha = 0,01$.



END



Uji Dua Sampel Berpasangan (Paired t Test)

Uji Dua Sampel Berpasangan (Paired t Test)

Jika 2 sampel berukuran n merupakan himpunan n pasangan observasi yang diperoleh dari n obyek yang diukur atau diperlakukan dengan dua cara yang berbeda.

Misalkan:

Obyek Pengamatan	Pengukuran/Perlakuan		Selisih (dj)	² (dj)
	I	II		
1	X ₁₁	X ₂₁	d ₁ = X ₁₁ - X ₂₁	d ₁ ²
2	X ₁₂	X ₂₂	d ₂ = X ₁₂ - X ₂₂	d ₂ ²
.	.	.	.	.
n	X _{1n}	X _{2n}	d _n = X _{1n} - X _{2n}	d _n ²
Jumlah			$\sum_{j=1}^n d_j$	$\sum_{j=1}^n d_j^2$

Dengan diasumsikan bahwa $x_{1j} \sim \text{Normal}(\mu_1; \sigma_1^2)$ dan $x_{2j} \sim \text{Normal}(\mu_2; \sigma_2^2)$
 $d_j = x_{1j} - x_{2j} \sim \text{Normal}(\mu_D; \sigma_D^2)$

Uji Dua Sampel Berpasangan (Paired t Test)

Langkah-langkah pengujian:

a. Uji hipotesis

- $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ atau $\mu_D = 0$

- $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$ atau $\mu_D \neq 0$

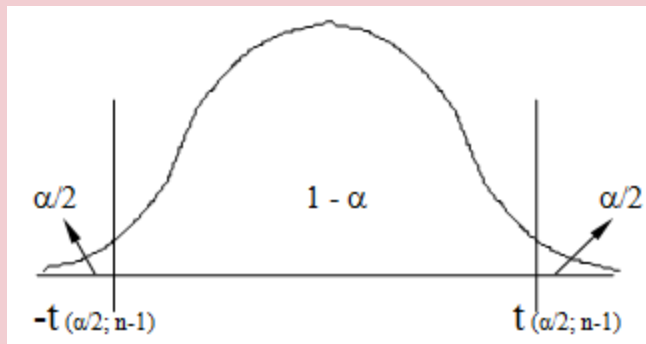
- Tingkat signifikansi : α

- Statistik uji : $T_{hitung} = \frac{\bar{d}}{s_D / \sqrt{n}} \sim t_{\alpha; n-1}$

dengan $\bar{d} = \frac{\sum_{j=1}^n d_j}{n}$ dan $s_D^2 = \frac{n \sum_{j=1}^n d_j^2 - [\sum_{j=1}^n d_j]^2}{n(n-1)}$

- Daerah kritis (Daerah penolakan H_0)

$T_{hitung} < -t_{\alpha/2; n-1}$ atau $T_{hitung} > t_{\alpha/2; n-1}$



- $-t_{\alpha/2; n-1} \leq T_{hitung} \leq t_{\alpha/2; n-1}$

Untuk uji satu sisi, penentuan daerah kritis bisa ditentukan seperti uji t yang lain

Uji Dua Sampel Berpasangan (Paired t Test)

Contoh:

Misalkan akan diuji apakah penerapan metode kerja baru di suatu stasiun kerja akan meningkatkan kapasitas kerja dari karyawan di stasiun kerja tersebut. Untuk itu diamati hasil produksi per jam dari 12 orang karyawan yang bekerja di stasiun kerja tersebut sebelum dan sesudah diterapkannya metode kerja baru, hasilnya bisa dilihat pada tabel berikut:
(Gunakan $\alpha = 5\%$)

Uji Dua Sampel Berpasangan (Paired t Test)

Karyawan	Jumlah Produk yang Dihasilkan per jam	
	Metode Lama	Metode Baru
1	23	24
2	18	25
3	21	23
4	25	24
5	22	26
6	19	21
7	21	22
8	23	21
9	24	26
10	27	26
11	23	25
12	25	27

Uji Dua Sampel Berpasangan (Paired t Test)

Soal:

Sebuah sampel random diambil dari 6 salesman untuk diselidiki hasil pengujiannya pada semester I dan II, suatu produk tertentu. Hasilnya adalah sebagai berikut:

Salesman	Penjualan	
	Semester I	Semester II
P	146	145
Q	166	154
R	189	180
S	162	170
T	159	165
U	165	161

Ujilah pada taraf nyata 5% apakah hasil penjualan semester I lebih baik daripada semester II?



Uji Hipotesis untuk Proporsi

Uji Hipotesis untuk Proporsi

Data statistik sampel:

- $\bar{p}$ = Proporsi kejadian "sukses" dalam sampel
- p = Proporsi kejadian "sukses" dalam populasi

- $\mu_{\bar{p}} = p$

- $\sigma_{\bar{p}} = \sqrt{\frac{pq}{n}} = \sqrt{\frac{p(1-q)}{n}}$

Statistik uji:

$$z = \frac{\bar{p} - p}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}} \sim N(0,1)$$

Jika : $\bar{p} = \frac{X}{n}$ X = banyaknya kejadian "sukses" dalam sampel

Maka

$$z = \frac{X - np}{\sqrt{np(1-p)}} \sim N(0,1)$$

Uji Hipotesis untuk Proporsi

Langkah-langkah pengujian :

a. Uji hipotesis

- $H_0 : p = p_0$

- $H_1 : p \neq p_0$

- Tingkat signifikansi : α

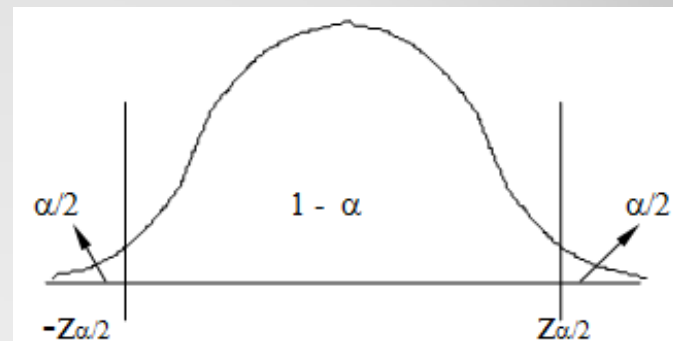
- Statistik uji :
$$Z = \frac{X - np_0}{\sqrt{np_0(1-p_0)}} \sim N(0; 1)$$

- Daerah kritis (Daerah penolakan H_0)

$$Z_{hitung} < -Z_{\alpha/2} \text{ atau } Z_{hitung} > Z_{\alpha/2}$$

- Daerah penerimaan H_0

$$-Z_{\alpha/2} \leq Z_{hitung} \leq Z_{\alpha/2}$$



Uji Hipotesis untuk Proporsi

b. Uji hipotesis

- $H_0 : p = p_0$

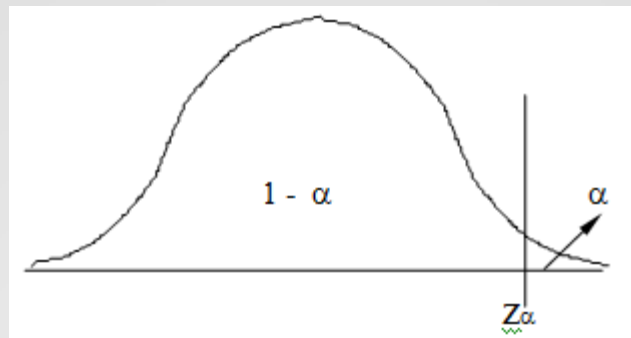
- $H_1 : p > p_0$

- Tingkat signifikansi : α

- Statistik uji :
$$Z = \frac{X - np_0}{\sqrt{np_0(1-p_0)}} \sim N(0; 1)$$

- Daerah kritis (Daerah penolakan H_0)

$$Z_{hitung} > Z_\alpha$$



- Daerah penerimaan H_0

$$Z_{hitung} \leq Z_\alpha$$

Uji Hipotesis untuk Proporsi

c. Uji hipotesis

- $H_0 : p = p_0$

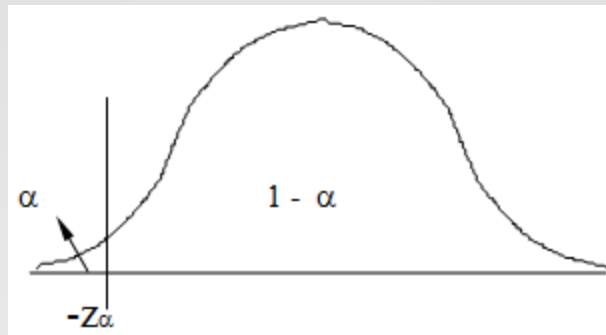
- $H_1 : p < p_0$

- Tingkat signifikansi : α

- Statistik uji :
$$Z = \frac{X - np_0}{\sqrt{np_0(1-p_0)}} \sim N(0; 1)$$

- Daerah kritis (Daerah penolakan H_0)

$$Z_{hitung} < -Z_\alpha$$



- Daerah penerimaan H_0

$$Z_{hitung} \geq -Z_\alpha$$

Uji Hipotesis untuk Proporsi

Soal:

Dikatakan bahwa 60% dari pemakai sepeda motor akan memilih sepeda motor merek A. Untuk menguji pernyataan tersebut, diambil sampel sebanyak 50 orang dan ternyata 20 orang diantaranya memilih merek A. Dengan tingkat signifikansi 5%, ujidlah apakah pernyataan diatas benar.

Uji Hipotesis untuk Proporsi

Soal:

Seorang pengusaha pabrik obat mengatakan bahwa obat produksinya 90% efektif bisa menyembuhkan alergi dalam waktu 8 jam. Dari sebuah sampel random berukuran 200 orang yng menderita alergi, 160 orang diantaranya dinyatakan sembuh dengan obat tersebut dalam waktu 8 jam. Buktikan pernyataan pengusaha tersebut benar. Gunakan $\alpha = 1\%$.



Uji Hipotesis untuk Perbedaan Proporsi

Uji Hipotesis untuk Perbedaan Proporsi

Data statistik sampel:

- $\hat{p}_1$ = Proporsi kejadian "sukses" dalam sampel 1
- $\hat{p}_2$ = Proporsi kejadian "sukses" dalam sampel 2
- p_1 = Proporsi kejadian "sukses" dalam populasi 1
- p_2 = Proporsi kejadian "sukses" dalam populasi 2
- $\mu_{\hat{p}_1 - \hat{p}_2} = p_1 - p_2$
- $\sigma_{\hat{p}_1 - \hat{p}_2} = \sqrt{p(1-p) \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}$; p diestimasi dengan $\bar{p} = \frac{n_1 \hat{p}_1 + n_2 \hat{p}_2}{n_1 + n_2}$

Statistik uji:

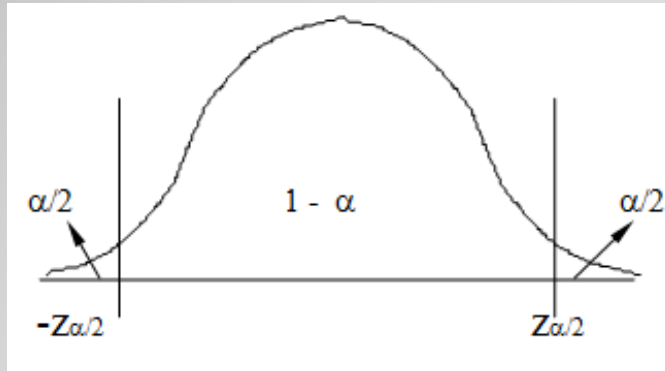
$$Z = \frac{\hat{P}_1 - \hat{P}_2}{\sqrt{p(1-p) \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}} = \frac{\hat{P}_1 - \hat{P}_2}{\sqrt{\bar{P}(1 - \bar{P}) \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}} \sim N(0,1)$$

Uji Hipotesis untuk Perbedaan Proporsi

Langkah-langkah pengujian :

a. Uji hipotesis

- $H_0 : p_1 = p_2$
 $H_1 : p_1 \neq p_2$
- Tingkat signifikansi : α
- Daerah kritis (Daerah penolakan H_0)
 $Z_{hitung} < -Z_{\alpha/2}$ atau $Z_{hitung} > Z_{\alpha/2}$

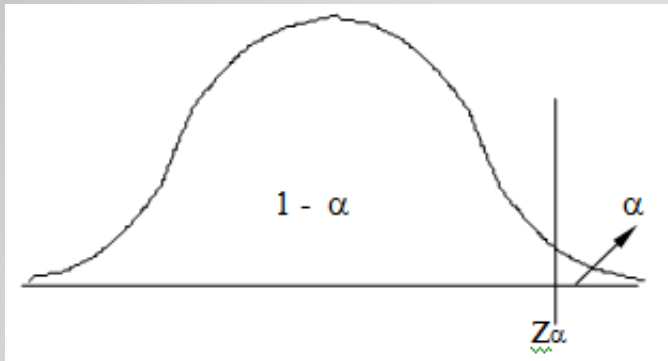


- Daerah penerimaan H_0
 $-Z_{\alpha/2} \leq Z_{hitung} \leq Z_{\alpha/2}$

Uji Hipotesis untuk Perbedaan Proporsi

b. Uji hipotesis

- $H_0 : p_1 = p_2$
 $H_1 : p_1 > p_2$
- Tingkat signifikansi : α
- Daerah kritis (Daerah penolakan H_0)
 $Z_{hitung} > Z_\alpha$

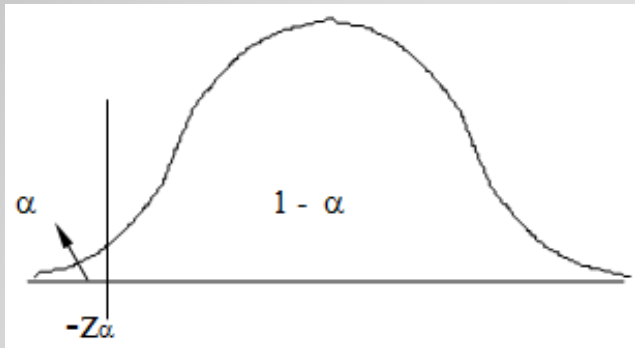


- Daerah penerimaan H_0
 $Z_{hitung} \leq Z_\alpha$

Uji Hipotesis untuk Perbedaan Proporsi

c. Uji hipotesis

- $H_0 : p_1 = p_2$
 $H_1 : p_1 < p_2$
- Tingkat signifikansi : α
- Daerah kritis (Daerah penolakan H_0)
 $Z_{hitung} < -Z_\alpha$



- Daerah penerimaan H_0
 $Z_{hitung} \geq -Z_\alpha$

Uji Hipotesis untuk Perbedaan Proporsi

Soal :

Dari sebuah sampel yang diambil berdasarkan polling pendapat yang terdiri dari 300 orang dewasa dan 200 remaja, diperoleh data bahwa 56% dari orang dewasa dan 48% dari kelompok remaja menyukai merek produk tertentu. Ujilah hipotesis bahwa terdapat perbedaan minat orang dewasa dan remaja terhadap produk tersebut. Gunakan $\alpha = 1\%$



Uji Hipotesis untuk Variansi/Standard Deviasi

Uji Hipotesis untuk Variansi

Data statistik sampel:

- s^2 = Variansi sampel
- σ^2 = Variansi populasi
- Statistik uji

$$\chi_{hitung}^2 = \frac{ns^2}{\sigma^2} \sim \chi_{(n-1)}^2$$

Uji Hipotesis untuk Variansi

Langkah-langkah pengujian :

a. Uji hipotesis

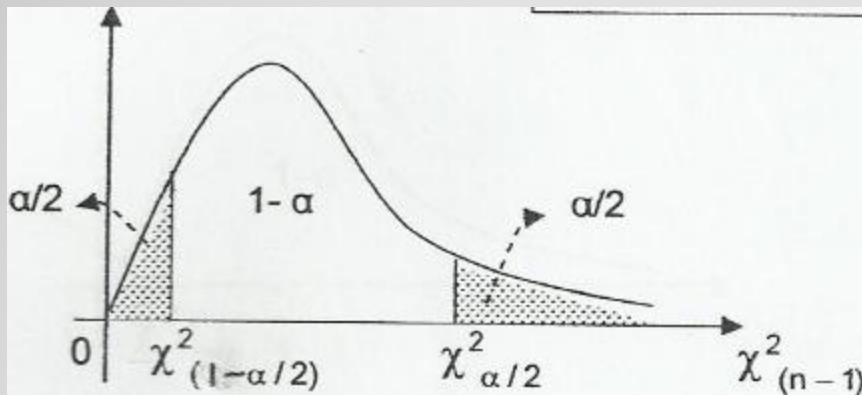
- $H_0 : \sigma = \sigma_0$

- $H_1 : \sigma \neq \sigma_0$

- Tingkat signifikansi : α
- Statistik uji : $\chi^2_{hitung} = \frac{ns^2}{\sigma_0^2}$

- Daerah kritis (Daerah penolakan H_0)

$$\chi^2_{hitung} < \chi^2_{(1-\frac{\alpha}{2});(n-1)} \text{ atau } \chi^2_{hitung} > \chi^2_{\frac{\alpha}{2};(n-1)}$$



- Daerah penerimaan H_0

$$\chi^2_{(1-\frac{\alpha}{2});(n-1)} \leq \chi^2_{hitung} \leq \chi^2_{\frac{\alpha}{2};(n-1)}$$

Uji Hipotesis untuk Variansi

b. Uji hipotesis

- $H_0 : \sigma = \sigma_0$

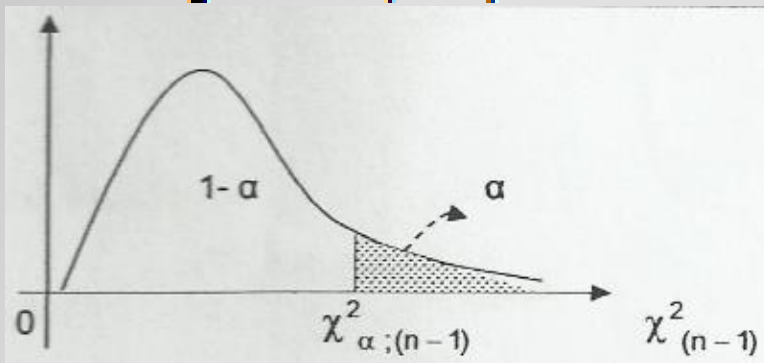
- $H_1 : \sigma > \sigma_0$

- Tingkat signifikansi : α

- Statistik uji : $\chi^2_{hitung} = \frac{ns^2}{\sigma_0^2}$

- Daerah kritis (Daerah penolakan H_0)

$$\chi^2_{hitung} > \chi^2_{\alpha; (n-1)}$$



- Daerah penerimaan H_0

$$\chi^2_{hitung} \leq \chi^2_{\alpha; (n-1)}$$

Uji Hipotesis untuk Variansi

c. Uji hipotesis

- $H_0 : \sigma = \sigma_0$

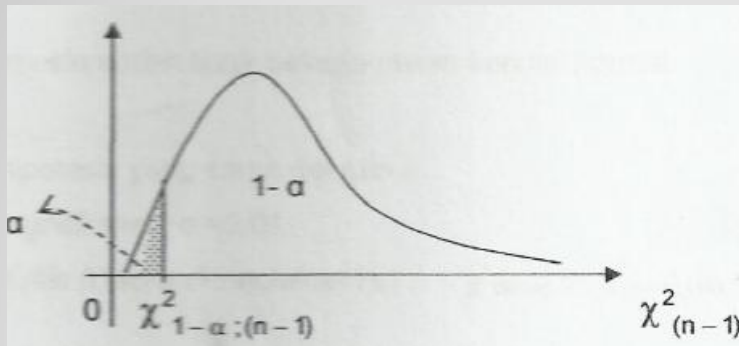
- $H_1 : \sigma < \sigma_0$

- Tingkat signifikansi : α

- Statistik uji : $\chi^2_{hitung} = \frac{ns^2}{\sigma_0^2}$

- Daerah kritis (Daerah penolakan H_0)

$$\chi^2_{hitung} < \chi^2_{(1-\alpha);(n-1)}$$



- Daerah penerimaan H_0

$$\chi^2_{hitung} \geq \chi^2_{(1-\alpha);(n-1)}$$

Uji Hipotesis untuk Variansi

Contoh:

Dalam kondisi normal, standard deviasi dari paket-paket produk dengan berat 40 ons yang dihasilkan suatu mesin adalah 0,25 ons. Setelah mesin berjalan beberapa waktu, diambil sampel produk sejumlah 20 paket, dari sampel tersebut diketahui standard deviasi beratnya adalah 0,32 ons. Apakah mesin tersebut masih bisa dikatakan bekerja dalam keadaan normal? Gunakan $\alpha = 0,05$.

Uji Hipotesis untuk Variansi

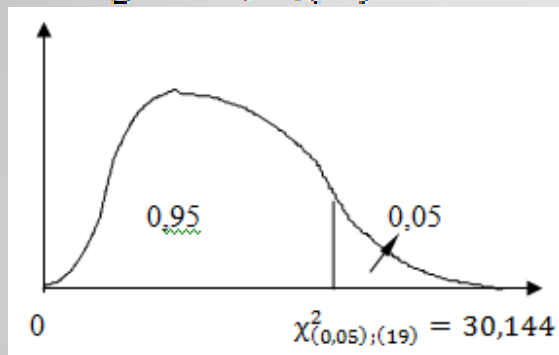
Data statistik:

$$n = 20 \quad s = 0,32 \text{ ons}$$

Uji hipotesis

- $H_0 : \sigma = 0,25$
 $H_1 : \sigma > 0,25$
- Tingkat signifikansi : $\alpha = 0,05$
- Statistik uji : $\chi^2_{hitung} = \frac{ns^2}{\sigma_0^2} = \frac{20(0,32^2)}{(0,25)^2} = 32,8$
- Daerah kritis (Daerah penolakan H_0)

$$\chi^2_{hitung} > \chi^2_{0,05;(19)} = 30,144$$



- Kesimpulan: karena $\chi^2_{hitung} = 32,8 > \chi^2_{0,05;(19)} = 30,144$ maka H_0 ditolak artinya mesin sudah tidak bekerja dalam kondisi normal



END



Uji Hipotesis untuk Rasio Dua Variansi/Standard Deviasi

Uji Hipotesis untuk Rasio Dua Variansi/Standard Deviasi

Data statistik sampel:

- s_1^2 = Variansi sampel 1
- s_2^2 = Variansi sampel 2
- σ_1^2 = Variansi populasi 1
- σ_2^2 = Variansi populasi 2

- Statistik uji

$$F_{hitung} = \frac{\hat{s}_1^2 / \sigma_1^2}{\hat{s}_2^2 / \sigma_2^2} = \frac{\frac{n_1}{n_1 - 1} \frac{s_1^2}{\sigma_1^2}}{\frac{n_2}{n_2 - 1} \frac{s_2^2}{\sigma_2^2}} = \frac{\frac{n_1}{n_1 - 1} s_1^2 \sigma_2^2}{\frac{n_2}{n_2 - 1} s_2^2 \sigma_1^2} \sim F_{(n_1 - 1); (n_2 - 1)}$$

Uji Hipotesis untuk Rasio Dua Variansi/Standard Deviasi

Langkah-langkah pengujian :

a. Uji hipotesis

- $H_0 : \sigma_1 = \sigma_2$

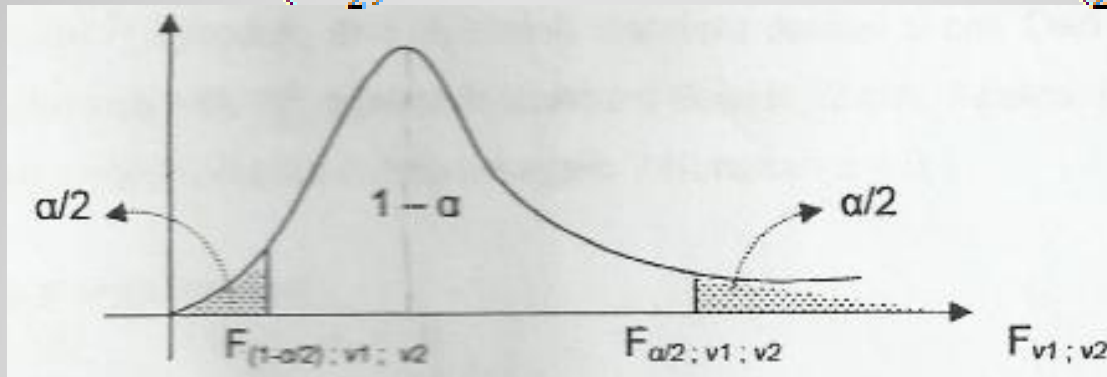
- $H_1 : \sigma_1 \neq \sigma_2$

- Tingkat signifikansi : α

- Statistik uji : karena $H_0 : \sigma_1 = \sigma_2$ maka: $F_{hitung} = \frac{\frac{n_1}{n_1 - 1} s_1^2}{\frac{n_2}{n_2 - 1} s_2^2} = \frac{\hat{s}_1^2}{\hat{s}_2^2}$

- Daerah kritis (Daerah penolakan H_0)

$$F_{hitung} < F_{(1-\frac{\alpha}{2});(n_1-1);(n_2-1)} \text{ atau } F_{hitung} > F_{(\frac{\alpha}{2});(n_1-1);(n_2-1)}$$



- Daerah penerimaan H_0

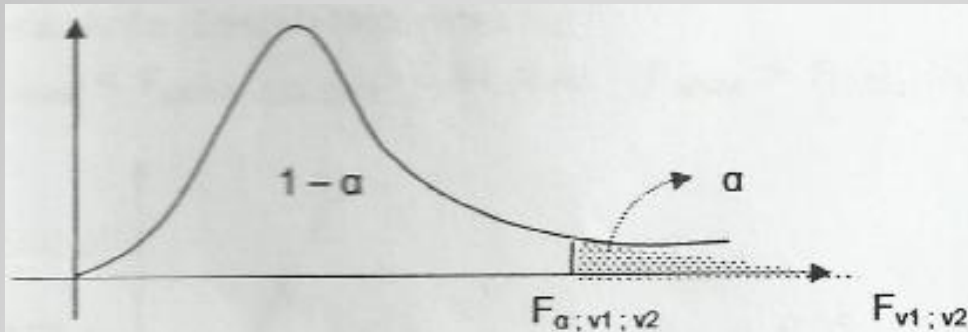
$$F_{(1-\frac{\alpha}{2});(n_1-1);(n_2-1)} \leq F_{hitung} \leq F_{(\frac{\alpha}{2});(n_1-1);(n_2-1)}$$

Uji Hipotesis untuk Rasio Dua Variansi/Standard Deviasi

b. Uji hipotesis

- $H_0 : \sigma_1 = \sigma_2$
 $H_1 : \sigma_1 > \sigma_2$
- Tingkat signifikansi : α
- Daerah kritis (Daerah penolakan H_0)

$$F_{hitung} > F_{(\alpha);(n_1-1);(n_2-1)}$$



- Daerah penerimaan H_0

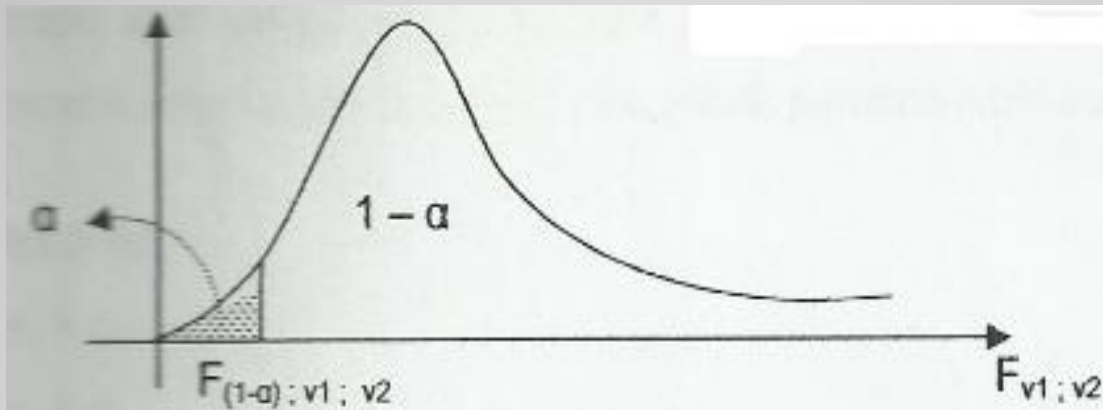
$$F_{hitung} \leq F_{(\alpha);(n_1-1);(n_2-1)}$$

Uji Hipotesis untuk Rasio Dua Variansi/Standard Deviasi

c. Uji hipotesis

- $H_0 : \sigma_1 = \sigma_2$
 $H_1 : \sigma_1 < \sigma_2$
- Tingkat signifikansi : α
- Daerah kritis (Daerah penolakan H_0)

$$F_{hitung} < F_{(1-\alpha);(n_1-1);(n_2-1)}$$



- Daerah penerimaan H_0

$$F_{hitung} \geq F_{(1-\alpha);(n_1-1);(n_2-1)}$$

Uji Hipotesis untuk Rasio Dua Variansi/Standard Deviasi

Contoh:

Untuk menguji keseragaman (homogenitas) panjang kawat yang dihasilkan oleh dua pabrik yang berbeda dilakukan uji ratio variansi. Dari pabrik pertama diambil sampel sejumlah 16 produk, dan diperoleh standard deviasi 9 cm. Dari pabrik kedua diambil sejumlah 25, diperoleh standard deviasi 12 cm. apakah kawat yang dihasilkan kedua pabrik tersebut cukup seragam? Gunakan $\alpha = 0,1$



Uji Hipotesis untuk Kesamaan Beberapa Proporsi (Uji Independensi)

Uji Hipotesis untuk Kesamaan Beberapa Proporsi (Uji Independensi)

Langkah-langkah pengujian hipotesis:

- $H_0 : p_1 = p_2 = \dots = p_k = p$
 $H_1 : \text{tidak semua sama (paling tidak ada satu yang tidak sama)}$
- Tingkat signifikansi : α
- Data sampel :

	Sampel 1	Sampel 2		Sampel k-1	Sampel k	Total
Sukses	x_1	x_2		x_{k-1}	x_k	x
Gagal	$n_1 - x_1$	$n_2 - x_2$		$n_{k-1} - x_{k-1}$	$n_k - x_k$	$n - x$
Total	n_1	n_2		n_{k-1}	n_k	n

x_j = banyaknya kejadian sukses pada sampel j ; $j = 1, 2, 3, \dots, k$

n_j = ukuran sampel j

Uji Hipotesis untuk Kesamaan Beberapa Proporsi (Uji Independensi)

- Statistik uji

$$\chi^2_{\text{hitung}} = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^k \frac{(o_{ij} - e_{ij})^2}{e_{ij}} \sim \chi^2_{\alpha; (k-1)}$$

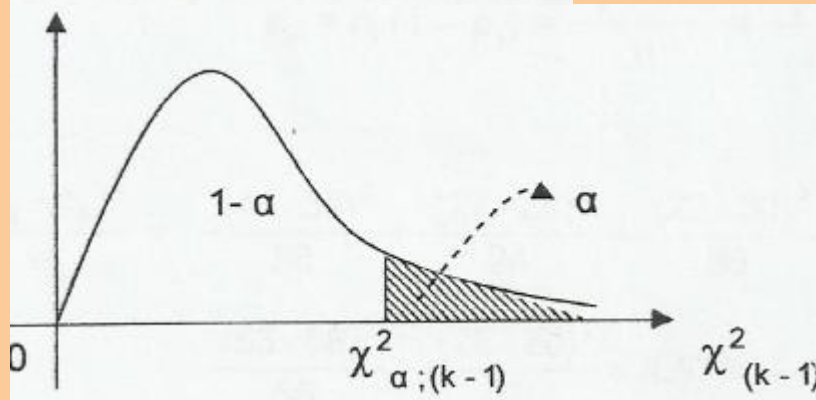
dengan:

$$o_{1j} = x_j \quad ; \quad e_{1j} = n_j \hat{p}_j = \frac{n_j x}{n}$$

$$o_{2j} = n_j - x_j \quad ; \quad e_{2j} = n_j (1 - \hat{p}_j) = \frac{n_j (n - x)}{n}$$

- Daerah kritis (Daerah penolakan H_0)

$$\chi^2_{\text{hitung}} > \chi^2_{\alpha; (k-1)}$$



Uji Hipotesis untuk Kesamaan Beberapa Proporsi (Uji Independensi)

Contoh:

Tabel berikut menunjukkan dampak yang terjadi akibat perubahan temperatur terhadap 3 jenis material

Dampak	Material A	Material B	Material C	Total
Retak	41	27	22	90
Tetap Utuh	79	53	78	210
Total	120	80	100	300

Gunakan tingkat signifikansi 0,05 untuk menguji apakah probabilitas akan terjadi keretakan pada ketiga material akibat temperatur tersebut sama.



Uji Independensi Untuk Tabel Contingency (r x c)

Uji Independensi Untuk Tabel Contingency (r x c)

Langkah-langkah pengujian hipotesis:

- $H_0 : p_{i1} = p_{i2} = \dots = p_{ic} = p \quad ; \quad i = 1, 2, 3, \dots, r$
 $H_1 : \text{tidak semua sama (paling tidak ada satu yang tidak sama)}$
- Tingkat signifikansi : α
- Data sampel :

	Sampel 1	Sampel 2		Sampel c-1	Sampel c	Total (x_i)
Kejadian 1	x_{11}	x_{12}		$x_{1,c-1}$	$x_{1,c}$	x_1
Kejadian 2	x_{21}	x_{22}		$x_{2,c-1}$	$x_{2,c}$	x_2
:						
Kejadian r-1	$x_{r-1,1}$	$x_{r-1,2}$		$x_{r-1,c-1}$	$x_{r-1,c}$	x_{r-1}
Kejadian r	x_{r1}	x_{r2}		$x_{r,c-1}$	$x_{r,c}$	x_r
Total (n_j)	n_1	n_2		n_{c-1}	n_c	n

x_{ij} = banyaknya kejadian i pada sampel j ; $i = 1, 2, 3, \dots, r$

n_j = ukuran sampel j ; $j = 1, 2, 3, \dots, c$

Uji Independensi Untuk Tabel Contingency (r x c)

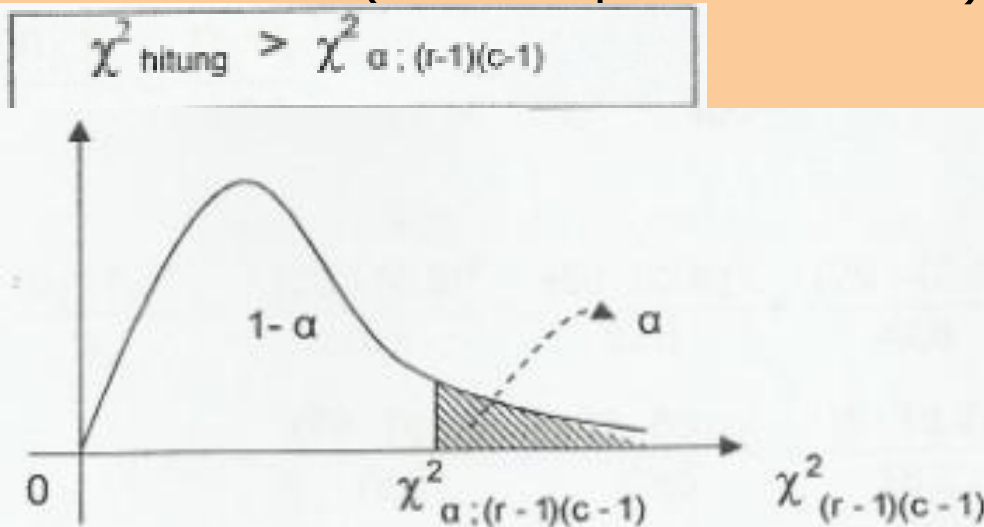
- Statistik uji

$$\chi^2_{\text{hitung}} = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^c \frac{(o_{ij} - e_{ij})^2}{e_{ij}} \sim \chi^2_{\alpha; (r-1)(c-1)}$$

dengan :

$$o_{ij} = x_{ij} \quad ; \quad e_{ij} = n_j \hat{p}_j = \frac{n_j x_i}{n}$$

- Daerah kritis (Daerah penolakan H_0) :



Uji Independensi Untuk Tabel Contingency (r x c)

Contoh:

Untuk menentukan apakah terdapat hubungan antara performansi karyawan dalam program training yang diadakan perusahaan terhadap keberhasilan perusahaan mereka dalam tugas-tugas pekerjaannya, diambil sampel sebanyak 400 karyawan. Hasilnya disajikan dalam tabel berikut:

		Performansi dalam program training			Total x_i
		Di bawah rata-rata	Rata-rata	Di atas rata-rata	
Keberhasilan dalam pekerjaan	Rendah	23	60	29	112
	Rata-rata	28	79	60	167
	Bagus	9	49	63	121
Total (n_j)		60	188	152	400

Gunakan $\alpha = 0,01$ untuk menguji hal tersebut

- Sumber :
 - Murti Astuti, 2005. Modul ajar Statistik II. PSTI, Universitas Brawijaya.